

Proposta de resolução numérica para análise dinâmica de parques eólicos compostos por múltiplos aerogeradores de indução duplamente excitados

T. C. Barros, MPEE-UFRN, C. B. M. Oliveira, UFMA, M. F. M. Junior, UFRN

Resumo-- Este artigo apresenta uma breve descrição sobre simulações de sistemas elétricos de potência para análises dinâmicas de parques eólicos compostos por múltiplos aerogeradores de indução duplamente excitados (Doubly-Fed Induction Generator - DFIG). Propõem-se uma nova abordagem de resolução numérica das equações diferenciais, comparando-a com métodos amplamente reconhecidos pela literatura.

Index Terms—Estabilidade Dinâmica, Métodos numéricos, DFIG, Transformada de Laplace, Aerogerador.

I. INTRODUÇÃO

A estabilidade de um sistema elétrico é definida pela capacidade do sistema manter o sincronismo quando submetido a distúrbios como faltas, perdas de cargas e de geração e ela é influenciada pela não linearidade do sistema. Simulam-se tais condições por resolução de modelos matemáticos por métodos numéricos e algébricos. Como se sabe, o sistema elétrico é modelado através de equações algébricas e de equações diferenciais ordinárias não-lineares. As equações algébricas são de fácil resolução, no entanto, a solução das equações diferenciais que compõe o sistema necessita da utilização de métodos de integração numérica. De acordo com [2], os métodos numéricos mais utilizados são o método de Euler, Euler modificado, Runge Kutta, Adams e Gear.

A falta de uma unanimidade na utilização desses métodos consiste principalmente na relação entre eficiência computacional e precisão. O método de Euler por exemplo é de fácil implementação, no entanto, produz maiores erros numéricos, sendo aplicado apenas em sistemas de pouca complexidade [4]. Já o método de Runge-Kutta produz erros menores, mas sua implementação é mais complicada que o de Euler, e seu uso é recomendável em sistemas sem características rígidas [4]. O método de Adams é recomendado para sistemas com pouca ou moderada rigidez enquanto o de Gear deve ser utilizado apenas em sistemas bastante rígidos, pois seu uso em outros casos é ineficiente [4].

Com base nos estudos atuais percebe-se a necessidade de

continuar o desenvolvimento de novos métodos numéricos que consiga satisfazer uma maior variedade de especificidades de simulações de sistemas elétricos dinâmicos. O método proposto neste artigo consiste na aplicação da transformada de Laplace para solução numérica de um conjunto de geradores de indução duplamente excitados (DFIG), conectados a rede. Será feita uma análise comparativa com os métodos atuais analisando a qualidade e precisão, robustez, flexibilidade e eficiência computacional.

II. MÉTODOS NUMÉRICOS

Os métodos numéricos podem ser classificados como métodos de passo simples e de passo múltiplo. Os métodos de passo simples, são caracterizados por necessitarem para cada iteração apenas das variáveis dependentes da iteração imediatamente anterior, no caso da primeira iteração usa-se as condições iniciais para iniciar o processo. Os métodos de passo simples mais difundidos são:

A. Euler

Um método de primeira ordem cuja a aproximação dos passos se dar por uma reta (tangente) [5]. É o mais simples, porém ele é muito impreciso.

B. Euler modificado

Este método é uma evolução do método anterior em que a tangente a ser considerada é calculada no ponto médio e o grau de aproximação em busca do resultado é controlado através da utilização de passos menores. Possui um grau de precisão melhor que o de Euler comum, mas é ainda inferior em relação a outros métodos existentes.

C. Runge-Kutta

Baseia-se na expansão em série de Taylor, sem a necessidade de efetuar o cálculo de derivadas [5]. Além do passo, é composto por uma parcela interpretada como a inclinação média do intervalo. O método foi desenvolvido em 1901 e necessita de um elevado número de operações aritméticas mas os resultados são mais precisos. Normalmente, se usa variações do Runge-Kutta tradicional, como exemplo o Runge-Kutta-Gill's que minimiza erros de arredondamento e necessita de menos recursos computacionais e pode se usar a fórmula de Richardson para verificação de erro. Tem também

o de Runge-Kutta-Falbergh que é um método de Runge-Kutta de quinta ordem em que se verifica o passo a cada iteração para se determinar se ele é adequado ou não.

Os métodos de passo múltiplo, são caracterizados por necessitarem das variáveis obtidas nas várias iterações anteriores. Esse tipo de método utiliza funções de interpolação, permitindo a utilização de passos mais elevados que os outros, sendo recomendados para simulações de média e longa duração o que se torna uma vantagem. Como desvantagem, tem o fato de ser necessário a utilização de um método auxiliar na partida, já que na primeira iteração só se tem as condições iniciais o que é insuficiente para o bom funcionamento do método. Costuma-se iniciar o cálculo com um método de passo simples e depois continuar com o de passo múltiplo. Os principais métodos de passo múltiplo são:

D. Adams

O método de Adams utiliza técnicas de interpolação em que a função é aproximada por um polinômio. Ele necessita de menos esforço computacional, no entanto o método não é auto iniciável e alterações no passo são mais difíceis de serem realizadas.

E. Gear

Também utiliza técnicas de interpolação, no entanto sua aplicação é recomendado apenas para sistemas rígidos [4], ou seja, sistemas que possuem constantes de tempo significativamente diferentes e por isso necessita-se de um maior esforço computacional.

Cada método tem uma precisão diferente. A precisão deve-se a erros aritméticos ocasionados pelos arredondamento necessários aos cálculos e aos de truncamento ou discretização que dependem do tipo, ordem e do passo. Se esses erros se propagam, a solução obtida pode ser totalmente diferente da solução real, quando isso ocorre diz-se que o método é numericamente instável

Os erros de truncamento podem ser reduzidos através da utilização de passos menores, no entanto quanto menor o passo maior a quantidade de iterações logo deve-se escolher adequadamente o passo, pois quanto mais iterações mais erros de arredondamento são acumulados. Portanto os métodos de integração numérica devem ter [1]:

A. Qualidade e precisão

B. Robustez

C. Flexibilidade

D. Eficiência Computacional

Os métodos de integração numérica mencionados neste artigo não são recomendados para estudos em tempo real devido principalmente ao tempo necessário para simulação de sistemas de grandes dimensões. Neste caso, deve-se usar os métodos de integração direta, como o de Lyapunov.

III. MÁQUINA DE INDUÇÃO DUPLAMENTE EXCITADA (DFIG)

No aerogerador com o sistema DFIG o estator é conectado diretamente a rede elétrica enquanto que o rotor é conectado a um conversor estático. Os conversores funcionam como fonte de tensão e corrente sendo conversor C1 conectado ao rotor com a função de controlar a velocidade e a tensão nos terminais do gerador [6] e o C2 conectado a rede, controlando a tensão no barramento CC e a potência ativa entre o rotor e a rede. [7] Como parte da potência é transmitida pelo rotor e outra pelo estator o conversor é dimensionado para apenas 30% da potência nominal do aerogerador diminuindo assim os custos da conversão eletrônica.

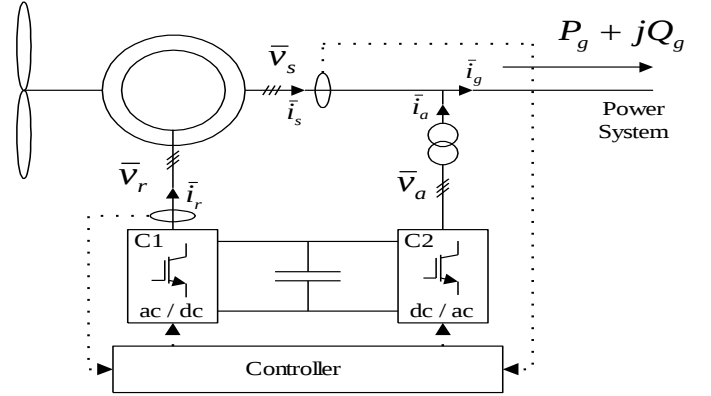


Fig. 1. Representação do aerogerador de indução duplamente excitado

As equações que descrevem o comportamento dinâmico das correntes e das tensões de um gerador de indução duplamente excitado são:

$$\frac{\partial v_d'}{\partial t} = \frac{1}{T_o} (-v_d' + (X_s - X_s') i_{qs}) + s w_s v_q' - v_{qr} \frac{L_m}{L_{rr}} \omega_s \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_q'}{\partial t} = \frac{1}{T_o} (-v_q' - (X_s - X_s') i_{ds}) - s w_s v_d' + v_{dr} \frac{L_m}{L_{rr}} \omega_s \quad (2)$$

no qual, v_d' e v_q' são as componentes da tensão atrás da reatância transitória nos eixos q e d. O termo “s” é o escorregamento.

$$\frac{\partial i_{dr}}{\partial t} = \frac{1}{(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}})} (v_{dr} - r_r i_{dr} + s \omega_s (L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}) i_{qr}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial i_{qr}}{\partial t} = \frac{1}{(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}})} \left(v_{qr} - r_r i_{qr} - s \omega_s \left((L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}) i_{dr} + \left(\frac{L_m v_{qs}}{L_{ss} \omega_s} \right) \right) \right) \quad (4)$$

no qual, i_{dr} e i_{qr} são componentes da corrente no rotor nos eixos d e q.

A equação do modelo mecânico do DFIG é dado por:

$$\frac{\partial \omega_r}{\partial t} = \frac{1}{J} (T_m - T_e) \quad (5)$$

no qual, T_m é o torque mecânico e T_e é o torque eletromagnético.

T_e em função de V_{ds} e V_{qs} é :

$$T_e = \frac{1}{\omega_r} (v_{ds} i_{ds} + v_{qs} i_{qs}) \quad (6)$$

IV. MODELAGEM DA REDE ELÉTRICA

Para estudo dinâmico de qualquer gerador ligado a um sistema de potência é de fundamental importância a compreensão de que qualquer perturbação, distúrbio ou modificação em qualquer ponto do sistema provocará alterações no comportamento de todos os geradores, consequentemente provocando mudanças de tensão e corrente em todas as barras do sistema.

As admitâncias das linhas entre as barras é o responsável pelo acoplamento de tensão e corrente entre as barras, por isso é possível modelar o sistema de potência através de equações algébricas. Essas equações podem ser montadas em matrizes, formando:

$$[I] = [Y][V] \quad (7)$$

Observe que as variáveis de tensão e corrente das equações diferenciais estão nos eixos d e q, portanto há a necessidade da aplicação da Transformada de Park nas variáveis as equações algébricas acima.

Com a aplicação da Transformada de Park a equação (7) fica:

$$\begin{bmatrix} i_{q1} - j i_{d1} \\ \vdots \\ i_{qm} - j i_{dm} \\ \vdots \\ i_{qn} - j i_{dn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1,1} & \dots & Y_{1,m} & Y_{1,m+1} & \dots & Y_{1,n} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Y_{m,1} & \dots & Y_{m,m} & Y_{m,m+1} & \dots & Y_{m,n} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Y_{m+1,1} & \dots & Y_{m+1,m} & Y_{m+1,m+1} & \dots & Y_{m+1,n} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Y_{n,1} & \dots & Y_{n,m} & Y_{n,m+1} & \dots & Y_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v'_{q1} - j v'_{d1} \\ \vdots \\ v'_{qm} - j v'_{dm} \\ \vdots \\ v_{qn+1} - j v_{dm+1} \\ \vdots \\ v_{qn} - j v_{dn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

no qual, m é o número de barras geradoras e n é o número de barras de cargas.

V. MODELAGEM DO GERADOR DE INDUÇÃO POR TRANSFORMADA DE LAPLACE

A representação definitiva do modelo do DFIG em função do tempo corresponde ao objetivo inicial para a representação das equações diferenciais por aplicação da Transformada de Laplace.

Observa-se que nas equações diferenciais acima há incógnitas que não são variáveis de estado (ex: i_{ds} e i_{qs}) impossibilitando a aplicação das propriedades da Transformada de Laplace para solução do problema. Portanto, se faz necessário um processo de supressão dessas variáveis nessas equações.

Essas incógnitas das equações diferenciais podem ser explicitadas nas equações algébricas (8), e depois substituídas nas equações diferenciais através da seguinte manipulação matemática e aplicando a Transformada de Laplace.

$$\begin{aligned} i_{q1} &= g_{1,1} v'_{q1} + g_{1,2} v'_{q2} + \dots + \frac{g_{1,m+1} v_{qm+1}}{s} + \frac{g_{1,m+2} v_{qm+2}}{s} + \dots + \frac{g_{1n} v_{qn}}{s} \\ &\quad + b_{1,1} v'_{d1} + b_{1,2} v'_{d2} \dots + \frac{b_{1,m+1} v_{dm+1}}{s} + \dots + \frac{b_{1n} v_{dn}}{s} \\ &\quad \vdots \\ i_{qm} &= g_{m,1} v'_{q1} + g_{m,2} v'_{q2} + \dots + \frac{g_{m,m+1} v_{qm+1}}{s} + \frac{g_{m,m+2} v_{qm+2}}{s} + \dots \\ &\quad + \frac{g_{mn} v_{qn}}{s} + b_{m,1} v'_{d1} + b_{m,2} v'_{d2} + \dots + \frac{b_{m,m+1} v_{dm+1}}{s} \\ &\quad + \frac{b_{m,m+2} v_{dm+2}}{s} + \dots + \frac{b_{mn} v_{dn}}{s} \end{aligned} \quad (9)$$

e

$$\begin{aligned} i_{d1} &= g_{1,1} v'_{d1} + g_{1,2} v'_{d2} + \dots + \frac{g_{1,m+1} v_{dm+1}}{s} + \frac{g_{1,m+2} v_{dm+2}}{s} + \dots + \frac{g_{1n} v_{dn}}{s} \\ &\quad - b_{1,1} v'_{q1} - b_{1,2} v'_{q2} - \dots - \frac{b_{1,m+1} v_{qm+1}}{s} \\ &\quad - \frac{b_{1,m+2} v_{qm+2}}{s} - \dots - \frac{b_{1n} v_{qn}}{s} \\ &\quad \vdots \\ i_{dm} &= g_{m,1} v'_{d1} + g_{m,2} v'_{d2} + \dots + \frac{g_{m,m+1} v_{dm+1}}{s} + \frac{g_{m,m+2} v_{dm+2}}{s} + \dots \\ &\quad + \frac{g_{mn} v_{dn}}{s} - b_{m,1} v'_{q1} - b_{m,2} v'_{q2} - \dots \\ &\quad - \frac{b_{m,m+1} v_{qm+1}}{s} - \frac{b_{m,m+2} v_{qm+2}}{s} - \dots - \frac{b_{mn} v_{qn}}{s} \end{aligned} \quad (10)$$

Após esta fase, com a substituição, outras incógnitas apareceram nas equações dinâmicas, com a Transformada de Laplace já aplicada, que serão explicitadas cada uma delas através da solução de um sistema de equações.

O desenvolvimento de todos os procedimentos citados serão apresentados em todas as equações diferenciais individualmente, visto logo a seguir.

A. Estudo de $\frac{\partial v_d'}{\partial t}$ e $\frac{\partial v_q'}{\partial t}$.

Aplicando a Transformada de Laplace em (1) e (2) considerando ω_r constante tem-se:

$$s v'_d - v'_d(0^-) = \frac{1}{T_o'} (-v'_d + (X_s - X'_s) i_{qs}) + s w_s v'_q - \frac{v_{qr} L_m}{s L_{rr}} \omega_s \quad (11)$$

$$s v'_q - v'_q(0^-) = \frac{1}{T_o'} (-v'_q - (X_s - X'_s) i_{ds}) - s w_s v'_d + \frac{v_{dr} L_m}{s L_{rr}} \omega_s \quad (12)$$

Isolando v'_d e v'_q :

$$v'_d = \frac{1}{s + \frac{1}{T_o'}} \left(\frac{X_s - X'_s}{T_o'} i_{qs} + s w_s v'_q - \frac{v_{qr} L_m}{s L_{rr}} \omega_s + v'_d(0^-) \right) \quad (13)$$

$$v'_q = \frac{1}{s + \frac{1}{T_o'}} \left(\frac{(X'_s - X_s)}{T_o'} i_{ds} - s w_s v'_d + \frac{v_{dr} L_m}{s L_{rr}} \omega_s + v'_q(0^-) \right) \quad (14)$$

Observe que pela dedução das equações algébricas podem existir m barras geradoras e n barras de carga, portanto as equações acima devem ser consideradas para $v'_d = v'_{d1}, v'_{d2}, v'_{d3}, \dots, v'_{dm}$ e $v'_q = v'_{q1}, v'_{q2}, v'_{q3}, \dots, v'_{qm}$. Substituindo (9) e (10) em (13) e (14) utilizando termos gerais de corrente encontra-se:

$$v'_d = \frac{1}{s + \frac{1}{T'_o}} \left(\frac{X_s - X'_s}{T'_o} \left(g_{m,1} v'_{q1} + g_{m,2} v'_{q2} + \dots + \frac{g_{m,m+1} v_{qm+1}}{s} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{g_{m,m+2} v_{qm+2}}{s} + \dots + \frac{g_{mn} v_{qn}}{s} + b_{m,1} v'_{d1} + b_{m,2} v'_{d2} \right. \right. \\ \left. \left. + \dots + \frac{b_{m,m+1} v_{dm+1}}{s} + \frac{b_{m,m+2} v_{dm+2}}{s} + \dots + \frac{b_{mn} v_{dn}}{s} \right) \right. \\ \left. + s \omega_s v'_q - \frac{v_{qr}}{s} \frac{L_m}{L_{rr}} \omega_s + v'_d(0^-) \right)$$

$$v'_q = \frac{1}{s + \frac{1}{T'_o}} \left(\frac{(X'_s - X_s)}{T'_o} \left(g_{m,1} v'_{d1} + g_{m,2} v'_{d2} + \dots + \frac{g_{m,m+1} v_{dm+1}}{s} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{g_{m,m+2} v_{dm+2}}{s} + \dots + \frac{g_{mn} v_{dn}}{s} - b_{m,1} v'_{q1} \right. \right. \\ \left. \left. - b_{m,2} v'_{q2} - \dots - \frac{b_{m,m+1} v_{qm+1}}{s} - \frac{b_{m,m+2} v_{qm+2}}{s} - \dots \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{b_{mn} v_{qn}}{s} \right) - s \omega_s v'_d + \frac{v_{dr}}{s} \frac{L_m}{L_{rr}} \omega_s + v'_q(0^-) \right)$$

(15) no qual, Y em (15) e (16) são elementos da matriz admitância da rede.

Isolando todas as variáveis no lado direito das equações e colocando as constantes no lado esquerdo das equações pode-se montar um sistema de equações na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v'_d \\ v'_q \end{bmatrix} = [C] \quad (17)$$

(16) no qual, A, B e C são dados por:

$$A = \begin{matrix} s + \frac{1}{T'_{o1}} - b_{1,1} & -b_{1,2} & -b_{1,3} & \dots & -b_{1,n} \\ -b_{2,1} & s + \frac{1}{T'_{o2}} - b_{2,2} & -b_{2,3} & \dots & -b_{2,n} \\ -b_{3,1} & -b_{3,2} & s + \frac{1}{T'_{o3}} - b_{3,3} & \dots & -b_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -b_{m,1} & -b_{m,2} & -b_{m,3} & \dots & s + \frac{1}{T'_{om}} - b_{m,n} \end{matrix} \quad (18)$$

$$= \begin{matrix} -s\omega_s - g_{1,1} \frac{X_{s1} - X'_{s1}}{T'_{o1}} & -g_{1,2} \frac{X_{s1} - X'_{s1}}{T'_{o1}} & -g_{1,3} \frac{X_{s1} - X'_{s1}}{T'_{o1}} & \dots & -g_{1,m} \frac{X_{s1} - X'_{s1}}{T'_{o1}} \\ -g_{2,1} \frac{X_{s2} - X'_{s2}}{T'_{o2}} & -s\omega_s - g_{2,2} \frac{X_{s2} - X'_{s2}}{T'_{o2}} & -g_{2,3} \frac{X_{s2} - X'_{s2}}{T'_{o2}} & \dots & -g_{2,m} \frac{X_{s2} - X'_{s2}}{T'_{o2}} \\ -g_{3,1} \frac{X_{s3} - X'_{s3}}{T'_{o3}} & -g_{3,2} \frac{X_{s3} - X'_{s3}}{T'_{o3}} & -s\omega_s - g_{3,3} \frac{X_{s3} - X'_{s3}}{T'_{o3}} & \dots & -g_{3,m} \frac{X_{s3} - X'_{s3}}{T'_{o3}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -g_{m,1} \frac{X_{sm} - X'_{sm}}{T'_{om}} & -g_{m,2} \frac{X_{sm} - X'_{sm}}{T'_{om}} & -g_{m,3} \frac{X_{sm} - X'_{sm}}{T'_{om}} & \dots & -s\omega_s - g_{m,m} \frac{X_{sm} - X'_{sm}}{T'_{om}} \end{matrix}$$

$$B = \begin{matrix} -g_{1,1} \frac{X'_{s1} - X_{s1}}{T'_{o1}} + s\omega_s & -g_{1,2} \frac{X'_{s1} - X_{s1}}{T'_{o1}} & -g_{1,3} \frac{X'_{s1} - X_{s1}}{T'_{o1}} & \dots & -g_{1,m} \frac{X'_{s1} - X_{s1}}{T'_{o1}} \\ -g_{2,1} \frac{X'_{s2} - X_{s2}}{T'_{o2}} & -g_{2,2} \frac{X'_{s2} - X_{s2}}{T'_{o2}} + s\omega_s & -g_{2,3} \frac{X'_{s2} - X_{s2}}{T'_{o2}} & \dots & -g_{2,m} \frac{X'_{s2} - X_{s2}}{T'_{o2}} \\ -g_{3,1} \frac{X'_{s3} - X_{s3}}{T'_{o3}} & -g_{3,2} \frac{X'_{s3} - X_{s3}}{T'_{o3}} & -g_{3,3} \frac{X'_{s3} - X_{s3}}{T'_{o3}} + s\omega_s & \dots & -g_{3,m} \frac{X'_{s3} - X_{s3}}{T'_{o3}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -g_{n,1} \frac{X'_{sm} - X_{sm}}{T'_{om}} & -g_{n,2} \frac{X'_{sm} - X_{sm}}{T'_{om}} & -g_{n,3} \frac{X'_{sm} - X_{sm}}{T'_{om}} & \dots & -g_{n,m} \frac{X'_{sm} - X_{sm}}{T'_{om}} + s\omega_s \\ s + \frac{1}{T'_{o1}} + b_{1,1} & b_{1,2} & b_{1,3} & \dots & b_{1,n} \\ b_{2,1} & s + \frac{1}{T'_{o2}} + b_{2,2} & b_{2,3} & \dots & b_{2,n} \\ b_{3,1} & b_{3,2} & s + \frac{1}{T'_{o3}} + b_{3,3} & \dots & b_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n,1} & b_{n,2} & b_{n,3} & \dots & s + \frac{1}{T'_{om}} + b_{n,n} \end{matrix} \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
C = & \begin{aligned} & v'_{d1}(0^-) - \left(\omega_s \frac{L_{m1}}{L_{rr1}} \right) \frac{v_{qr1}}{s} + \frac{(X_{s1} - X'_{s1})}{T'_{o1}} \left(\frac{g_{1,m+1} v_{qm+1}}{s} + \frac{g_{1,m+2} v_{qm+2}}{s} + \dots + \frac{g_{1,n} v_{qn}}{s} + \frac{b_{1,m+1} v_{dm+1}}{s} + \frac{b_{1,m+2} v_{dm+2}}{s} + \dots + \frac{b_{1,n} v_{dn}}{s} \right) \\ & \vdots \\ & v'_{dm}(0^-) - \left(\omega_s \frac{L_{mm}}{L_{rrm}} \right) \frac{v_{qrm}}{s} + \frac{(X_{sm} - X'_{sm})}{T'_{om}} \left(\frac{g_{m,m+1} v_{qm+1}}{s} + \frac{g_{m,m+2} v_{qm+2}}{s} + \dots + \frac{g_{m,n} v_{qn}}{s} + \frac{b_{m,m+1} v_{dm+1}}{s} + \frac{b_{m,m+2} v_{dm+2}}{s} + \dots + \frac{b_{m,n} v_{dn}}{s} \right) \\ & v'_{q1}(0^-) + \left(\omega_s \frac{L_{m1}}{L_{rr1}} \right) \frac{v_{qr1}}{s} + \frac{(X'_{s1} - X_{s1})}{T'_{o1}} \left(\frac{g_{1,m+1} v_{dm+1}}{s} + \frac{g_{1,m+2} v_{dm+2}}{s} + \dots + \frac{g_{1,n} v_{dn}}{s} - \frac{b_{1,m+1} v_{qm+1}}{s} - \frac{b_{1,m+2} v_{qm+2}}{s} - \dots - \frac{b_{m,n} v_{qn}}{s} \right) \\ & \vdots \\ & v'_{qm}(0^-) + \left(\omega_s \frac{L_{mm}}{L_{rrm}} \right) \frac{v_{qrm}}{s} + \frac{(X'_{sm} - X_{sm})}{T'_{om}} \left(\frac{g_{m,m+1} v_{dm+1}}{s} + \frac{g_{m,m+2} v_{dm+2}}{s} + \dots + \frac{g_{m,n} v_{dn}}{s} - \frac{b_{m,m+1} v_{qm+1}}{s} - \frac{b_{m,m+2} v_{qm+2}}{s} - \dots - \frac{b_{m,n} v_{qn}}{s} \right) \end{aligned} \quad (20)
\end{aligned}$$

B. Estudo de $\frac{\partial i_{dr}}{\partial t} e \frac{\partial i_{qr}}{\partial t}$.

Aplicando a Transformada de Laplace em (3) e (4) tem-se:

$$\begin{aligned}
s i_{dr} - i_{dr}(0^-) = & \frac{1}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} \left(\frac{v_{dr}}{s} - r_r i_{dr} \right. \quad (21) \quad \text{Portanto,} \\
& \left. + s \omega_s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right) i_{qr} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i_{qr} - i_{qr}(0^-) = & \frac{1}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} \left(\frac{v_{qr}}{s} - r_r i_{qr} - s \omega_s \left(\left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right) i_{dr} + \left(\frac{L_m v_{qs}}{L_{ss} \omega_s} \right) \right) \right) \quad (22)
\end{aligned}$$

Como v'_d é conhecido na equação (10) pode-se colocar i_d em função apenas de s . A nomenclatura utilizada para i_d será $i_d(s)$.

A equação (25) fica:

$$\begin{aligned}
i_{qr} = & \left(\frac{\left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)}{s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right) + r_r} \right) \cdot \left(\frac{v_{qr}}{s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)} - s \omega_s i_{dr} - \right. \quad (28) \\
& \left. s \omega_s \omega_s \frac{\frac{L_m^2}{L_{ss}} \left(i_{dr} - \frac{L_{ss}}{L_m} i_{ds}(s) \right)}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} + i_{qr}(0^-) \right)
\end{aligned}$$

Isolando i_{dr} e i_{qr} :

$$\begin{aligned}
i_{qr} = & \left(\frac{\left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)}{s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right) + r_r} \right) \cdot \left(\frac{v_{qr}}{s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)} - s \omega_s i_{dr} \right. \\
& \left. - s \omega_s \frac{\left(\frac{L_m v_{qs}}{L_{ss} \omega_s} \right)}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} + i_{qr}(0^-) \right) \\
i_{dr} = & \left(\frac{\left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)}{s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right) + r_r} \right) \cdot \left(\frac{v_{dr}}{s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)} + s \omega_s i_{dr} + i_{dr}(0^-) \right) \quad (24)
\end{aligned}$$

A partir das equações do fluxo magnético concatenado com o estator, obtém-se as seguintes expressões algébricas para as correntes no rotor:

$$i_{dr} = \frac{\Psi_{ds} + L_{ss} i_{ds}}{L_m} = \frac{V_{qs}}{\omega_s L_m} + \frac{L_{ss}}{L_m} i_{ds} \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
i_{qr} = & \frac{1}{e s^2 \omega_s^2 \left(\frac{\left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)}{s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right) + r_r} \right)^2 \left(1 + \frac{\left(\frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} \right)} \cdot \left(\frac{\left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)}{s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right) + r_r} \right) \cdot \left(\frac{\left(s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right) + r_r \right)}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} \right) \cdot \frac{v_{dr}}{s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)} - s \omega_s v_{qr} \left(\frac{1}{s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)} + \frac{\left(\frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} \right) + \quad (29) \\
& \left(\frac{s \left(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}} \right) + r_r}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} \right) i_{qr}(0^-) - s \omega_s i_{dr}(0^-) \left(1 + \frac{\left(\frac{L_m^2}{L_{ss}} \right)}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} \right) - s \omega_s \left(\frac{L_m}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} \right) i_{ds}(s)
\end{aligned}$$

$$i_{dr} = \frac{1}{s^2 \omega_s^2 \left(\frac{(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}})}{s(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}) + r_r} \right)^2 \left(1 + \frac{L_m^2}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} \right)} \cdot \left(\frac{(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}})}{s(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}) + r_r} \right)^2 \cdot \left(\frac{(s(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}) + r_r)}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} \right) \cdot \frac{v_{dr}}{s(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}})} + s \omega_s \frac{v_{qr}}{s(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}})} -$$

$$s^2 \omega_s^2 \left(\frac{L_m}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} \right) i_{ds}(s) + \left(\frac{s(L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}) + r_r}{L_{rr} - \frac{L_m^2}{L_{ss}}} \right) i_{dr}(0^-) + s \omega_s i_{qr}(0^-)$$

O próximo passo é aplicar as propriedades da Transformada inversa de Laplace e assim encontrar as componentes de corrente do rotor no domínio do tempo.

C. Estudo de $\frac{\partial \omega_r}{\partial t}$

Considerando ω_r constante, isto é, $\frac{\partial \omega_r}{\partial t} = 0$ e considerando a potência elétrica igual a potência do estator, tem-se que (5) fica:

$$\frac{1}{J} \left(\frac{P_m}{\omega_r} - \frac{P_e}{\omega_r} \right) = 0 \quad (31)$$

Em que:

$$P_m = \frac{1}{2} \cdot C_p \cdot A_r \cdot U_v^3 \quad (32)$$

$$P_e = v'_d i_{ds} + v'_q i_{qs} \quad (33)$$

VI. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Para a validação do sistema proposto, foi simulado um sistema composto por 8 barras com a presença de um aerogerador DFIG na barra 1 (3). A barra 2 é a barra de referência e todas as outras são barras do tipo PQ.

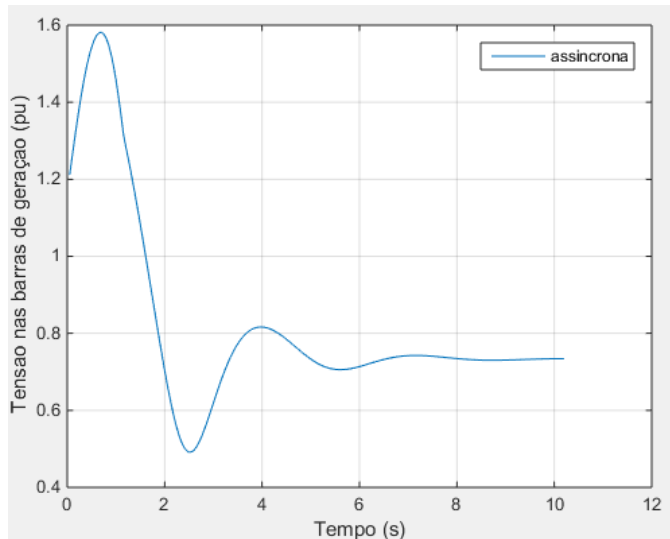


Fig 1 – Tensão na barra 1

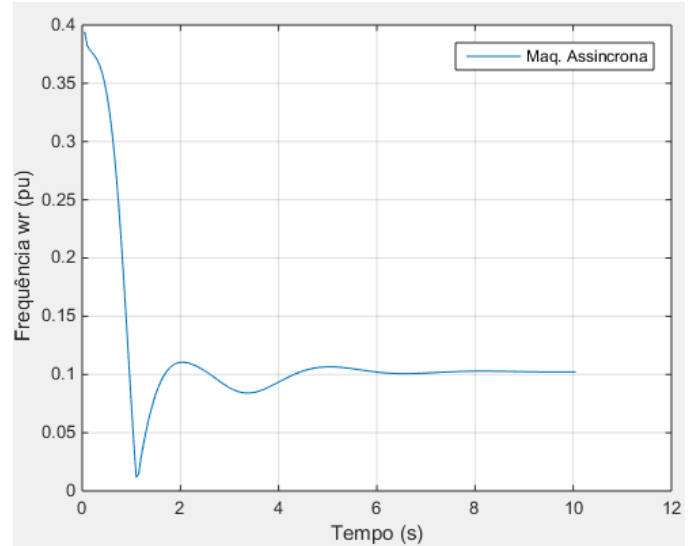


Fig 2 – Frequência Wr

VII. CONCLUSÕES

Percebe-se que os resultados obtidos apresentam valores consistentes, no entanto se faz necessário novos estudos com o objetivo de comparar os resultados obtidos através dessa nova metodologia com o método tradicional. Além disso este novo método possibilita que os sistemas de controle possam ser simplificados mas para isso novos estudos devem ser realizados.

VIII. REFERENCES

(34)

Books:

- [1] P. Kundur, "Power System Stability and Control". USA. EPRI - Electric Power Research Institute: McGraw-Hill, 1994 .
- [2] F. M. Barbosa , " Estabilidade do sistema elétrico de Energia". Portugal. Universidade do Porto, 2013.

Dissertations:

- [3] M. V. A. Nunes "Avaliação do comportamento de aerogeradores de velocidade fixa e variável em redes elétricas fracas", Tese de Doutorado, Dept. Eng. Elétrica,. UFSC, 2003.

Periodicals:

- [4] C. Coculescu "Possibilities of dynamic systems simulation", Journal of information systems and operations management, Vol 7 , n° 2 December 2013. Bucuresti, Romênia.
- [5] L. G. Brito, T. R. Amaral "Método de Euler e Runge-Kutta para solução de Equações diferenciais ordinárias ", Congresso de Matematica Aplicada e Computacional, 2012 .
- [6] MÜLLER, S.; DEICK, M.; DE DONCKER, RICK W. Doubly fed induction generator systems for wind turbines. IEEE industry Applications Magazine, Piscataway, p. 26-33, May-June, 2002.
- [35] POLLER, Markus A. Doubly-fed induction machine models for stability assessment of wind farms. Power Tech Conference Proceedings, Bologna, v.3, Junho 23 - 26, 2003.
- [36]
- [37]