

Otimização de Projeto de Máquinas a Relutância Variável Monofásicas utilizando Evolução Diferencial

Ana C. F. Mamede

José R. Camacho

Faculdade de Engenharia Elétrica (FEELT)

Universidade Federal de Uberlândia (UFU)

Uberlândia, Brasil

anacamilamamede@gmail.com, jrcamacho@ufu.com

Keiji Yamanaka

Faculdade de Engenharia Elétrica (FEELT)

Universidade Federal de Uberlândia (UFU)

Uberlândia, Brasil

keiji@ufu.br

Abstract—Variable reluctance motors (VRM) have been increasingly used as an alternative for variable speed drives in many industrial applications, due to many advantages like the simplicity of construction, robustness, and low cost. For low power applications, the single-phase variable reluctance motors stands out because the simplicity of the drive contributes to the cost reduction of the machine. This paper presents Differential Evolution algorithm for design optimization of single-phase variable reluctance machine. Stator and rotor pole arc of VRM are considered as design variables with the objective of maximizing torque density and minimizing copper loss. The feasibility of the proposed method for optimization is demonstrated for an 4:4, single-phase, 125W VRM and compared with Genetic Algorithm method.

Index Terms—Differential Evolution, Genetic Algorithm, Torque Density, Copper loss, Variable Reluctance Motors.

I. INTRODUÇÃO

O uso de motores a relutância variável (MRV) em aplicações industriais tem aumentado consideravelmente, principalmente em aplicações de velocidade de variável, isso aconteceu devido ao desenvolvimento tecnológico de sistemas e dispositivos que possibilitaram um controle eficiente e preciso, viabilizando o uso de MRV frente a outras máquinas.

Os MRV são robustos, confiáveis e de construção simples e barata, sendo ideais para aplicações como tração elétrica, acionamentos, ventilação, bombas, aplicações de alta velocidade. Suas principais desvantagens são o torque descontínuo e o efeito de ondulação no torque, que causam ruídos sonoros e vibrações [1].

O MRV é um motor duplamente saliente, consiste em uma parte fixa, o estator com enrolamentos de excitação e uma parte móvel, o rotor magnético. O conjugado é produzido, exclusivamente, pela tendência da sua parte móvel deslocar-se para a posição em que a indutância do enrolamento de excitação é maximizada, ou seja, nos polos do motor. A parte girante, rotor, tende a alinhar-se de forma a produzir uma relutância magnética mínima, e consequentemente uma densidade máxima de fluxo [2].

A Fig. 1 mostra um MRV monofásico 4:4, com 4 polos no estator e 4 polos no rotor, e a Fig. 2 mostra o perfil ideal de indutância, os pulsos de corrente e conjugado ideais produzidos por um motor com essa configuração.

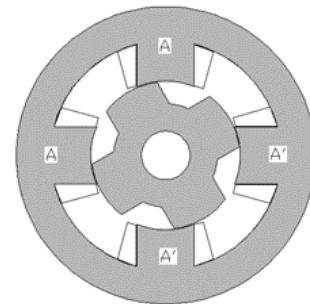


Figura 1. Seção transversal de um MRV monofásico 4:4.

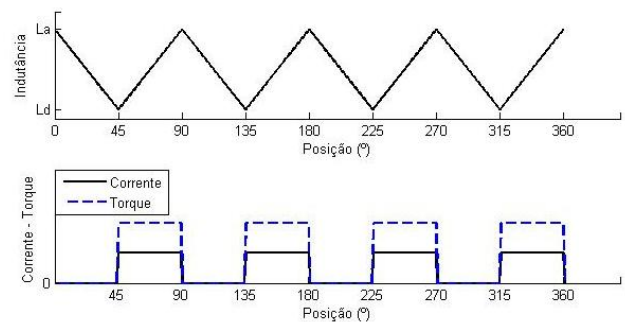


Figura 2. Perfil de indutância e produção de conjugado positivo em um MRV 4:4.

O motor a relutância variável monofásico é um tipo particular de MRV no qual o número de fases se reduz a unidade e a quantidade de polos no estator e no rotor são iguais, as características construtivas são similares aos demais MRV, porém o controle desse motor é muito mais simples uma vez que é necessário controlar apenas uma fase.

Os motores a relutância variável são projetados para operar em região de saturação magnética para aumentar a densidade de potência de saída, em contraste com motores tradicionais

[3]. Devido ao efeito de saturação e a variação da relutância magnética, as características do fluxo concatenado, indutância e torque são funções altamente não lineares tanto para posições do rotor como para a corrente de fase [4]. Essas características fazem do projeto e análise do MRV uma missão complexa. O método tradicional de projeto do MRV tem como finalidade maximizar o torque médio ou minimizar a ondulação do torque através de um projeto com a geometria e dimensões ótimas para a máquina. Para tanto, vários parâmetros de projeto, como número de fases, quantidade de polos, topologia, devem ser adaptados de acordo com os requisitos de uma aplicação específica.

Independente da configuração e tamanho da máquina projetada, a produção de torque e a ondulação do torque são sensíveis principalmente aos valores e relação dos arcos polares do rotor e do estator. A otimização dos arcos polares para máquinas com quatro fases, três fases e duas fases são amplamente trabalhados na literatura, em [3], [4], [5] e [7]. Porém, a otimização dos arcos polares e formas do polo para motores monofásicos são pouco estudadas.

Logo, o foco deste trabalho é apresentar a otimização da forma do polo e arcos polares para MRV monofásicos com a configuração 4:4. Os objetivos principais da otimização é maximizar a densidade de torque e minimizar as perdas no cobre.

Em [5] algoritmos genéticos são utilizados para otimização do projeto de MRVs, neste trabalho a otimização do desenho da máquina será feita utilizando algoritmos de Evolução Diferencial (ED). A ED é um algoritmo evolutivo baseado nos mecanismos de seleção natural e na genética de populações, utilizando os operadores mutação, cruzamento e seleção para gerar novos indivíduos em busca do mais adaptado. A principal vantagem da ED frente a outros métodos heurísticos é encontrar o mínimo global de funções multimodais independente dos parâmetros iniciais com uma rápida convergência, versatilidade e poucos parâmetros de controle.

A Seção II deste trabalho mostra a influência dos arcos polares em um MRV. A Seção III apresenta a formulação do problema, enquanto a Seção IV o algoritmo de ED utilizado e a aplicação e desempenho do algoritmo é discutida na Seção V. Finalmente, as conclusões são apresentadas na Seção VI.

II. INFLUÊNCIA DOS ARCOS POLARES EM MRV

Os valores dos arcos polares do estator e do rotor são escolhidos para garantir a partida própria da máquina e para moldar o perfil de torque do motor. O valor mínimo dos arcos polares depende da topologia do motor, e pode ser calculado pela equação (14) apresentada na Seção V. A diferença entre os valores dos arcos polares do rotor e do estator influencia diretamente no funcionamento do motor, no perfil de indutância e no acionamento. A maioria dos projetos adotam o arco polar do rotor levemente maior ou quase igual ao arco polar do estator [2].

A produção de conjugado positivo em um MRV acontece no intervalo de crescimento da indutância, assim quando a indutância é máxima a corrente deve ser extinta para não ter a produção de conjugado negativo. A posição ideal para extinção da corrente é a posição de máximo da indutância, porém quando os arcos polares do rotor e do estator são iguais é praticamente impossível retirar a corrente na posição exata, assim há a produção de conjugado negativo até que a corrente

seja completamente extinta, como mostrado na Fig. 3, o que diminui o valor médio do conjugado. A solução para isso é retirar a corrente antes do pico da indutância, o que também diminui o valor médio do conjugado, uma vez que a corrente máxima permaneceu por um intervalo menor.

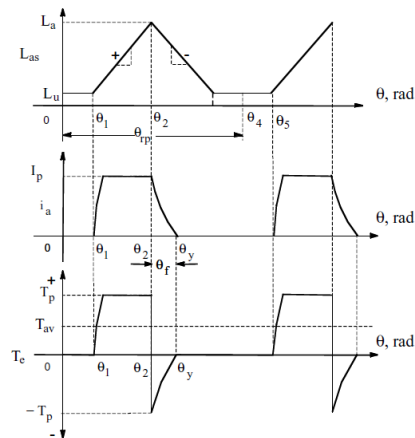


Figura 3. Efeito dos arcos polares iguais na produção de conjugado. [2]

Caso o arco polar do rotor seja maior que o do estator a indutância permanecerá um tempo no valor máximo até iniciar o processo de decrescimento e desalinhamento dos polos. Essa região é conhecida como zona morta, onde nenhum conjugado é produzido mesmo que haja corrente.

A vantagem de ter o motor operando dessa maneira é que pode-se iniciar o crescimento da corrente na zona morta de indutância mínima e a extinção da corrente na zona morta de indutância máxima, assim durante o período de crescimento da indutância a corrente é máxima e o conjugado produzido também, aumentando o valor médio do conjugado.

A Fig. 4 mostra as situações descritas acima, a influência dos arcos polares do rotor e do estator no perfil de indutância do motor e na produção do conjugado, bem como as características da corrente de acionamento.

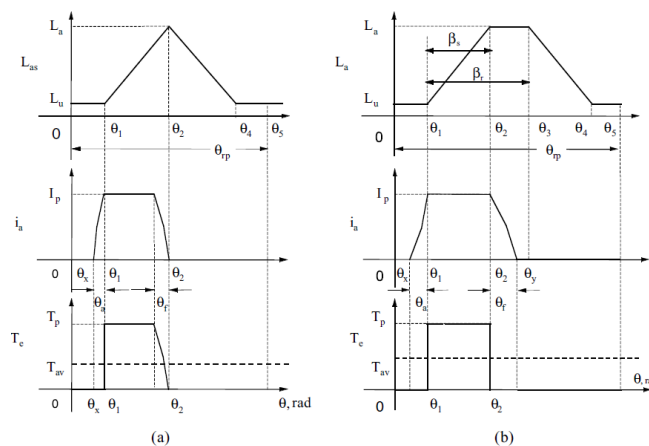


Figura 4. Efeito dos arcos polares na produção de conjugado para uma mesma corrente de pico. (a) $\beta_r = \beta_s$; (b) $\beta_r > \beta_s$. [2]

Portanto, é muito vantajoso ter o arco polar do rotor maior que o arco polar do estator, além de evitar a produção de torque negativo, facilitar o acionamento e aumentar o valor

médio do conjugado, a eliminação do torque negativo reduz a ondulação no torque e a produção de ruídos sonoros.

É recomendado que a relação entre o arco polar do rotor e do arco polar do estator seja limitada de 1.0 a 1.2, assim há uma variação de apenas 15% no valor da indutância alinhada [2].

III. OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DE MRV – FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A estrutura do MRV 4:4 é apresentado na Figura 3. Os dois critérios usados para avaliar o projeto são o torque médio por volume (densidade de torque) e as perdas no cobre.

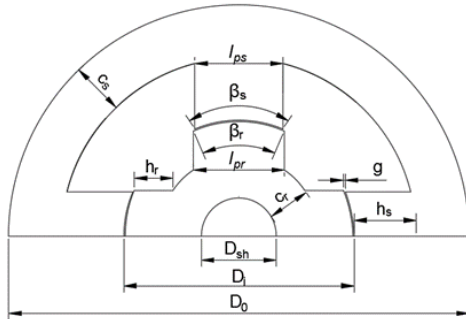


Figura 5. Dimensões em um MRV monofásico.

Na Fig. 3:

- β_s = arco polar do estator;
- β_r = arco polar do rotor;
- l_{ps} = largura do polo do estator;
- l_{pr} = largura do polo do rotor;
- c_s = culatra do estator;
- c_r = culatra do rotor;
- h_s = altura do polo do estator;
- h_r = altura do polo do rotor;
- D_{sh} = diâmetro do eixo;
- D_i = diâmetro interno;
- D_o = diâmetro externo;
- g = entreferro.

A. Cálculo dos Critérios de Desempenho

Neste trabalho, o método utilizado para o cálculo do torque é o método analítico proposto por [2]. O torque médio é dado por:

$$T_{med} = \frac{(W_a - W_d)N_s N_r}{4\pi} \quad (1)$$

$$W_a = \int_0^l L_a di \quad (2)$$

$$W_d = \frac{1}{2} I^2 L_d \quad (3)$$

Onde:

- W_a = co-energia na posição alinhada;
- W_d = co-energia na posição desalinhado;
- N_s = número de polos do estator;
- N_r = número de polos do rotor;
- L_a = indutância na posição alinhada;
- L_d = indutância na posição desalinhado;
- I = corrente.

Vários scripts são escritos no Matlab para o cálculo dos valores da indutância, e da diferença da co-energia na posição alinhada e desalinhada. Assim, o valor do torque médio pode ser obtido.

O volume do motor é obtido através da soma do volume do estator e do rotor. Consequentemente, a densidade de torque é determinada pela Eq. 4 a seguir.

$$TV = \frac{T_{med}}{V_s + V_r} \quad (4)$$

As perdas no cobre para a corrente nominal são dadas por:

$$P_c = I^2 R_s \quad (5)$$

R_s representa a resistência da bobina e é calculada por:

$$R_s = \frac{\rho l_m NE}{a_c} \quad (6)$$

Onde:

- ρ = resistividade do material condutor;
- l_m = comprimento médio da espira;
- NE = número de espiras;
- a_c = seção do condutor.

O material condutor utilizado nas bobinas é o cobre, que possui resistividade igual a $\rho = 1,68 \times 10^{-8}$. O comprimento médio de cada bobina é calculado pela Eq. 7.

$$l_m = 2L + 2h_s + 2\pi \left(\frac{D_i}{2} \right) \quad (7)$$

B. Função Objetivo

A formulação da função objetivo do problema é, de fato, uma função multiobjetiva com a intenção de satisfazer os dois critérios de otimização adotados.

$$F_{obj}(\beta_s, \beta_r) = c_1 * f_1(\beta_s, \beta_r) + c_2 * f_2(\beta_s, \beta_r) \quad (8)$$

Onde:

- $f_1(\beta_s, \beta_r)$ = maximizar a densidade de torque;
- $f_2(\beta_s, \beta_r)$ = minimizar as perdas no cobre;
- $c_1 + c_2 = 1$ fatores de peso.

A partir da Eq. 8 é possível perceber que a otimização com dois objetivos foi simplificada para apenas uma função objetivo usando dois fatores de peso. Os fatores de peso são usados para estabelecer a relação de importância entre as funções a serem otimizadas, neste trabalho um fator de peso de 0,75 é usado para a densidade de torque e 0.25 para as perdas no cobre.

C. Restrições

As expressões a seguir apresentam as restrições impostas para a otimização de acordo com as condições de construção, partida e funcionamento do motor.

$$\beta_r \geq \beta_s \quad (9)$$

$$\frac{2\pi}{N_r} - \beta_r > \beta_s \quad (10)$$

IV. OTIMIZAÇÃO UTILIZANDO EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

Métodos heurísticos são algoritmos exploratórios que buscam resolver problemas, constituem uma busca contínua com vários ótimos locais cujo resultado é o melhor que se pode encontrar sob determinadas condições, ou dentro de um intervalo específico. Os métodos heurísticos são desenvolvidos para problemas de otimização específicos e sua principal limitação é a dificuldade de escapar de ótimos locais, por serem algoritmos de busca intensiva.

Meta-heurísticas são estratégias heurísticas mais sofisticadas e superam as heurísticas tradicionais uma vez que possuem estratégias para fugir da convergência prematura para pontos ótimos locais e encontrar o ponto ótimo global. Além disso, são uma solução de alto desempenho que possibilitam a generalização de procedimentos heurísticos para um extenso conjunto de problemas. Dentre os métodos meta-heurísticos estão os Algoritmos Evolutivos: Algoritmos Genéticos (AG), Evolução Diferencial (ED), Estratégias Evolutivas, etc [9]. Baseados nos mecanismos de seleção natural e na genética de populações, utilizando operadores de mutação, cruzamento e seleção para gerar novos indivíduos em busca do mais adaptado.

Os Algoritmos Evolutivos trabalham com uma população formada por um conjunto aleatório de indivíduos, ou seja, possíveis soluções para o problema. Durante as gerações, esta população é avaliada. Os mais adaptados são selecionados e podem sofrer modificações em suas características através de cruzamentos (crossover) e mutações, gerando descendentes. Finalmente, os mais adaptados entre indivíduos pais e filhos passam para a próxima geração, resultando em indivíduos cada vez mais aptos, enquanto indivíduos menos aptos tendem a desaparecer [9].

A ED foi apresentada por [8] como uma versão melhorada do AG, resolvendo de forma mais rápida problemas de otimização. É uma meta-heurística desenvolvida para ser um método de busca paralela, direta e estocástica [10]. Em ED, a operação mutação gera novos indivíduos pela adição da diferença ponderada entre dois indivíduos da população a um terceiro indivíduo, realizando em seguida um cruzamento. Por fim, uma seleção permite escolher o melhor indivíduo que irá participar da próxima geração. A ED é eficaz mesmo trabalhando com uma população pequena, funções descontínuas, multimodais e não-lineares, e vem sendo muito utilizada devido a sua simplicidade, rápida convergência e precisão.

Algumas variações do algoritmo ED básico têm sido desenvolvidas e utilizadas. Neste trabalho será utilizada a versão clássica ou básica de ED. O nome técnico deste método é “DE/rand/1/bin”, 1 vetor diferença é adicionado ao vetor base e o número de parâmetros doados pelo vetor mutante se assemelha a uma distribuição binomial [11]. Esta versão clássica de ED é suficiente para a maioria das aplicações, e será utilizada neste trabalho para a solução do problema proposto. Além disso, a eficiência e robustez do método será comparada com o algoritmo evolutivo pioneiro, o Algoritmo Genético.

A Fig. 6 mostra um esquema típico de ED. A mutação expande o espaço de busca, o cruzamento aumenta a diversidade dos indivíduos que sofreram a mutação e a seleção garante a produção de melhores filhos.

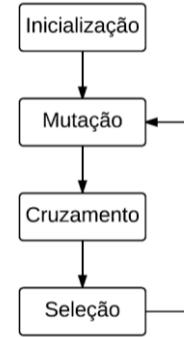


Figura 6. Esquema típico de ED.

Seja uma população de soluções candidatas, representada por $X_t = \{x_{t,i}; i = 1, \dots, N\}$ em que t é o índice da geração corrente e i é o índice do indivíduo na população. Um terceiro índice indica uma entre as n variáveis do problema.

A. Mutação

A população é modificada através da adição da diferença vetorial ponderada entre dois indivíduos aleatórios da população a um terceiro indivíduo. O processo de mutação pode ser escrito da seguinte forma:

$$v_{t,i} = x_{t,r1} + F(x_{t,r2} - x_{t,r3}) \quad (11)$$

Na equação acima $v_{t,i}$ representa a i -ésima solução mutante, F é um peso escalar aplicado ao vetor diferença e parâmetro do algoritmo de ED. O vetor $x_{t,r1}$, ao qual é aplicado a mutação diferencial, é denominado vetor de base e $r1, r2, r3 \in \{1, \dots, N\}$.

B. Cruzamento

O cruzamento é introduzido para aumentar a diversidade dos indivíduos que sofreram a mutação. Assim, as componentes do vetor experimental U_t são escolhidas pela seguinte comparação:

$$u_{t,i,j} = \begin{cases} v_{t,i,j}, & \text{se } r_j \leq CR \text{ ou } j = l_i \\ x_{t,i,j}, & \text{se } r_j > CR \text{ ou } j \neq l_i \end{cases} \quad (12)$$

Onde $l_i \in \{1, \dots, n\}$ é um índice aleatório sorteado para o vetor teste i . Como em algum momento a igualdade $j = l_i$ será verificada, essa condição garante que pelo menos um dos parâmetros da solução teste será herdado do indivíduo mutante. O parâmetro CR , probabilidade de cruzamento, controla a fração de valores em $u_{t,i}$ que são copiados do vetor mutante $v_{t,i}$.

C. Seleção

Este operador realiza um teste sobre a população gerada. Se o custo do vetor experimental for menor que o custo do vetor base, então o vetor experimental será escolhido para a próxima geração. Caso contrário, o vetor base continua na próxima geração.

$$x_{t+1,i} = \begin{cases} u_{t,i}, & \text{se } f(u_{t,i}) \leq f(x_{t,i}) \\ x_{t,i}, & \text{se } f(u_{t,i}) > f(x_{t,i}) \end{cases} \quad (13)$$

V. APLICAÇÃO E RESULTADOS

A. Dados do motor otimizado

O desempenho do método de otimização proposto é testado para um motor de 125W projetado em [6]. As especificações do motor são apresentadas na tabela a seguir.

TABELA I. DADOS DO PROJETO DO MOTOR.

Parâmetro	Unidade	Valor
Configuração	-	4:4
Potência	W	125
Corrente	A	9
Material do núcleo	-	M19
β_s	graus	45
β_r	graus	47.725
D_i	mm	55.5
D_0	mm	111.00
L	mm	38.85
l_{ps}	mm	21.24
l_{pr}	mm	22.25
c_s	mm	12.75
c_r	mm	12.75
h_s	mm	15.01
h_r	mm	7.25
D_{sh}	mm	15
NE	-	90
a_c	mm ²	1.04

B. Intervalos dos parâmetros otimizados

O menor valor para os arcos polares do estator e do rotor é dado por:

$$\min(\beta_s, \beta_r) = \frac{4\pi}{N_s N_r} \quad (14)$$

E considerando a recomendação citada e justificada na Seção II, a relação entre os arcos polares do rotor e do estator devem obedecer a seguinte condição:

$$1.0 < \frac{\beta_r}{\beta_s} \leq 1.2 \quad (15)$$

Logo, para o motor apresentado acima os arcos polares devem ser escolhidos dentro do intervalo apresentado a seguir:

$$45 \leq \beta_s, \beta_r \leq 54 \quad (16)$$

C. Resultados

Os algoritmos foram escritos e executados em Matlab e os parâmetros usados para o ED foram: tamanho da população = 30, probabilidade de cruzamento = 0.4, F = 0.8, número de iterações = 100. Os mesmos parâmetros foram utilizados para a execução do algoritmo genético. A Tab. II apresenta os resultados obtidos com a otimização do projeto.

TABELA II. RESULTADOS DO PROJETO OTIMIZADO DO MOTOR.

Parâmetro	Projeto Inicial	Projeto Ótimo
β_s (graus)	45	47.269
β_r (graus)	47.725	49.274
Torque médio (N.m)	3.1819	3.2719
Densidade de torque (N.m/m ³)	11316.51	11457.06

Perdas no cobre (W)	20.42	20.79
Volume (m ³)	2.8118 x10 ⁻⁴	2.8558 x10 ⁻⁴

Comparando os dados mostrados na Tab. II, o projeto otimizado da MRV produz um torque médio 2,83% maior com um aumento de 1.56% no volume e 1.24% na densidade de torque. As perdas no cobre aumentaram de 20.42W no projeto inicial para 20.79W no projeto otimizado, um aumento de 1.82%.

A Fig. 7 apresenta as curvas de convergência da função *fitness* para o algoritmo de evolução diferencial e algoritmo genético, com a finalidade de comparar a convergência dos dois métodos.

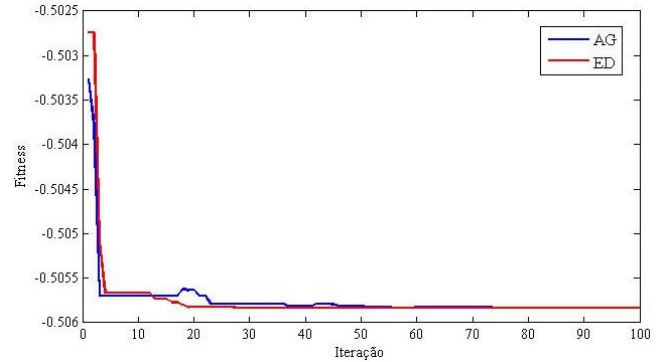


Figura 7. Curvas de convergência dos diferentes métodos de otimização.

Pode-se concluir, a partir da Fig. 7, que o algoritmo de evolução diferencial apresenta melhor convergência, alcançando o resultado esperado por volta da trigésima geração, enquanto que o AG alcança o mesmo resultado após a septuagésima geração. Essa diferença se dá, pois, a ED utiliza de um mecanismo de busca baseado na diferença entre dois vetores, assim, à medida que a população evolui, a direção e o tamanho do passo da busca muda, ajustando-se de acordo com a distribuição da população no espaço de busca.

A Tab. III apresenta a análise estatística dos dois métodos com o objetivo de comparar a robustez e o desempenho de cada método. Para isso, cada programa é executado 50 vezes independentemente. É possível perceber através da moda, que o algoritmo de ED encontra a melhor solução mais vezes que o AG, os valores de média, erro padrão e desvio padrão também indicam que os resultados obtidos através do algoritmo de ED são mais confiáveis, pois apresentam maior probabilidade de estarem corretos.

TABELA III. ESTUDO ESTATÍSTICO DE 50 EXECUÇÕES PARA OS ALGORITMOS DE ED E AG.

	AG	ED
Melhor solução	-0.5058330894	-0.5058330894
Pior solução	-0.5058323145	-0.5058328509
Média	-0.5058329093	-0.5058330822
Desvio Padrão	1.859628 x10 ⁻⁷	3.541261 x10 ⁻⁸
Erro Padrão	2.629911 x10 ⁻⁸	5.008099 x10 ⁻⁹
Moda	-0.5058330297	-0.5058330894

VI. CONCLUSÕES

A partir dos documentos citados a otimização de motores a relutância variável multifásicos é uma temática frequente, no

entanto a otimização de MRV monofásicos é um tema pouco estudado. Este trabalho propôs um método de otimização multiobjectivo para esse tipo de MRV, em especial ao MRV monofásico com 4 polos no estator e 4 polos no rotor.

As variáveis otimizadas foram os arcos polares do estator e rotor, e, portanto, a forma do polo. Os resultados obtidos foram apresentados e comparados ao projeto inicial, comprovando que o projeto inicial estava bom, porém a otimização permitiu um projeto mais adequado e vantajoso para a construção de um protótipo.

Portanto, a partir dos resultados apresentados, ambos os algoritmos utilizados, Evolução Diferencial e Algoritmos Genéticos, são capazes de entregar os resultados ótimos esperados. No entanto, a convergência do algoritmo de ED é mais rápida, e a partir da análise estatística de 50 execuções de ambos os programas, o algoritmo de ED conseguiu entregar o resultado esperado mais frequentemente, se destacando frente ao AG como um método mais eficiente e robusto para este tipo de aplicação.

REFERÊNCIAS

- [1] J. Pyrhönen, T. Jokinen and V. Hrabovcová, *Design of rotating electrical machines*. Chichester, U.K.: Wiley, 2008.
- [2] R. Krishnan, *Switched reluctance motor drives*. Boca Raton, FL: CRC Press, 2001.
- [3] M. Balaji and V. Kamaraj, 'Differential evolution optimization combined with chaotic sequences for optimal design of switched reluctance machine', *Journal of Theoretical & Applied Information Technology*, vol. 27, no. 2, pp. 62-67, 2011.
- [4] Wei Wu, J. Dunlop, S. Collocott and B. Kalan, 'Design optimization of a switched reluctance motor by electromagnetic and thermal finite-element analysis', *IEEE Trans. Magn.*, vol. 39, no. 5, pp. 3334-3336, 2003.
- [5] B. Mirzaeian, M. Moallem, V. Tahani and C. Lucas, 'Multiobjective optimization method based on a genetic algorithm for switched reluctance motor design', *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, no. 3, pp. 1524-1527, 2002.
- [6] A. Mamede and J. Camacho, 'Design Procedures and Analysis for Single-Phase Variable Reluctance Motors' unpublished, presented at International Conference on Renewable Energies and Power Quality, Madrid, Spain, 2016.
- [7] M. Balaji and V. Kamaraj, 'Evolutionary computation based multi-objective pole shape optimization of switched reluctance machine', *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 43, no. 1, pp. 63-69, 2012.
- [8] R. Storn and K. Price, 'Differential Evolution - a Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces', *Technical Report TR-95-012*, 1995.
- [9] P. Rampazzo, A. Yamakami and F. França, 'Algoritmo Genético e Evolução Diferencial para a Resolução do Problema de Planejamento Hidrelétrico.', in *Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional*, 1st ed., L. Rodrigues, M. Steiner and H. Lopes, Ed. Curitiba: Omnipax Editora, 2013, pp. 309-326.
- [10] R. Storn and K. Price, 'Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces.', *Journal of Global Optimization*, vol. 11, no. 4, pp. 341-359, 1997.
- [11] K. Price, R. Storn and J. Lampinen, *Differential evolution*. Berlin: Springer, 2005.