

# Estudo Comparativo de Sobreensões Atmosféricas em Linhas de Transmissão Devido às Descargas em Torres por meio do Método FDTD e do Programa ATP

Guilherme Saldanha Kroetz, Fernando Augusto Moreira, Marcela Silva Novo

Departamento de Engenharia Elétrica  
Universidade Federal da Bahia, UFBA  
Salvador, Brasil

**Resumo**—Este trabalho realiza um estudo comparativo das sobreensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão por meio do programa ATP e do método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD), que foi implementado na linguagem FORTRAN. Para isto, na simulação no ATP, utilizou-se um modelo de torre de transmissão de múltiplos estágios, e valores recomendados dos parâmetros de descargas atmosféricas para várias tensões de transmissão. O modelo eletromagnético FDTD representa a onda esférica da descarga atmosférica plenamente, pois leva em consideração as equações de Maxwell em três dimensões. Em contrapartida, o ATP utiliza a teoria de linhas de transmissão, que leva em consideração o modo TEM de propagação. Os resultados mostraram que os métodos utilizados se tornam mais discrepantes à medida que se tem torres mais elevadas.

**Palavras Chaves** – Descargas atmosféricas, ATP, método FDTD, Torre de transmissão.

## I. INTRODUÇÃO

A performance de linhas de transmissão frente a surtos atmosféricos é de grande interesse por parte das concessionárias de transmissão de energia elétrica, tendo em vista a possível interrupção no fornecimento de energia às diversas cargas conectadas às linhas. Para isto, os modelos da torre de transmissão em simulações computacionais devem ser o mais próximo possível da realidade. A impedância de uma torre de transmissão vista como um condutor vertical foi estudada por meio de abordagens experimentais [1-3], por meio da teoria de circuitos [4], e pela abordagem eletromagnética [5,6]. Como uma torre de transmissão é um sistema vertical em relação ao solo, a teoria de circuitos por parâmetros distribuídos não é adequada para lidar com a propagação eletromagnética da onda na torre. Isto se deve ao fato de que, à medida em que a onda se propaga do topo da torre de transmissão em direção ao solo, as linhas de força do campo elétrico ainda não atingiram o mesmo, logo, não faz sentido definir a capacitância por unidade de comprimento da torre em relação à terra. Outro fato é que o fluxo magnético gerado pela onda viajante permanece nas proximidades, deste

modo, a impedância efetiva resultante é diferente daquela obtida considerando campos magnéticos quasi-estáticos. Mesmo se a impedância da torre for precisamente obtida por meio do método FDTD, as tensões nas cadeias de isoladores calculadas a partir desta impedância, pela teoria de circuitos, são consideradas incorretas [6]. Devido aos fatos supracitados, fenômenos muito rápidos devem ser analisados por métodos numéricos eletromagnéticos, como o método FDTD e o Método dos Momentos (MoM), pois levam em consideração as equações de Maxwell em três dimensões. Neste artigo, é realizado um estudo comparativo das sobreensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão por meio do programa ATP, utilizando o modelo de Ishii [2], e do método FDTD, que foi implementado na linguagem FORTRAN. O artigo é dividido em cinco seções, a seção II trata dos modelos aplicados ao estudo das sobreensões atmosféricas, a seção III valida o método FDTD e a seção IV apresenta os resultados obtidos para torres de diferentes alturas. Finalmente, a seção V mostra as conclusões do trabalho.

## II. MODELOS APLICADOS AO ESTUDO DAS SOBREÊNCIAS ATMOSFÉRICAS

Nesta seção, são apresentadas as duas metodologias utilizadas na simulação: o modelo de Ishi [2], que utiliza a teoria de linhas de transmissão; e o método FDTD, que emprega, neste caso, a teoria eletromagnética em três dimensões.

### A. ATP - Modelo de Ishii

O programa ATP (Alternative Transients Program), é um programa do tipo EMTP (Electromagnetic Transient Program). O mesmo utiliza a integração trapezoidal para a modelagem de elementos a parâmetros concentrados e o método de Bergeron para a modelagem de linhas de transmissão a parâmetros distribuídos. É o software mais utilizado entre os pesquisadores, pois é robusto e confiável nos estudos de transitórios em sistemas elétricos de potência.

A torre de transmissão, de configuração vertical de múltiplos níveis, é representada por quatro impedâncias de surto a parâmetros distribuídos ( $Z_t$ ), como ilustrado na Fig. 1. Para representar a distorção e a atenuação da onda viajante, um circuito paralelo RL é inserido em cada seção. Os valores de R e L são definidos de acordo com as seguintes equações [5]:

$$R_i = \Delta R_i \cdot x_i \quad (1)$$

$$L_i = 2\tau R_i \quad (2)$$

$$\Delta R_1 = \Delta R_2 = \Delta R_3 = \frac{2Z_{t1}}{(h-x_4)} \cdot \ln\left(\frac{1}{\alpha_1}\right) \quad (3)$$

$$\Delta R_4 = \frac{2Z_{t4}}{h} \cdot \ln\left(\frac{1}{\alpha_4}\right) \quad (4)$$

onde

$\tau = h/c$  – tempo de propagação da onda ao longo da torre;

$h$  – altura da torre;

$c$  – velocidade de propagação da onda viajante na torre;

$\alpha_1 = \alpha_4 = 0.89$  – atenuação ao longo da torre;

$R_t$  – resistência de aterramento;

$Z_t$  – impedância de surto.

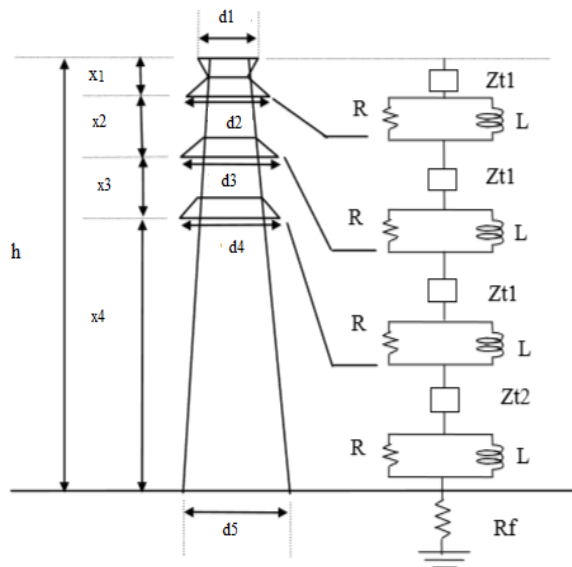


Fig. 1. Modelo de Ishii de uma torre de transmissão [2].

### B. Método das Diferenças Finitas (FDTD)

O método das diferenças finitas é um dos métodos numéricos mais antigos para a solução de equações diferenciais parciais e ordinárias. As derivadas são substituídas por equações de diferenças finitas, resultando em valores discretizados da solução. Neste trabalho, utiliza-se o algoritmo de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) desenvolvido por Kane Yee em 1966 [7]. O FDTD baseia-se na discretização direta das equações de Maxwell e, portanto, é um método flexível no tratamento de problemas envolvendo geometrias e meios complexos. Aqui, o método FDTD é aplicado a um problema tridimensional (3D). Todavia, ressalta-se que quanto maior o número de incógnitas (valores discretizados da solução) do problema, maior o custo

computacional, pois uma maior quantidade de memória e tempo computacional são despendidos.

Assumindo um meio isotrópico e não-dispersivo, as equações de Maxwell em coordenadas cartesianas são:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (8)$$

onde

$\vec{E}$  – vetor intensidade de campo elétrico;

$\vec{H}$  – vetor intensidade de campo magnético;

$\rho$  – densidade de carga;

$\epsilon$  – permissividade elétrica do meio;

$\mu$  – permeabilidade magnética do meio;

$\sigma$  – condutividade elétrica do meio.

Como o sistema no qual o problema se encontra é ilimitado e computacionalmente existe a necessidade de se truncar a região de interesse devido às limitações de memória do computador, o domínio computacional é terminado por uma condição de contorno absorvente do tipo camada uniaxial perfeitamente casada (UPML – *Uniaxial Perfectly Matched Layer*) [8,9]. A utilização da UPML evita que reflexões oriundas da terminação da grade computacional contaminem a solução na região de interesse. Cabe ressaltar que a UPML é terminada por um condutor elétrico perfeito (PEC).

A região de interesse é discretizada utilizando o cubo de Yee (célula computacional), conforme ilustrado na figura 2. A região de interesse é discretizada espacialmente em todas as direções, com um passo espacial  $\Delta s$ . Dentro da célula, os campos eletromagnéticos são considerados constantes. No espaço temporal, as componentes de campo  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  estão intercaladas de 0.5 incrementos temporais ( $\Delta t$ ).

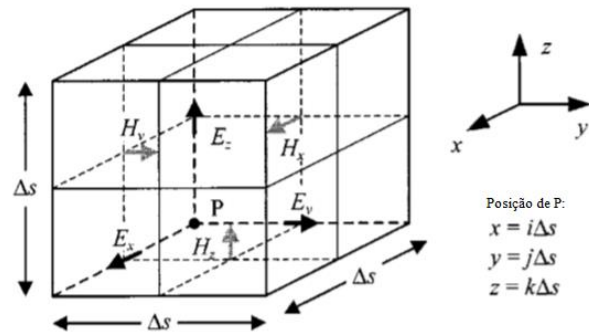


Fig. 2. Configuração dos campos elétricos e magnéticos na célula de Yee [10].

As derivadas espaciais e temporais parciais provenientes das equações de Maxwell (5) e (6) são substituídas pelas diferenças finitas centrais [8]:

$$\left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right| \approx \frac{f\left(x + \frac{\Delta s}{2}\right) - f\left(x - \frac{\Delta s}{2}\right)}{\Delta s} \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial f(t)}{\partial t} \right| \approx \frac{f\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) - f\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)}{\Delta t} \quad (10)$$

onde  $f$  denota um componente de  $\vec{E}$  ou  $\vec{H}$ . Assumindo que os campos elétricos e magnéticos são calculados em  $t = n\Delta t$  ( $n = 0, 1, \dots$ ), obtém-se (11) – (16). Para o campo elétrico em  $x$ , por exemplo, utiliza-se a seguinte notação:

$$E_x(x, y, z, t) = E_x(i\Delta_x, j\Delta_y, k\Delta_z, n\Delta t) = E_x[i, j, k]$$

Logo,  $E_x^n(i + \frac{1}{2}, j, k)$  denota um componente elétrico na posição  $x = (i + \frac{1}{2})\Delta_s$ ,  $y = j\Delta_s$ ,  $z = k\Delta_s$ , em  $t = n\Delta t$ .

$$\begin{aligned} E_x^n(i + 1/2, j, k) = & C_1 E_x^{n-1}(i + 1/2, j, k) \\ & + C_2 \{ H_z^{n-1/2}(i + 1/2, j + 1/2, k) \\ & - H_z^{n-1/2}(i + 1/2, j - 1/2, k) \\ & - H_y^{n-1/2}(i + 1/2, j, k + 1/2) \\ & + H_y^{n-1/2}(i + 1/2, j, k - 1/2) \} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} E_y^n(i, j + 1/2, k) = & C_1 E_y^{n-1}(i, j + 1/2, k) \\ & + C_2 \{ H_x^{n-1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) \\ & - H_x^{n-1/2}(i, j + 1/2, k - 1/2) \\ & - H_z^{n-1/2}(i + 1/2, j + 1/2, k) \\ & + H_z^{n-1/2}(i - 1/2, j + 1/2, k) \} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} E_z^n(i, j, k + 1/2) = & C_1 E_z^{n-1}(i, j, k + 1/2) \\ & + C_2 \{ H_y^{n-1/2}(i + 1/2, j, k + 1/2) \\ & - H_y^{n-1/2}(i - 1/2, j, k + 1/2) \\ & - H_x^{n-1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) \\ & + H_x^{n-1/2}(i, j - 1/2, k + 1/2) \} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} H_x^{n+1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) = & H_x^{n-1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) \\ & + D_1 \{ -E_z^n(i, j + 1, k + 1/2) \\ & + E_z^n(i, j, k + 1/2) \\ & + E_y^n(i, j + 1/2, k + 1) \\ & - E_y^n(i, j + 1/2, k) \} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} H_y^{n+1/2}(i + 1/2, j, k + 1/2) = & H_y^{n-1/2}(i + 1/2, j, k + 1/2) \\ & + D_1 \{ -E_x^n(i + 1/2, j, k + 1) \\ & + E_x^n(i + 1/2, j, k) \\ & + E_z^n(i + 1, j, k + 1/2) \\ & - E_z^n(i, j, k + 1/2) \} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} H_z^{n+1/2}(i + 1/2, j + 1/2, k) = & H_z^{n-1/2}(i + 1/2, j + 1/2, k) \\ & + D_1 \{ -E_y^n(i + 1, j + 1/2, k) \\ & + E_y^n(i, j + 1/2, k) \\ & + E_x^n(i + 1/2, j + 1, k) \\ & - E_x^n(i + 1/2, j, k) \} \end{aligned} \quad (16)$$

Os coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$  e  $D_1$  são dados por:

$$C_1 = \frac{1 - \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}, C_2 = \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta s} \frac{1}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}, D_1 = \frac{\Delta t}{\mu \Delta s} \quad (17)$$

É importante salientar que, embora (7) e (8) não estejam explicitamente formuladas, é provado que (11) – (16) automaticamente satisfazem as mesmas [8].

Quanto a estabilidade numérica do FDTD, ela é limitada pelo passo temporal, o qual deve satisfazer o critério da condição de Courant [9]:

$$\frac{\Delta t}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \leq \frac{\Delta s}{\sqrt{3}} \quad (18)$$

Por outro lado, o erro de dispersão do algoritmo FDTD é minimizado quando a relação acima é uma igualdade. Deste modo, a equação para o cálculo do passo de tempo  $\Delta t$  a partir de um passo espacial  $\Delta s$  é:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{c\sqrt{3}} \quad (19)$$

### III. VALIDAÇÃO DO MÉTODO FDTD

Nesta seção, a acurácia do método FDTD é validada pela comparação entre os resultados obtidos neste último e no ATP. Foi simulada uma torre de transmissão, de 80 m, com circuito duplo de 500 kV. A corrente da descarga em ambas as simulações é uma rampa, com uma amplitude de 150 kA, e um tempo de subida de 3  $\mu$ s. É importante salientar que, para frentes de onda lentas, o FDTD e o ATP devem produzir resultados próximos. A descarga atmosférica foi modelada por meio de uma resistência de 400  $\Omega$  em paralelo com a fonte de corrente [4]. O passo espacial  $\Delta s$  é de 1m, e o passo temporal  $\Delta t$  utilizado no ATP e no método FDTD é o mesmo. Os cabos-guarda são do tipo OPGW (*Optical Ground Wire*) com uma seção de 290 mm<sup>2</sup>, cada fase é do tipo ACSR (*Aluminium Conductor Steel Reinforced*), quatro condutores com um espaçamento de 50 cm, estes com seção individual de 810 mm<sup>2</sup>. Foi escolhido, para a representação do solo, um plano condutor eletricamente perfeito (PEC), visto que, o foco deste artigo é apenas a comparação dos resultados entre o EMTP e o método FDTD. Neste caso, a onda é totalmente refletida com amplitude inversa. É importante salientar que, para torres muito elevadas, o tempo de retorno da onda viajante pela torre pode ser maior que o tempo de subida da mesma, deste modo, a tensão nas cadeias de isoladores permanece a mesma.

No ATP, a linha de transmissão foi representada pelo modelo de Bergeron, com 8 fases. Segundo [4], uma torre de 80m apresenta impedâncias de surto  $Z_{t1}$  e  $Z_{t2}$  em torno de 220  $\Omega$  e 150  $\Omega$ , respectivamente. Todavia, para a validação do método FDTD, de acordo com [6] e [11], a impedância de surto utilizada no EMTP deve ser calculada de modo que a divisão de corrente entre a torre e o cabo-guarda satisfaça os

resultados obtidos por meio do método FDTD, deste modo, utilizou-se uma impedância de surto  $Z_{t2}$  de  $200\Omega$ . Os parâmetros da torre, conforme a fig.1, são mostrados na tabela I.

TABELA I. PARÂMETROS DO MODELO DA TORRE

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ | $d_5$ | $r_f$     |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----------|
| 10m   | 16m   | 12m   | 30m   | 26m   | 24m   | 28m   | 11m   | $0\Omega$ |

No método FDTD, a torre de transmissão, o canal da descarga atmosférica e os cabos foram modelados por meio da técnica de fios finos (*thin wire* [12,13]). O sistema estudado se encontra em um espaço de  $48\text{m} \times 35\text{m} \times 150\text{m}$ . A fonte de corrente se localiza entre a torre e o canal do raio, a mesma é pontual, logo, a onda viajante é esférica. O arranjo para o cálculo das sobretensões atmosféricas pode ser observado na fig. 3.

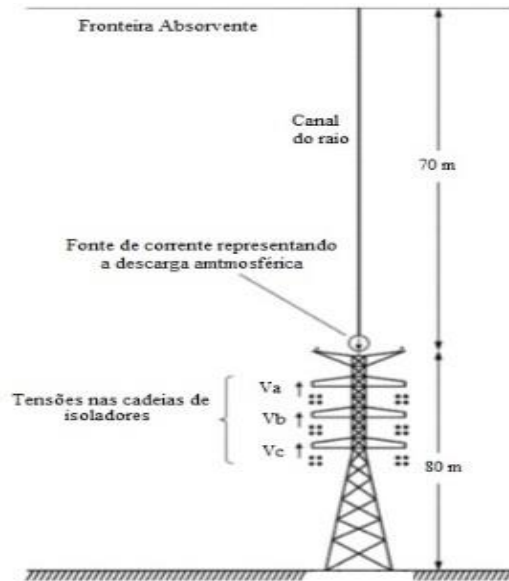


Fig. 3. Arranjo para o cálculo das sobretensões atmosféricas em uma torre de transmissão de 500 kV [15].

De acordo com a fig. 4, é possível observar que, os picos (parâmetros de interesse do presente artigo) estão próximos, validando o método FDTD. A diferença no pico das tensões é devido ao maior coeficiente de acoplamento entre o cabo-guarda e os condutores fase no modo TEM. O modelo de torre de Ishii compensa este efeito assumindo uma impedância de surto da torre mais elevada [11].

As formas de onda calculadas pelo método FDTD diferem na subida e na cauda das calculadas pelo EMTP, isto se deve ao fato deste último utilizar o modo TEM (*transverse electromagnetic*) de propagação da onda eletromagnética [11].

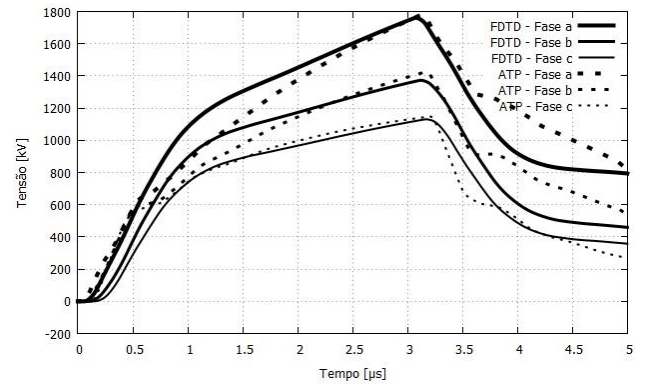
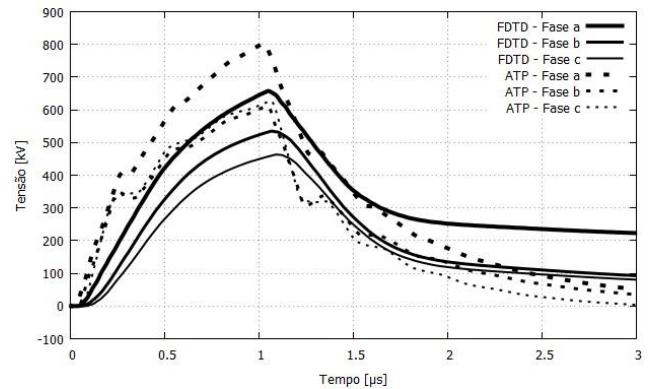


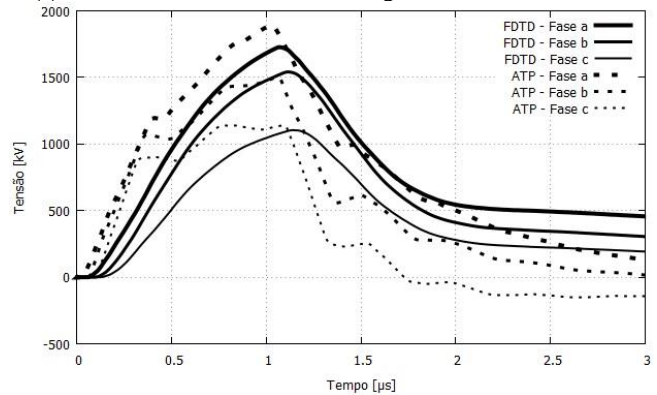
Fig. 4. Tensões nas cadeias de isoladores por meio do método FDTD e do software EMTP.

#### IV. RESULTADOS

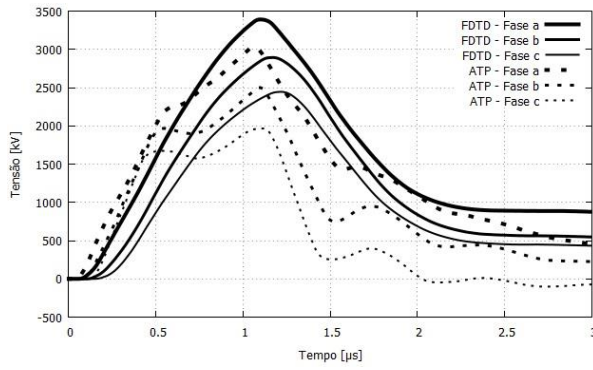
Esta seção apresenta as tensões calculadas nas cadeias de isoladores em torres de transmissão de 40, 60, 80 e 100 m, para correntes de descarga atmosférica de -60, -110, -150 e -190 kA, respectivamente, parâmetros recomendados segundo [4]. Dois casos são estudados, o 1º, para um tempo de subida de  $1\mu\text{s}$  (pior caso para uma descarga de retorno), e o 2º, para um tempo de subida de  $0,1\mu\text{s}$  (pior caso para uma descarga subsequente) [6]. O sistema é o mesmo utilizado para a validação do método FDTD.



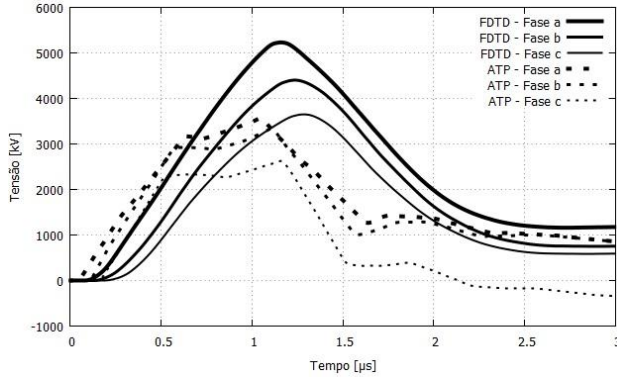
(a) Torre de 40m, corrente de descarga atmosférica de -60 kA.



(b) Torre de 60m, corrente de descarga atmosférica de -110 kA



(c) Torre de 80m, corrente de descarga atmosférica de -150 kA



(d) Torre de 100m, corrente de descarga atmosférica de -190 kA  
Fig. 5. Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de  $1\mu s$ .

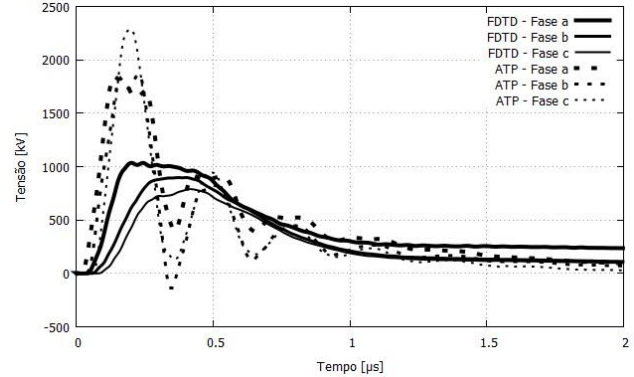
A fig. 5 mostra as tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de  $1\mu s$  para diferentes alturas. Pode-se observar que, para as torres de 40m e 60m, as tensões pelo método FDTD são menores que no ATP. Para torres de 80 e 100m, ocorre o inverso. O erro percentual entre as amplitudes da fase *a* nos dois métodos é menor para a torre de 60m, como pode ser observado na tabela II. Isto se deve ao fato dos parâmetros  $Z_{t1}$  e  $Z_{t2}$  em [2] terem sido calculados para uma torre de 62,8m. Cabe ressaltar que os valores dos parâmetros RL são alterados a depender da altura da torre, e os valores de  $Z_{t1}$  e  $Z_{t2}$  permanecem os mesmos, neste caso.

TABELA II. ERRO PERCENTUAL ENTRE AMPLITUDES DA FASE A NO ATP E NO FDTD PARA UM TEMPO DE FRENTE DE  $1\mu s$

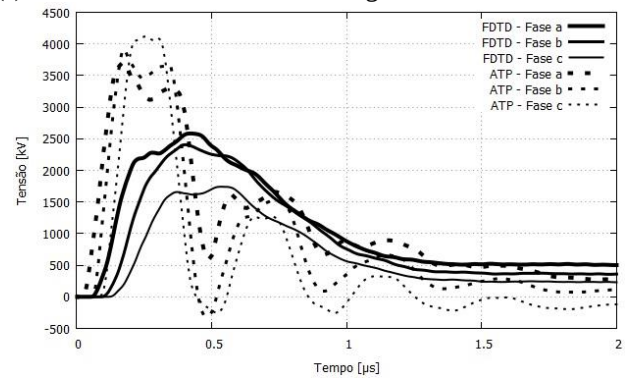
| Altura da torre | 40m   | 60m | 80m    | 100m  |
|-----------------|-------|-----|--------|-------|
| Erro percentual | 18,1% | 7%  | 10,68% | 31,2% |

Para um tempo de frente de  $0,1\mu s$ , vide fig. 6, observa-se que, além das tensões nas cadeias de isoladores serem maiores no ATP, as amplitudes das tensões nas cadeias de isoladores estão trocadas,  $V_c > V_b > V_a$ , assim como constata [6] e [15], o correto seria  $V_a > V_b > V_c$ . Isto ocorre pois, assim que a corrente é injetada no cabo-guarda, o acoplamento entre este, o solo, e as fases é instantaneamente considerada, e obtido assumindo-se o modo TEM de propagação. O método FDTD, em contrapartida, considera o tempo que a onda viajante refletida leva para chegar ao topo da torre, deste modo, o campo eletromagnético produzido pela corrente no cabo-guarda ainda não foi suficientemente formado entre este último e o solo, portanto, o acoplamento entre o cabo-guarda e

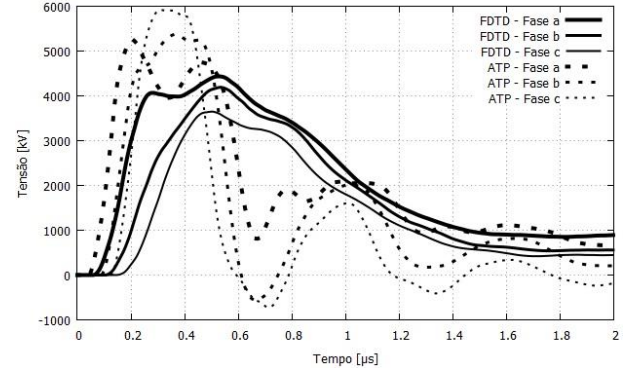
as fases não levam em consideração os valores calculados assumindo um modo TEM de propagação. Os resultados no ATP mostram também uma oscilação significativa, conforme obtido em [11].



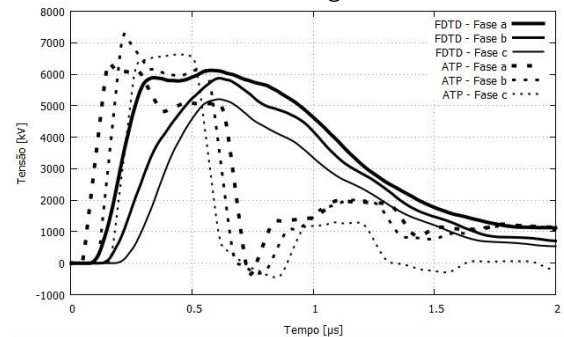
(a) Torre de 40m, corrente de descarga atmosférica de -60 kA.



(b) Torre de 60m, corrente de descarga atmosférica de -110 kA.



(c) Torre de 80m, corrente de descarga atmosférica de -150 kA.



(d) Torre de 100m, corrente de descarga atmosférica de -190 kA.  
Fig. 6. Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de  $0,1\mu s$ .

## V. CONCLUSÕES

Este trabalho desenvolveu um modelo computacional tridimensional (3D) utilizando o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) e o programa ATP, para analisar as sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão. Foram simuladas torres de 40, 60, 80 e 100m, onde observou-se que, para descargas atmosféricas com tempo de frente de 0,1 $\mu$ s, o erro percentual entre as amplitudes da fase *a* é menor para a torre de 60m.

Para descargas atmosféricas com tempo de frente de 0,1  $\mu$ s, as tensões calculadas nas cadeias de isoladores, para todos os casos, são maiores no ATP em relação ao FDTD. Para torres com altura acima de 100m, a tendência é que as tensões calculadas no FDTD sejam maiores que as do ATP. Além disso, ocorre a inversão das tensões nas cadeias de isoladores.

Com base nas conclusões anteriores, verifica-se que o tempo de subida da descarga atmosférica e a altura da torre são parâmetros fundamentais no estudo de sobretensões atmosféricas. Deste modo, há margem para novos estudos em relação à confiabilidade do programa ATP quando comparado ao método FDTD. Em termos de trabalhos futuros, pretende-se incluir o solo no domínio computacional FDTD para investigar o efeito do aterramento na sobretensão atmosférica nas cadeias de isoladores.

## REFERÊNCIAS

- [1] Kawai M., "Studies of the surge response on a transmission line tower". *IEEE Trans Power Apparatus Syst*, pp: 30–34, Jan, 1964.
- [2] M.Ishii et al., "Multistory transmission tower model for lightning surge analysis," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. PWRD-6, no. 3, p. 1372, Jul. 1991.
- [3] Hara T, Yamamoto O. "Modelling of a transmission tower for lightning-surge analysis". *IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution*, pp: 283–289, Maio 1996.
- [4] Ametani A., Kawamura T., "A Method of a Lightning Surge Analysis Recommended in Japan using EMTP", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 20, no 2, Abril, 2005.
- [5] Baba Y., Ishii M., "Numerical Electromagnetic Field Analysis of Tower Surge Response". *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 12, no 1, Janeiro, 1997.
- [6] Noda T., "A Tower Model for Lightning Overvoltage Studies Based on the Result of an FDTD Simulation". *Electrical Engineering in Japan*, vol. 164, no 1, 2008, Criepti, Japão.
- [7] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-14, pp. 302–307, Maio 1966.
- [8] Taflov A., Hagness, S. C., "Computational Electrodynamics – The Finite-Difference Time-Domain Method", 3a ed., Artech House, London/Boston, 2005.
- [9] Sacks, Z. S., Kingsland D. M., Lee R., Lee, J. F., "A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, pp. 1460-1463, 1995.
- [10] Noda T, Yokoyama S. "Thin wire representation in finite difference time domain surge simulation". *IEEE Trans Power Delivery*, vol 17, pp: 840–847, 2002.
- [11] Itamoto N., Kawamura H., Shinjo K., Motoyama H., Ishii M., "Accuracy of Lightning Surge Analysis of Tower Surge Response". *International Conference on Power System Transients (IPST2009)*, Junho, 2009, Japão.
- [12] Noda T., Yokoyama S., "Thin Wire Representation in Finite Difference Time Domain Surge Simulation". *IEEE Trans. on Power Deliv.*, vol 17, no 3, Julho, 2002.
- [13] Asada T., Baba Y., Nagaoka N., Ametani A. "An Improved Thin Wire Representation for FDTD Transient Simulations". *IEEE Trans. on Electromag. Compat.*, 2014.
- [14] Noda T., Tatematsu A., Yokoyama S., "Improvements of an FDTD-Based Surge Simulation Code and Its Application to the Lightning Overvoltage Calculation of a Transmission Tower". *International Conference on Power Systems Transients*, (IPST 2005) Junho, 2005, Montreal, Canadá.
- [15] Baba Y., Ishii M., "Numerical Electromagnetic Field Analysis on Lightning Surge Response of Tower with Shield Wire". *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 15, no 3, Julho, 2000.