

Fluxo de Potência para Redes Fracamente Malhadas: Modificação do Método da Soma de Potências

Pamela S. S. Souza e Helon D. M. Braz
Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade Federal da Paraíba
Email: {pamela.souza, helon}@cear.ufpb.br

Resumo—Os primeiros métodos computacionais de fluxo de potência foram desenvolvidos para redes de transmissão e podem apresentar problemas de convergência quando utilizados na solução de redes de distribuição. Por isso, métodos específicos para estas redes foram desenvolvidos. Este trabalho propõe um método para resolução de fluxo de carga em redes de distribuição fracamente malhadas, baseado nos Métodos da Soma de Potências e de Newton. O método proposto é validado utilizando uma rede com cinco anéis cujas cargas são representadas como potência constante. Os resultados de tensão nas barras e perdas nos ramos são comparados com os obtidos no ANAREDE[®] com resultados promissores.

Palavras-chave: fluxo de potência, redes fracamente malhadas, método da soma de potências.

I. INTRODUÇÃO

O cálculo do fluxo de carga é uma ferramenta de grande importância para análise de sistemas de potência, seja para gerenciamento, planejamento ou otimização das redes. Os primeiros métodos para resolução de fluxo de carga foram desenvolvidos para sistemas bem condicionados e se baseavam nas características dos sistemas de transmissão. Os métodos de Gauss-Seidel (GS), Newton-Raphson (NR) e Desacoplado Rápido (DR) foram os primeiros, e são conhecidos como métodos clássicos [1]–[3].

O aumento do consumo de energia, bem como o desenvolvimento tecnológico, favoreceram o crescimento das redes de distribuição. Tais redes possuem características distintas das redes de transmissão e, devido a essas diferenças, os métodos clássicos podem apresentar dificuldades de convergência. Visando tirar proveito da topologia majoritariamente radial das redes de distribuição, métodos com varreduras reversa e direta (do inglês, *sweep backward/forward*, *b/f*) foram desenvolvidos. Esse conjunto de métodos tem em comum serem iterativos e baseados em varreduras, mas diferem nas variáveis elétricas que são atualizadas a cada varredura [4], [5]. Exemplos de algoritmos que pertencem a esse conjunto são os Métodos da Soma de Correntes (MSC) e da Soma de Potências (MSP).

Os primeiros métodos com varreduras assumiam os sistemas de distribuição como puramente radiais [5]–[9]. Na prática, porém, eles são construídos com algumas chaves de conexão e interligação, e o modo como elas são operadas cria a possibilidade de formação de alguns anéis, passando a ser fracamente malhada [10].

O primeiro método *b/f* para resolução de redes fracamente malhadas foi publicado em [11]. Nele, foi possível calcular o fluxo de carga utilizando técnicas de compensação de múltiplas portas, equivalente de Thévenin, leis de Kirchhoff, matriz de impedância e, quebrando cada anel em dois nós (*breakpoints*). Posteriormente, em [12] foi apresentado o método adaptado para sistemas trifásicos. Em [13] e [14] foram propostos métodos semelhantes.

Em [15] foi apresentada uma solução para fluxo de carga de circuitos trifásicos desbalanceados radiais ou fracamente malhados onde são construídas duas matrizes e após isto, o fluxo é resolvido fazendo uso de operações puramente matemáticas. Posteriormente, em [16] foi publicado um aprimoramento do método descrito em [15] para sistemas balanceados. Neste, apenas uma matriz precisa ser construída, necessitando de menos memória e tempo computacional. Em [17] também foi proposta uma melhoria no método descrito em [15], reduzindo o tamanho da matriz final e assim, economizando memória.

Neste trabalho é proposto um método para resolução de fluxo de carga em redes fracamente malhadas e balanceadas, baseado nos Métodos da Soma de Potências e de Newton. Nele, os anéis da rede fracamente malhada são abertos criando uma rede radial equivalente a rede original e que pode ter seu fluxo calculado pelo MSP convencional. Para garantir que a rede radial gerada pela abertura dos anéis seja equivalente à rede original, as tensões complexas calculadas nas barras de abertura dos anéis devem ser iguais. Esta equiparação é feita pelo método de Newton, variando as cargas nas barras de abertura de anel até igualar suas tensões complexas.

O presente texto está organizado em 4 seções: uma introdução ao problema é apresentada na seção 1; o método proposto é descrito matematicamente na seção 2; na seção 3 são feitas as validações; e as conclusões do trabalho são apresentadas na seção 4.

II. MÉTODO PROPOSTO

O método proposto é formulado com apoio de dois sistemas de potência fictícios apresentados nas seções II-A e II-B.

A. Sistema de 3 barras

Considere o sistema da Fig. 1, em que o anel existente {1, 2, 3} é eliminado pela divisão da barra 2 de referência

e a criação da barra fictícia 4, sendo as barras de abertura de anel $\{2, 4\}$. A rede radial resultante possui 4 trechos: SE-1, 1-3, 3-4, 1-2. As cargas nas barras de abertura do anel estão indicadas na Fig. 1.b.

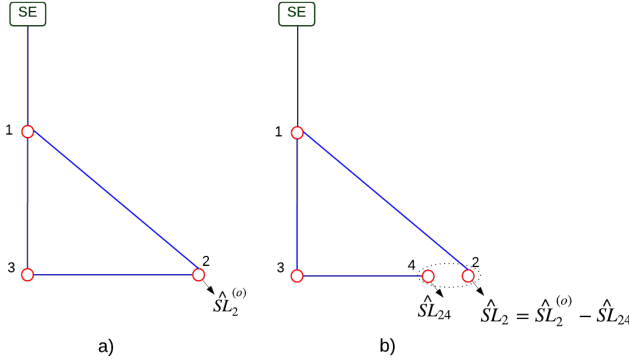


Figura 1: Diagrama do sistema de 3 barras: a) Sistema Original b) Equivalente radial com 4 barras.

Os sobrescritos (o) indicam cargas originais do sistema antes da abertura do anel. $\hat{S}_{L24} = PL_{24} + jQL_{24}$ são as variáveis que se deseja calcular para fazer $\hat{V}_2 = \hat{V}_4$.

A igualdade de números complexos ocorre quando não há diferença nas partes real e imaginária, de modo que são definidas *funções de erro* para medir a diferença de tensão observada entre as barras 2 e 4:

$$f_{24} = \text{real}(\hat{V}_2 - \hat{V}_4) \quad (1)$$

$$g_{24} = \text{imag}(\hat{V}_2 - \hat{V}_4). \quad (2)$$

Sendo *real* e *imag* funções capazes de obter as partes real e imaginária de um número complexo, nesta ordem.

Deve-se encontrar as raízes das funções f_{24} e g_{24} variando PL_{24} e QL_{24} . O equacionamento do método de Newton para essa aplicação é mostrado em (3).

$$\begin{bmatrix} \Delta PL_{24} \\ \Delta QL_{24} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{24}}{\partial PL_{24}} & \frac{\partial f_{24}}{\partial QL_{24}} \\ \frac{\partial g_{24}}{\partial PL_{24}} & \frac{\partial g_{24}}{\partial QL_{24}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_{24} \\ g_{24} \end{bmatrix} \quad (3)$$

O método pode ser iniciado com quaisquer valores de $\hat{S}_{L24}$. O MSP é então executado e são calculadas f_{24} e g_{24} . Restando, apenas, calcular a matriz Jacobiana. De posse desta, é possível obter novos valores para PL_{24} e QL_{24} que permitem iniciar a próxima iteração e assim por diante.

Para calcular a matriz Jacobiana, se faz necessário escrever f_{24} e g_{24} como funções de PL_{24} e QL_{24} . Partindo do cálculo das tensões nas barras de abertura de anel e tomando o fluxo trifásico em cada trecho, pode-se definir:

$$\hat{V}_2 - \hat{V}_4 = -\frac{1}{\hat{V}_2^*} \hat{Z}_2 \hat{S}_2^* + \frac{1}{\hat{V}_3^*} \hat{Z}_3 \hat{S}_3^* + \frac{1}{\hat{V}_4^*} \hat{Z}_4 \hat{S}_4^*. \quad (4)$$

Há um padrão nas expressões das tensões nas barras de abertura de anel, bem como na diferença dessas tensões. No caso da tensão nas barras, são computadas as quedas de tensão de todos os trechos no caminho da subestação até a barra de abertura. Ao conjunto de trechos que liga

a subestação até uma determinada barra dá-se o nome de *conjunto caminho* e cada barra de abertura de anel possui o seu. Para o anel 24, defini-se os conjuntos caminho $\Omega_2 = \{1, 2\}$ e $\Omega_4 = \{1, 3, 4\}$. Com estes conjuntos, é possível reescrever as expressões das tensões como:

$$\hat{V}_2 = \hat{V}_0 - \sum_{i \in \Omega_2} \hat{Z}_i \frac{\hat{S}_i^*}{\hat{V}_i^*} \quad (5)$$

$$\hat{V}_4 = \hat{V}_0 - \sum_{i \in \Omega_4} \hat{Z}_i \frac{\hat{S}_i^*}{\hat{V}_i^*}. \quad (6)$$

E a diferença entre as tensões pode ser dada por:

$$\hat{V}_2 - \hat{V}_4 = \sum_{i \in (\Omega_4 - \Omega_2)} \hat{Z}_i \frac{\hat{S}_i^*}{\hat{V}_i^*} - \sum_{i \in (\Omega_2 - \Omega_4)} \hat{Z}_i \frac{\hat{S}_i^*}{\hat{V}_i^*}. \quad (7)$$

Adotando $\frac{1}{\hat{V}_i^*} = U_i + jT_i$, $\hat{Z}_i = R_i + jX_i$ e $\hat{S}_i^* = P_i - jQ_i$, (1) e (2) podem ser escritas:

$$\begin{aligned} f_{24} = & \sum_{i \in (\Omega_4 - \Omega_2)} (U_i R_i - T_i X_i) P_i + (U_i X_i + T_i R_i) Q_i \\ & - \sum_{i \in (\Omega_2 - \Omega_4)} (U_i R_i - T_i X_i) P_i + (U_i X_i + T_i R_i) Q_i \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} g_{24} = & \sum_{i \in (\Omega_4 - \Omega_2)} (U_i X_i + T_i R_i) P_i + (-U_i R_i + T_i X_i) Q_i \\ & - \sum_{i \in (\Omega_2 - \Omega_4)} (U_i X_i + T_i R_i) P_i + (-U_i R_i + T_i X_i) Q_i. \end{aligned} \quad (9)$$

Nas Equações (8) e (9) se tem as funções de erro dependendo das tensões nos trechos (U e T), impedâncias dos ramos (R e X) e dos fluxos nos trechos (P e Q). Desprezando as perdas, os fluxos dependem exclusivamente das cargas:

$$\hat{S}_1 = \hat{S}_{L1} + \hat{S}_2 + \hat{S}_3 = \hat{S}_{L1}^{(o)} + \hat{S}_{L2}^{(o)} + \hat{S}_{L3}^{(o)} \quad (10)$$

$$\hat{S}_2 = \hat{S}_{L2} = \hat{S}_{L2}^{(o)} - \hat{S}_{L24} \quad (11)$$

$$\hat{S}_3 = \hat{S}_{L3} + \hat{S}_4 = \hat{S}_{L3}^{(o)} + \hat{S}_{L24} \quad (12)$$

$$\hat{S}_4 = \hat{S}_{L24}. \quad (13)$$

Desprezando o efeito de $\hat{S}_{L24}$ nas tensões dos trechos, é possível finalmente calcular a matriz Jacobiana, supondo as tensões como constantes. Observe que nos trechos que pertencem ao conjunto $(\Omega_4 - \Omega_2)$ a variável $\hat{S}_{L24}$ aparece positiva, enquanto nos trechos do conjunto $(\Omega_2 - \Omega_4)$ ela aparece negativa. A Tabela I resume as derivadas parciais dos fluxos em relação a PL_{24} e QL_{24} .

Tabela I: Resultado das derivações parciais dos fluxos em função de PL_{24} e QL_{24} .

Variáveis de interesse de $\Omega_4 - \Omega_2$				
Derivação	P_3	P_4	Q_3	Q_4
PL_{24}	1		0	
QL_{24}	0		1	
Variáveis de interesse para $\Omega_2 - \Omega_4$				
Derivação	P_2		Q_2	
PL_{24}	-1		0	
QL_{24}	0		-1	

Executando as derivações em (8) e (9) considerando os valores obtidos na Tabela I, os seguintes resultados são encontrados:

$$\frac{\partial f_{24}}{\partial PL_{24}} = \sum_{i \in (\Omega_2 \otimes \Omega_4)} (U_i R_i - T_i X_i) \quad (14)$$

$$\frac{\partial f_{24}}{\partial QL_{24}} = \sum_{i \in (\Omega_2 \otimes \Omega_4)} (U_i X_i + T_i R_i) \quad (15)$$

$$\frac{\partial g_{24}}{\partial PL_{24}} = \sum_{i \in (\Omega_2 \otimes \Omega_4)} (U_i X_i + T_i R_i) \quad (16)$$

$$\frac{\partial g_{24}}{\partial QL_{24}} = \sum_{i \in (\Omega_2 \otimes \Omega_4)} (-U_i R_i + T_i X_i) \quad (17)$$

Em que, adotou-se a propriedade da diferença simétrica, onde $A \otimes B = (A - B) \cup (B - A)$, para simplificação das expressões.

Observando o padrão na construção da matriz Jacobiana, percebe-se que apenas as derivadas de f_{24} precisam efetivamente ser calculadas para construção da matriz.

Os resultados obtidos podem ser generalizados para qualquer rede com um único anel cujas barras de abertura sejam j e k , conforme (18) a (23). Note que as duas funções de erro utilizam conjuntos de trechos iguais. O mesmo ocorre na matriz Jacobiana, em que todos os somatórios compartilhando o conjunto $(\Omega_j \otimes \Omega_k)$.

$$\begin{aligned} f_{jk} = & \sum_{i \in (\Omega_k - \Omega_j)} (U_i R_i - T_i X_i) P_i + (U_i X_i + T_i R_i) Q_i \\ & - \sum_{i \in (\Omega_j - \Omega_k)} (U_i R_i - T_i X_i) P_i + (U_i X_i + T_i R_i) Q_i \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} g_{jk} = & \sum_{i \in (\Omega_k - \Omega_j)} (U_i X_i + T_i R_i) P_i + (-U_i R_i + T_i X_i) Q_i \\ & - \sum_{i \in (\Omega_j - \Omega_k)} (U_i X_i + T_i R_i) P_i + (-U_i R_i + T_i X_i) Q_i \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{\partial f_{jk}}{\partial PL_{jk}} = \sum_{i \in (\Omega_j \otimes \Omega_k)} (U_i R_i - T_i X_i) \quad (20)$$

$$\frac{\partial f_{jk}}{\partial QL_{jk}} = \sum_{i \in (\Omega_j \otimes \Omega_k)} (U_i X_i + T_i R_i) \quad (21)$$

$$\frac{\partial g_{jk}}{\partial PL_{jk}} = \frac{\partial f_{jk}}{\partial QL_{jk}} \quad (22)$$

$$\frac{\partial g_{jk}}{\partial QL_{jk}} = -\frac{\partial f_{jk}}{\partial PL_{jk}} \quad (23)$$

B. Sistema de 5 barras

Considere o sistema da Fig. 2 em que dois anéis foram eliminados pela adição das barras fictícias 6 e 7. Os anéis são identificados por 26 e 37, referenciando suas respectivas barras de abertura.

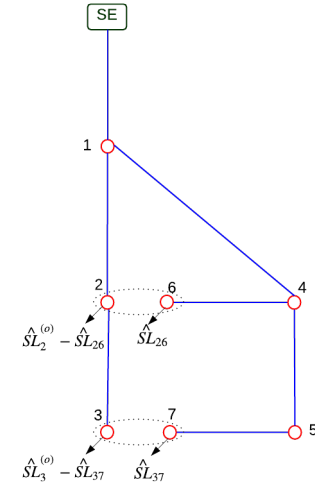


Figura 2: Equivalente radial com 7 barras.

O método de Newton, nesse caso, é formulado para encontrar as raízes de quatro funções de erro de tensão ($f_{26}, f_{37}, g_{26}, g_{37}$), enquanto ajusta quatro variáveis ($PL_{26}, PL_{37}, QL_{26}, QL_{37}$), conforme (24).

Os valores das funções de erro são calculados diretamente das tensões obtidas pelo MSP convencional para uma estimativa inicial das variáveis ($PL_{26}, PL_{37}, QL_{26}, QL_{37}$). Dos 16 valores que integram a matriz Jacobiana, os 8 valores destacados em (24) atendem ao padrão visto na Seção II-A e portanto, podem ser calculados usando (20) a (23). Restam 8 valores, os quais se referem ao efeito das variáveis de erro de um anel no erro de tensão observado em outro anel. Ou seja, resta calcular os termos relacionados com o efeito mútuo entre anéis.

$$\begin{bmatrix} \Delta PL_{26} \\ \Delta PL_{37} \\ \Delta QL_{26} \\ \Delta QL_{37} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{26}}{\partial PL_{26}} & \frac{\partial f_{26}}{\partial PL_{37}} & \frac{\partial f_{26}}{\partial QL_{26}} & \frac{\partial f_{26}}{\partial QL_{37}} \\ \frac{\partial f_{37}}{\partial PL_{26}} & \frac{\partial f_{37}}{\partial PL_{37}} & \frac{\partial f_{37}}{\partial QL_{26}} & \frac{\partial f_{37}}{\partial QL_{37}} \\ \frac{\partial g_{26}}{\partial PL_{26}} & \frac{\partial g_{26}}{\partial PL_{37}} & \frac{\partial g_{26}}{\partial QL_{26}} & \frac{\partial g_{26}}{\partial QL_{37}} \\ \frac{\partial g_{37}}{\partial PL_{26}} & \frac{\partial g_{37}}{\partial PL_{37}} & \frac{\partial g_{37}}{\partial QL_{26}} & \frac{\partial g_{37}}{\partial QL_{37}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_{26} \\ f_{37} \\ g_{26} \\ g_{37} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Considere o cálculo de $\frac{\partial f_{26}}{\partial PL_{37}}$. A função f_{26} pode ser escrita diretamente tomando como base (18). Mantendo a simplificação de supor as tensões como constantes e desprezar as perdas nos ramos, a derivação de f_{26} depende exclusivamente dos fluxos observados nos trechos. Visto que se deseja derivar a função em relação a PL_{37} , os termos que dependem de Q_i serão zero e f_{26} , para este caso, pode ser escrita como:

$$f_{26} = \sum_{i \in (\Omega_6 - \Omega_2)} (U_i R_i - T_i X_i) P_i - \sum_{i \in (\Omega_2 - \Omega_6)} (U_i R_i - T_i X_i) P_i. \quad (25)$$

Tomando como base (25), os trechos em que o fluxo depende da variável $\hat{S}L_{26}$ são $\Omega_6 - \Omega_2 = \{4, 6\}$ e $\Omega_2 - \Omega_6 = \{2\}$. Por outro lado, os trechos em que o fluxo depende de $\hat{S}L_{37}$ são $\Omega_3 - \Omega_7 = \{2, 3\}$ e $\Omega_7 - \Omega_3 = \{4, 5, 7\}$. Dessa forma, para um termo não se anular na derivação, ele deverá pertencer a um dos dois primeiros conjuntos e a um dos dois últimos, surgindo quatro combinações possíveis.

É necessário observar nos conjuntos de (25) quais dependem de PL_{37} e quais de $-PL_{37}$. Os fluxos de todos os trechos para a rede de 5 barras são mostrados de (26) a (32), sendo possível perceber que o conjunto $\Omega_7 - \Omega_3 = \{4, 5, 7\}$ possui trechos que dependem de PL_{37} , enquanto $\Omega_3 - \Omega_7 = \{2, 3\}$ depende de $-PL_{37}$. A Tabela II mostra os sinais resultantes da derivação com relação a PL_{37} para as quatro combinações possíveis dos conjuntos de trechos. Na Equação (33) é mostrada a expressão completa para a derivada parcial.

$$\hat{S}_1 = \hat{S}L_1^{(o)} + \hat{S}L_2^{(o)} + \hat{S}L_3^{(o)} + \hat{S}L_4^{(o)} + \hat{S}L_5^{(o)} \quad (26)$$

$$\hat{S}_2 = \hat{S}L_2^{(o)} - \hat{S}L_{26} + \hat{S}L_3^{(o)} - \hat{S}L_{37} \quad (27)$$

$$\hat{S}_3 = \hat{S}L_3^{(o)} - \hat{S}L_{37} \quad (28)$$

$$\hat{S}_4 = \hat{S}L_4^{(o)} + \hat{S}L_5^{(o)} + \hat{S}L_{37} + \hat{S}L_{26} \quad (29)$$

$$\hat{S}_5 = \hat{S}L_5^{(o)} + \hat{S}L_{37} \quad (30)$$

$$\hat{S}_6 = \hat{S}L_{26} \quad (31)$$

$$\hat{S}_7 = \hat{S}L_{37} \quad (32)$$

Tabela II: Sinal resultante nas interseções dos conjuntos de trechos.

$\cap$	$\Omega_6 - \Omega_2$	$\Omega_2 - \Omega_6$
$\Omega_7 - \Omega_3$	+	-
$\Omega_3 - \Omega_7$	-	+

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{26}}{\partial PL_{37}} = & \sum_{i \in [(\Omega_6 - \Omega_2) \cap (\Omega_7 - \Omega_3)]} (U_i R_i - T_i X_i) \\ & + \sum_{i \in [(\Omega_2 - \Omega_6) \cap (\Omega_3 - \Omega_7)]} (U_i R_i - T_i X_i) \\ & - \sum_{i \in [(\Omega_6 - \Omega_2) \cap (\Omega_3 - \Omega_7)]} (U_i R_i - T_i X_i) \\ & - \sum_{i \in [(\Omega_2 - \Omega_6) \cap (\Omega_7 - \Omega_3)]} (U_i R_i - T_i X_i) \end{aligned} \quad (33)$$

A Equação (33) pode ser simplificada utilizando diferença simétrica. Assim, a derivada parcial pode ser definida como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{26}}{\partial PL_{37}} = & \sum_{i \in [(\Omega_2 \cap \Omega_3) \otimes (\Omega_6 \cap \Omega_7)]} (U_i R_i - T_i X_i) \\ & - \sum_{i \in [(\Omega_2 \cap \Omega_7) \otimes (\Omega_6 \cap \Omega_3)]} (U_i R_i - T_i X_i). \end{aligned} \quad (34)$$

O procedimento adotado para obter (34) foi extrapolado para geração dos elementos restantes da matriz Jacobiana do sistema de 5 barras. Sempre tirando proveito da simplificação oriunda da diferença simétrica.

Apesar da expressão da derivada parcial ter sido demonstrada nesta seção para um sistema com apenas dois anéis, ela é válida para redes com n anéis. Independente do número total, a análise de efeito mútuo ocorre sempre entre pares de anéis, e por isso, qualquer relação entre dois deles pode ser definida como mostrado. Generalizando os resultados obtidos para os demais termos da matriz Jacobiana, tomando a derivação do erro de tensão jk em relação à carga do anel mn , se tem:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{jk}}{\partial PL_{mn}} = & \sum_{i \in [(\Omega_j \cap \Omega_m) \otimes (\Omega_k \cap \Omega_n)]} (U_i R_i - T_i X_i) \\ & - \sum_{i \in [(\Omega_j \cap \Omega_n) \otimes (\Omega_k \cap \Omega_m)]} (U_i R_i - T_i X_i) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{jk}}{\partial QL_{mn}} = & \sum_{i \in [(\Omega_j \cap \Omega_m) \otimes (\Omega_k \cap \Omega_n)]} (U_i X_i + T_i R_i) \\ & - \sum_{i \in [(\Omega_j \cap \Omega_n) \otimes (\Omega_k \cap \Omega_m)]} (U_i X_i + T_i R_i) \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{jk}}{\partial PL_{mn}} = & \sum_{i \in [(\Omega_j \cap \Omega_m) \otimes (\Omega_k \cap \Omega_n)]} (U_i X_i + T_i R_i) \\ & - \sum_{i \in [(\Omega_j \cap \Omega_n) \otimes (\Omega_k \cap \Omega_m)]} (U_i X_i + T_i R_i) \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{jk}}{\partial QL_{mn}} = & \sum_{i \in [(\Omega_j \cap \Omega_m) \otimes (\Omega_k \cap \Omega_n)]} (-U_i R_i + T_i X_i) \\ & - \sum_{i \in [(\Omega_j \cap \Omega_n) \otimes (\Omega_k \cap \Omega_m)]} (-U_i R_i + T_i X_i). \end{aligned} \quad (38)$$

Novamente, há um padrão de construção da matriz Jacobiana, de maneira que apenas as derivadas das funções f_{jk} precisam ser calculadas.

Devido à simetria das equações, ainda é possível evitar o cálculo de outros termos. Observe que (39) é equivalente a (35), sendo suficiente calcular uma dessas expressões.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{mn}}{\partial PL_{jk}} = & \sum_{i \in [(\Omega_m \cap \Omega_j) \otimes (\Omega_n \cap \Omega_k)]} (U_i R_i - T_i X_i) \\ & - \sum_{i \in [(\Omega_m \cap \Omega_k) \otimes (\Omega_n \cap \Omega_j)]} (U_i R_i - T_i X_i) \end{aligned} \quad (39)$$

Após a descrição matemática do método para um anel e sua generalização para n anéis, o algoritmo completo é ilustrado no fluxograma da Fig. 3.

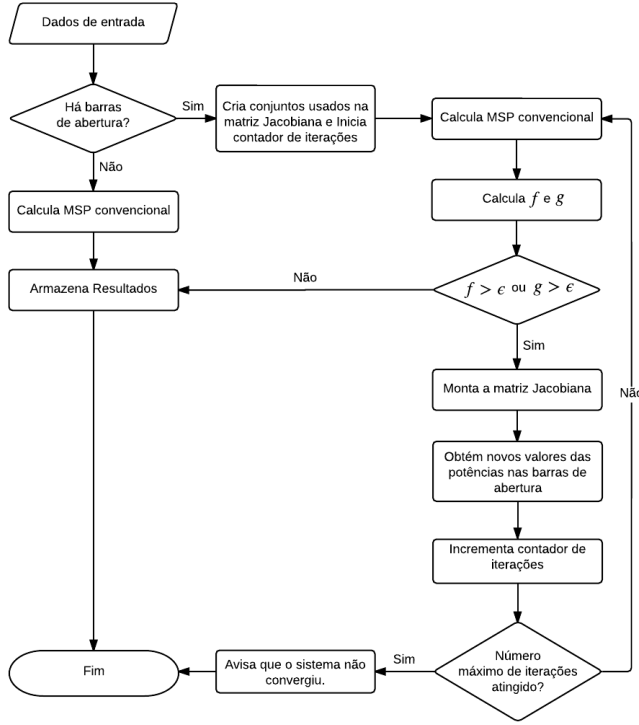


Figura 3: Fluxograma do MSP modificado para redes fracamente malhadas.

III. RESULTADOS

Para análise do método proposto, um programa foi desenvolvido utilizando o software MATLAB®. O fluxo de carga da rede descrita por [6] foi calculado neste programa e no ANAREDE® com objetivo de validação. O ANAREDE®, desenvolvido pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), foi escolhido para comparação por ser o programa computacional mais utilizado no Brasil na área de Sistemas Elétricos de Potência [18]. Os testes foram feitos em um computador com processador Intel® Core™ I3, 2,2 GHz, memória RAM de 4 GB, sistema com 64 bits, Windows® 8.1. Para fins de comparação, todos os resultados gerados no MATLAB® são apresentados com a mesma precisão dos relatórios do ANAREDE®, e a mesma tolerância de 0,001 foi utilizada como critério de parada do processo.

O diagrama do equivalente radial da rede de [6] está ilustrado na Fig. 4, onde foram inseridas 5 barras fictícias; e as cargas originais das barras de abertura de anel foram colocadas nas barras reais, ficando as barras fictícias com carga nula inicialmente. Essa rede possui 32 barras, 5 anéis e apenas uma subestação; sua tensão nominal é de 12,66 kV e, nesta análise, suas cargas são modeladas como potência constante.

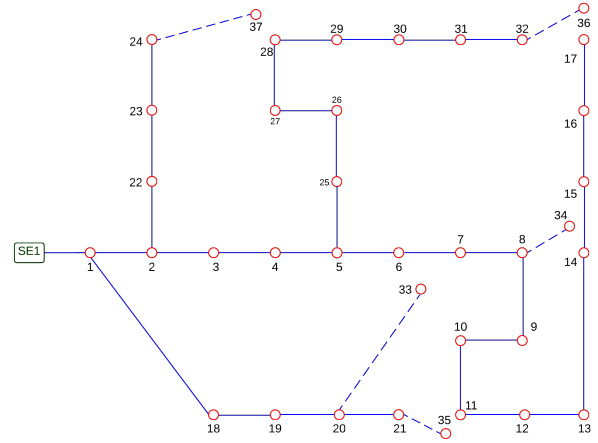


Figura 4: Equivalente radial da rede com 32 barras.

Os primeiros resultados analisados são as tensões nas barras de abertura. Como visto anteriormente, os valores de cada par de barras de abertura devem ser iguais para que o equivalente radial represente de modo fiel a rede original. Na Tabela III são mostrados os valores de tensão ao fim do processo de cálculo do fluxo de carga nas 10 barras de abertura de anel. Observa-se que as tensões, expressas em magnitude e ângulo, são idênticas para todos os anéis, e sendo assim, o fluxo de potência da rede radial equivalente representa o fluxo da rede original.

Tabela III: Valores de tensão nas barras de abertura de anel ao fim do cálculo do fluxo de carga.

	Barra	Amplitude (pu)	Ângulo (graus)
Anel 1	7	0,9690	-0,1651
	33	0,9690	-0,1651
Anel 2	11	0,9654	-0,2270
	35	0,9654	-0,2270
Anel 3	14	0,9604	-0,2356
	34	0,9604	-0,2356
Anel 4	17	0,9540	-0,1792
	36	0,9540	-0,1792
Anel 5	28	0,9601	-0,0204
	37	0,9601	-0,0204

Após a comprovação de que o equivalente radial representa a rede original, é possível comparar os demais resultados encontrados no MATLAB® com os obtidos no ANAREDE®. A primeira comparação é com relação aos valores de tensão nos trechos, como pode ser visto na Fig. 5. Para todos os trechos, a fase calculada pelo ANAREDE® é igual a obtida no MATLAB®. Na parte da magnitude há uma diferença menor que 0,001 pu na barra 32, que se supõe ser consequência do arredondamento feito para adequação à quantidade de casas decimais apresentadas pelo ANAREDE®, sendo este apresentado com três casas decimais.

Validadas as tensões, pode-se avaliar o cálculo das perdas nos trechos. É importante lembrar que apenas barras fictícias foram inseridas para formação do equivalente radial. Como os ramos já existiam, a comparação pode

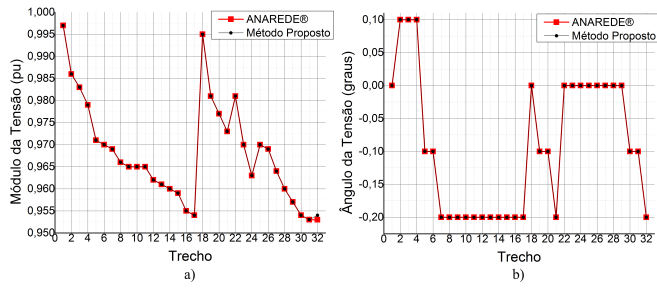


Figura 5: Comparação dos valores de tensão do método proposto com o ANAREDE® para todos os trechos do sistema.

ser feita para todos os 37 trechos descritos no programa em MATLAB®. Na Fig. 6 são mostradas as perdas ativa e reativa dos trechos. É visto que os valores do método proposto reproduzem perfeitamente aqueles gerados pelo ANAREDE®.

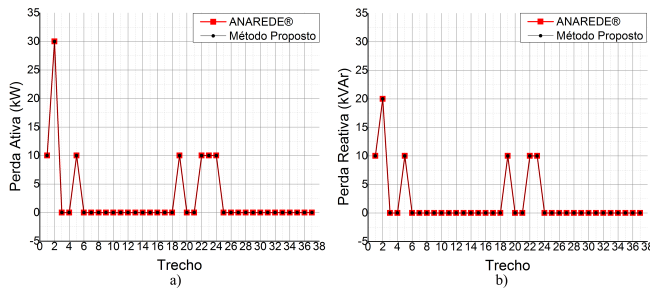


Figura 6: Comparação dos valores de perdas ativa e reativa calculados do método proposto com o ANAREDE® para todos os trechos do sistema.

O programa em MATLAB® convergiu em 4 iterações, enquanto o ANAREDE® necessitou de 2. Apesar do número maior de iterações para convergência, o método proposto neste trabalho consegue calcular o fluxo de potência de uma rede fracamente malhada com a mesma precisão do ANAREDE®, ou seja, o método funciona como previsto.

IV. CONCLUSÃO

Foi apresentado um método de fluxo de carga para redes fracamente malhadas baseado no MSP. O método desenvolvido calcula o fluxo de carga através do equivalente radial da rede, sendo este válido quando as tensões nos pares de barras de abertura de anel se tornam idênticas. O balanço de cargas para torná-las iguais é feito utilizando o Método de Newton. A rede citada em [6] foi utilizada para validação do método com suas cargas modeladas como potência constante e tomando como referência o ANAREDE®. Os resultados de ambos foram comparados e se mostraram praticamente idênticos, comprovando que o método proposto calcula corretamente o fluxo de potência de uma rede fracamente malhada. Atualmente, o algoritmo

está sendo testado para solução de redes com um número maior de barras avaliando-se o efeito de modificar o local de abertura dos anéis na performance do método.

REFERÊNCIAS

- [1] W. F. Tinney e C. E. Hart, "Power flow solution by newton's method," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-86, no. 11, pgs. 1449–1460, 1967.
- [2] G. W. Stagg e A. H. El-Abiad, *Computer Methods in Power System Analysis*, 1st ed., ser. McGraw-Hill series in electronic systems. Michigan University: McGraw Hill, 1968.
- [3] B. Stott e O. Alsac, "Fast decoupled load flow," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-93, no. 3, pgs. 859–869, 1974.
- [4] M. S. Srinivas, "An efficient iterative method for load-flow solution in radial distribution networks," *IEEE Porto Power Tech Proceedings*, vol. 3, no. 1, 2001.
- [5] R. G. Cespedes, "New method for the analysis of distribution networks," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 5, no. 1, pgs. 391–396, 1990.
- [6] M. E. Baran e F. F. Wu, "Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4, no. 2, pgs. 1401–1407, 1989.
- [7] D. Das, D. P. Kothari, e A. Kalam, "Simple and efficient method for load flow solution of radial distribution networks," *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 17, no. 5, pgs. 335–346, 1995.
- [8] D. Thukaram, H. M. W. Banda, e J. Jerome, "A robust three phase power flow algorithm for radial distribution systems," *Electric Power Systems Research*, vol. 50, no. 3, pg. 227–236, 1999.
- [9] A. Augugliaro, L. Dusonchet, M. G. Ippolito, e E. R. Sanseverin, "Distribution load flows: A brief review," *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, vol. 2, pgs. 942–945, 2000.
- [10] H. D. de Macêdo Braz, "Configuração de sistemas de distribuição usando um algoritmo genético sequencial," Tese de Doutorado, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande - PB - Brasil, 2010.
- [11] D. Shirmohammadi, H. W. Hong, A. Semlye, e G. X. Luo, "A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, no. 2, pgs. 753–762, 1988.
- [12] S. Cheng e D. Shirmohammadi, "A three-phase power flow for real-time distribution system analysis," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, no. 2, pgs. 671–679, 1995.
- [13] G. X. Luo e A. Semlye, "Efficient load flow for large weakly meshed networks," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, no. 4, pgs. 1309–1316, 1990.
- [14] M. H. Haque, "Efficient load flow method for distribution systems with radial or mesh configuration," *IEEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 143, no. 1, pgs. 33–38, 1996.
- [15] J.-H. Teng, "A direct approach for distribution system load flow solutions," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 18, no. 3, pgs. 882–887, 2003.
- [16] Dharmasa, C. Radhakrishna, H. S. Jain, e P. P. Reddy, "Load flow method for radial and weakly-meshed networks: Concept of duality," *IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition*, pgs. 1–9, 2009.
- [17] S. Elsaiah, M. Ben-Idris, e J. Mitra, "Power flow analysis of radial and weakly meshed distribution networks," *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pgs. 1–9, 2012.
- [18] CEPEL, "Programa anarede - análise de redes elétricas," 2015. [Online]. Disponível em: <http://http://www.anarede.cepel.br/cprog.html>