

Ferramenta para Análise da Potência Instantânea Baseada na Representação Tensorial

Eduardo J. Leite Jr. e J. A. Cormane A.

Abstract—Este trabalho apresenta uma ferramenta para análise da potência instantânea em condições senoidais equilibradas a partir da definição do tensor potência instantânea. A representação tensorial permite fazer a analogia entre os estudos da mecânica dos meios contínuos para deformação e os estudos das parcelas de potência ativa e reativa da potência instantânea em sistemas trifásicos. O monitoramento das deformações de um elemento cúbico de volume unitário permite avaliar o comportamento da potência instantânea no domínio do tempo. Dessa forma, relaciona-se as deformações no elemento cúbico com as potências ativa e reativa. A proposta principal do documento é a apresentar uma ferramenta que auxilie as análises das alterações na forma da onda da potência instantânea.

Index Terms—Tensor potência elétrica instantânea, Potência ativa instantânea, Potência reativa instantânea.

I. INTRODUÇÃO

O AUMENTO de dados que estão sendo registrados em redes de energia elétrica e a necessidade de desenvolver novos métodos capazes de extrair informações úteis a partir desses registros constituem um campo de pesquisa muito ativo e desafiador. Monitoramento da qualidade de energia é uma dessas áreas que podem se beneficiar da combinação de princípios de manipulação de dados e algoritmos de processamento de sinais. Um exemplo é a análise instantânea de distúrbios registrados durante o monitoramento da rede de energia a qual pode ser usada para localizar falhas e analisar o funcionamento do dispositivo de proteção. O primeiro passo para realizar qualquer um desses objetivos consiste na extração de características significativas das formas de onda que estão relacionadas com os fenômenos estudados [1]. Os estudos sobre qualidade de energia são atualmente baseados em duas causas principais: a alta sensibilidade dos equipamentos elétricos e eletrônicos e nos requisitos de continuidade do serviço em condições críticas [2].

Em 2004, Dai Xianzhong no trabalho intitulado "*Generalized Theory of Instantaneous Reactive Quantity for Multiphase Power System*" reuniu as teorias anteriormente desenvolvidas para equacionar um sistema elétrico de potência polifásico por meio da análise tensorial. Até então algumas definições para sistemas trifásicos como as de Peng em 1996 e em 1998 foram apresentadas, porém definiam a potência reativa como um vetor e não era possível utilizar essa definição para sistemas com mais de três fases [3]. Entre as aplicações que surgiram, destacou-se a utilização da análise tensorial da potência elétrica instantânea de forma análoga ao estudo da deformação na mecânica dos meios contínuos [4].

A interpretação geométrica do tensor potência instantânea corresponde a um elemento infinitesimal de volume e faz analogia com estudos na mecânica dos meios contínuos. Esse ramo da mecânica propõe um modelo de estudo unificado para sólidos deformáveis, sólidos rígidos e fluídos. O tensor de tensões e o tensor de deformações são assuntos abordados nesse âmbito da mecânica dos meios contínuos e serão utilizados para analogia neste trabalho.

Este trabalho tem como objetivo geral estudar a analogia entre os conceitos tensoriais introduzidos por Dai em 2004 e os conceitos tensoriais aplicados no estudo de deformações para caracterizar o comportamento da potência elétrica instantânea. Por fim apresenta-se uma ferramenta que permite visualizar o comportamento do tensor potência instantânea.

II. ANÁLISE TENSORIAL DE UM SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO

A. Princípios do Tensor Potência Instantânea

Para um sistema trifásico podem-se definir a tensão e a corrente elétrica como vetores onde as componentes representam a tensão e a corrente instantânea em cada fase com referência ao neutro. Os vetores tensão e corrente elétrica são definidos, respectivamente, como

$$\mathbf{v} = [v_a \ v_b \ v_c], \quad (1)$$

$$\mathbf{i} = [i_a \ i_b \ i_c]. \quad (2)$$

Em um sistema trifásico equilibrado a potência ativa coincide com a potência instantânea, tem-se que a potência ativa pode ser representada em função das grandezas vetoriais [5].

$$P = \mathbf{v} \cdot \mathbf{i} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (3)$$

Define-se a potência reativa a partir do produto vetorial entre os vetores tensão e corrente elétrica. Sendo assim, a potência reativa agora é uma grandeza vetorial instantânea expressa de forma compacta por [6].

$$\mathbf{q} = \mathbf{v} \times \mathbf{i} = \begin{bmatrix} v_b i_c - v_c i_b \\ v_c i_a - v_a i_c \\ v_a i_b - v_b i_a \end{bmatrix} \quad (4)$$

O tensor potência elétrica instantânea é definido como o produto tensorial dos vetores tensão e corrente elétrica [6].

$$\wp_{ij} = \mathbf{v} \otimes \mathbf{i} = \begin{bmatrix} v_a i_a & v_a i_b & v_a i_c \\ v_b i_a & v_b i_b & v_b i_c \\ v_c i_a & v_c i_b & v_c i_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

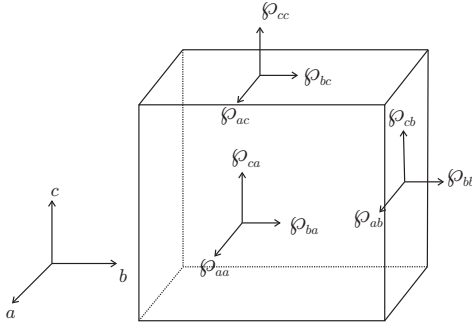


Fig. 1. Representação geométrica do tensor potência instantânea.

Sabe-se que um tensor de segunda ordem pode ser expresso como a soma de um tensor simétrico e um antissimétrico, sendo assim, pode-se escrever a Eq. (5) da seguinte forma:

$$\varphi_{ij} = \frac{1}{2}[\varphi_{ij} + \varphi_{ij}^T] + \frac{1}{2}[\varphi_{ij} - \varphi_{ij}^T] \quad (6)$$

A primeira parcela da soma corresponde ao tensor simétrico φ_{ij}^{sim} e a segunda parcela corresponde ao tensor antissimétrico φ_{ij}^{ant} e são expressos de acordo com as Eqs. (7) e (8) respectivamente [6].

$$\varphi_{ij}^{sim} = \begin{bmatrix} v_a i_a & \frac{1}{2}[v_a i_b + v_b i_a] & \frac{1}{2}[v_a i_c + v_c i_a] \\ \frac{1}{2}[v_b i_a + v_a i_b] & v_b i_b & \frac{1}{2}[v_b i_c + v_c i_b] \\ \frac{1}{2}[v_c i_a + v_a i_c] & \frac{1}{2}[v_c i_b + v_b i_c] & v_c i_c \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\varphi_{ij}^{ant} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}[v_a i_b - v_b i_a] & \frac{1}{2}[v_a i_c - v_c i_a] \\ \frac{1}{2}[v_b i_a - v_a i_b] & 0 & \frac{1}{2}[v_b i_c - v_c i_b] \\ \frac{1}{2}[v_c i_a - v_a i_c] & \frac{1}{2}[v_c i_b - v_b i_c] & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Observa-se que, no tensor simétrico, os elementos da diagonal correspondem às parcelas da potência ativa expressa na Eq. (3).

A definição da potência reativa instantânea a partir da análise tensorial estudada utiliza o vetor dual do tensor antissimétrico que, em notação indicial, pode-se definir como sendo

$$q_i = -\frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\varphi_{ij}^{ant}e_k, \quad (9)$$

onde e_i é o vetor unitário que representa a direção i , e ε_{ijk} é o símbolo de Levi-Civita [7], [8].

B. Princípios do Tensor de Deformações

Quando são aplicadas forças a um corpo, este pode deformar-se, sendo possível estudar as características da deformação independentemente das forças que a originaram. Considera-se um corpo sólido e contínuo sujeito conforme o elemento cúbico apresentado na Fig. 1. Este elemento de volume é submetido a uma deformação, onde cada um dos seus pontos passam de um estado inicial P para um estado final P' conforme pode ser visto na Fig. 2.

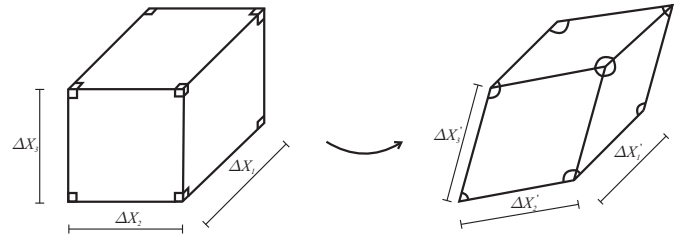


Fig. 3. Transformação afim.

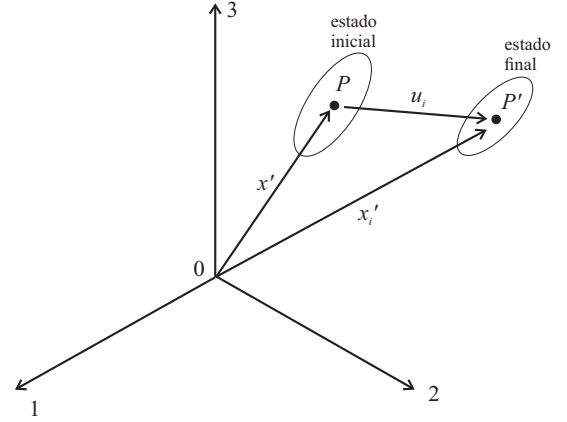


Fig. 2. Vetor deslocamento.

De acordo com a Fig. 2, o novo vetor posição do ponto P' pode ser obtido pela soma vetorial do vetor posição inicial x_i com o vetor deslocamento u_i . Em notação indicial, tem-se que

$$x'_i = x_i + u_i. \quad (10)$$

Portanto, considera-se que as componentes do deslocamento u_i são funções lineares das coordenadas x_j do ponto P . Desenvolvendo cada uma das componentes em série de Taylor [9], tem-se que

$$u_i = u_{i0} + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)x_j. \quad (11)$$

Em (11), u_{i0} e $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ são constantes de acordo com a linearidade entre u_i e x_j . O fato de esta relação ser linear implica que na vizinhança infinitesimal de um ponto, todos os pontos apresentam a mesma deformação, tratando-se, portanto de uma deformação homogênea [9], [10]. Substituindo (11) em (10), tem-se que

$$x'_i = x_i + u_{i0} + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)x_j. \quad (12)$$

Essa expressão caracteriza uma transformação afim, uma vez que a deformação não dá origem à sobreposição de matéria nem ao aparecimento de vazios (ver Fig. 3) [9].

Considerando o tensor transformação $e_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ e decompondo esse tensor em uma componente simétrica e_{ij}^{sim} e outra antissimétrica e_{ij}^{ant} , a Eq. (11) pode ser reescrita como

$$u_i = u_{i0} + e_{ij}^{sim}x_j + e_{ij}^{ant}x_j. \quad (13)$$

Observa-se que o vetor deslocamento é composto por três termos como observado na Eq. (13): u_i^T , u_i^R e u_i^D . O termo

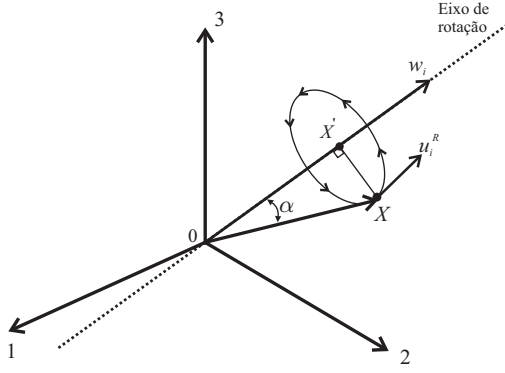


Fig. 4. Representação geométrica do deslocamento devido à rotação.

$u_i^T = u_{i0}$ representa um deslocamento da origem do sistema. O termo $u_i^R = e_{ij}^{ant} x_j$ representa uma rotação e $u_i^D = e_{ij}^{ant} x_j$ uma deformação pura. Sendo assim, o vetor deslocamento pode ser escrito como [9]

$$u_i = u_i^T + u_i^R + u_i^D. \quad (14)$$

O estudo do estado de deformação no entanto fornece mais informações quando se analisa os fenômenos separadamente, sendo essa a maneira abordada nesse trabalho. Considera-se que a origem é fixa e então o primeiro termo da Eq. (14) se anula restando apenas os termos de rotação e deformação pura.

C. Deformação por Rotação

Analisando o segundo termo da Eq. (14), tem-se:

$$e_{ij}^{ant} = \begin{bmatrix} 0 & -e_{21}^{ant} & e_{13}^{ant} \\ e_{21}^{ant} & 0 & -e_{32}^{ant} \\ -e_{13}^{ant} & e_{32}^{ant} & 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Sendo w_i o vetor dual do tensor antissimétrico e_{ij}^{ant} , tem-se que

$$w_i = -\frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} e_{ij}^{ant} e_k = (e_{32}^{ant}, e_{13}^{ant}, e_{21}^{ant}). \quad (16)$$

Realizando o produto vetorial entre o vetor w_i e o vetor posição x_i do ponto P conclui-se que o vetor resultante desse produto é exatamente o vetor deslocamento rotacional u_i^R [7], [9]. Observa-se essa conclusão no desenvolvimento abaixo.

$$\varepsilon_{ijk} w_j x_k = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{13}^{ant} x_3 - e_{21}^{ant} x_2 \\ e_{21}^{ant} x_1 - e_{32}^{ant} x_3 \\ e_{32}^{ant} x_2 - e_{13}^{ant} x_1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

De acordo com a definição para produto vetorial [7], pode-se reescrever o vetor u_i^R conforme

$$u_i^R = \varepsilon_{ijk} w_j x_k = |w_j| |x_k| \sin(\alpha) n_i, \quad (18)$$

onde α é o ângulo entre os vetores w_i e x_i , e n_i é o vetor unitário normal ao plano (w_i, x_i) . Observa-se que o vetor w_i representa o eixo de rotação pois é o lugar geométrico dos pontos que apresentam a componente rotacional nula.

De acordo com a Fig. 4, o ângulo de rotação w do ponto X é

$$w \approx \tan(w) = \frac{|u_i^R|}{|XX'|} = \frac{|u_i^R|}{|x_i| \sin(\alpha)}. \quad (19)$$

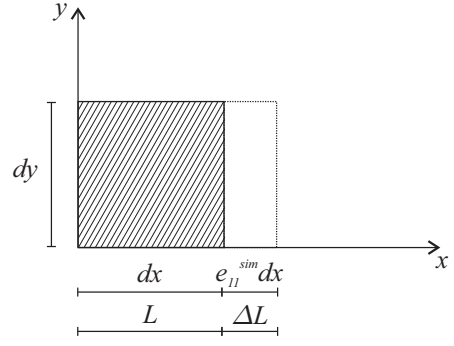


Fig. 5. Face do cubo sujeita a uma deformação de extensão.

Sendo w muito pequeno pode-se fazer a aproximação $w = \tan(w)$. Substituindo a Eq. (18) na Eq. (19) tem-se que

$$w = \frac{|w_i| |x_i| \sin(\alpha)}{|x_i| \sin(\alpha)} = |w_i|. \quad (20)$$

Conclui-se que o ângulo de rotação é aproximadamente igual ao módulo do vetor que representa o eixo de rotação. No estudo proposto observa-se que o tensor analisado é o tensor potência instantânea, ou seja, $e_{ij} = \wp_{ij}$. Sendo assim, o vetor dual é o vetor potência reativa q_i conforme a Eq. (4), portanto, é o eixo de rotação do elemento infinitesimal e seu módulo indica aproximadamente o ângulo de rotação observado.

D. Deformação Pura

A deformação pura é caracterizada pelo tensor simétrico e_{ij}^{sim} e sua representação matricial é

$$e_{ij}^{sim} = \begin{bmatrix} e_{11}^{sim} & e_{12}^{sim} & e_{13}^{sim} \\ e_{21}^{sim} & e_{22}^{sim} & e_{23}^{sim} \\ e_{31}^{sim} & e_{32}^{sim} & e_{33}^{sim} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

A análise da deformação pura é analisada em duas partes separadamente para facilitar a visualização dos resultados. A primeira parte observa os elementos da diagonal principal do tensor simétrico e_{ii}^{sim} e é conhecida como o estudo da extensão do elemento infinitesimal. Estes elementos serão os responsáveis pela alteração do volume sem alterar os ângulos dos vértices do elemento em estudo. A segunda parte observa os elementos fora da diagonal principal, ou seja, $i \neq j$, e é conhecida como estudo da distorção do elemento infinitesimal. Esses elementos não alteram o comprimento das arestas do elemento, alteram apenas o ângulo, por conseguinte, tem-se a mudança da forma do elemento sem alterar o volume.

Diferentemente do estudo da rotação, o estudo das deformações puras é melhor entendido quando se analisa cada face do cubo apresentado na Fig. 1. Na Fig. 5, observa-se uma face do cubo relativa ao plano (x, y) . O tracejado indica uma alteração no comprimento da face na direção do eixo x devido à deformação por extensão provocada pela componente do tensor simétrico e_{11}^{sim} . Para o comportamento das outras componentes e_{11}^{sim} e e_{22}^{sim} basta fazer uma alteração dos índices respeitando a alteração das faces na qual cada componente se aplica.

No livro do professor Francisco Correia de Araújo, "Elasticidade e Plasticidade", encontra-se o desenvolvimento que relaciona as componentes $i = j$ do tensor simétrico com a alteração volumétrica do cubo. Após algumas considerações, Correia de Araújo (1961) conclui que a variação de volume por unidade de volume, ou deformação volumétrica, é calculada por [11]

$$\frac{\Delta dV}{dV} = e_{11}^{sim} + e_{22}^{sim} + e_{33}^{sim} \quad (22)$$

Considerando que o tensor deformação na analogia proposta é o tensor potência instantânea, conclui-se que a variação volumétrica do elemento em estudo se relaciona com a potência ativa de acordo com equação abaixo.

$$\frac{\Delta dV}{dV} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = P \quad (23)$$

Observando agora os elementos fora da diagonal principal do tensor e_{ij}^{sim} , referentes a deformação por distorção, tem-se que eles implicam em uma alteração da forma das faces sem alterar os comprimentos. Este trabalho não analisou a relação entre a deformação por distorção e os conceitos aplicados para potência. Portanto as análises apresentadas na próxima seção relacionarão os conceitos da potência instantânea com as deformações de rotação e extensão do elemento volumétrico.

III. SIMULAÇÕES E ANÁLISES DE RESULTADOS

Esta seção apresentará simulações de circuitos elétricos e das visualizações do modelo estudado. O ambiente para simulação utilizado foi o *software* MATLAB. Propõe-se implementar os três circuitos elétricos presentes em [6]: resistivo equilibrado, resistivo-indutivo equilibrado e resistivo desequilibrado. As simulações desses circuitos e visualizações serão apresentadas e analisadas individualmente nas subseções a seguir.

A análise dos resultados foi observada em três pontos t distintos dentro do domínio de tempo estabelecido. Esses três pontos são: $t_1 = 0,0028 \text{ s}$, $t_2 = 0,009 \text{ s}$ e $t_3 = 0,0142 \text{ s}$. A escolha dos pontos foi de acordo com os resultados obtidos para circuito desequilibrado que será apresentado na última subseção e coincide com os pontos observados em [6].

A. Circuito Resistivo Equilibrado

O circuito resistivo equilibrado mostrado na Fig. 6 é um circuito trifásico onde R_L é a impedância da linha e R_C é a impedância da carga.

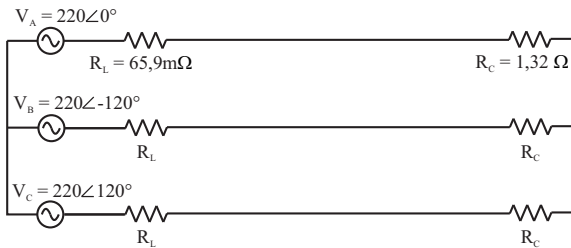


Fig. 6. Circuito resistivo equilibrado.

A Fig. 7 mostra os resultados obtidos para os três pontos de análise e para os dois tipos de deformação. O pontilhado

em azul representa o cubo de referência sem nenhuma deformação.

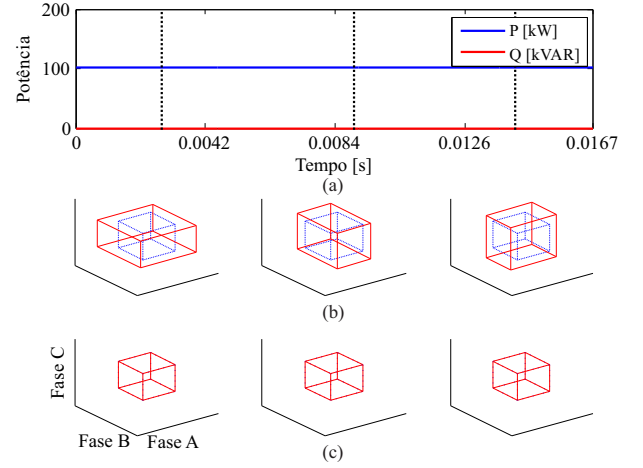


Fig. 7. Resultado para simulação do circuito resistivo equilibrado: (a) Deformação por extensão; (b) Deformação por rotação.

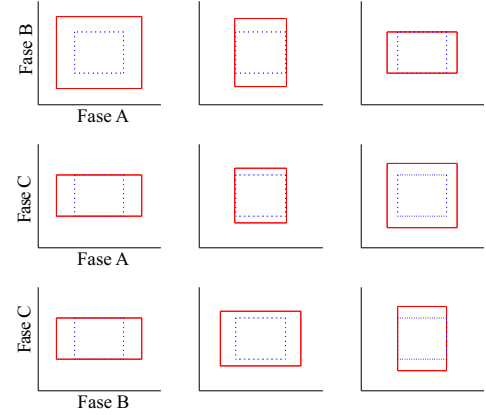


Fig. 8. Faces do cubo apresentadas na Fig. 7(b).

Observa-se na Fig. 7(b) que a deformação de extensão ocorre alterando o volume do cubo sem alterar sua posição. É possível observar que, em diferentes instantes de tempo, ocorre uma variação na deformação por fase. Esse resultado é de acordo com o fato que, a cada passo do tempo, os valores de tensão e de corrente por fase variam, como consequência a deformação por fase também varia. Essas mudanças com relação às fases podem ser visualizadas na Fig. 11 onde são apresentadas as faces do cubo em deformação por extensão. No entanto sabe-se que a potência ativa do sistema resistivo equilibrado é constante e diferente de zero. Sendo assim há uma deformação volumétrica e ela é constante de acordo com a definição em (23). A Fig. 7(c) mostra que não há deformação de rotação do cubo. Esse resultado é esperado e coerente com o apresentado na Eq. (20) pois a potência reativa é nula neste caso.

B. Circuito Equilibrado RL

O circuito de prova apresentado anteriormente apresentou potências ativa e reativa constantes, porém a potência reativa era nula implicando uma ausência de deformação de rotação.

Para observar a rotação escolhe-se um circuito resistivo indutivo RL equilibrado, no qual deverá aparecer uma potência reativa constante diferente de zero. O circuito é apresentado na Fig. 9.

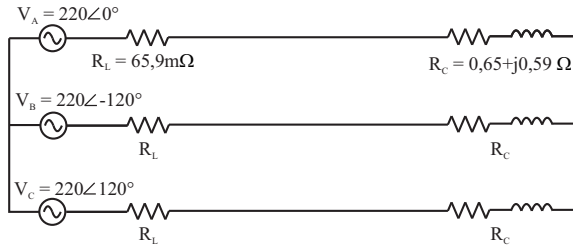


Fig. 9. Circuito RL equilibrado.

De maneira semelhante ao obtido no circuito anterior, o cubo sofre deformação de extensão devido a existência de potência ativa. O volume do cubo inicial portanto é alterado, porém permanece constante pois a potência ativa do sistema é constante.

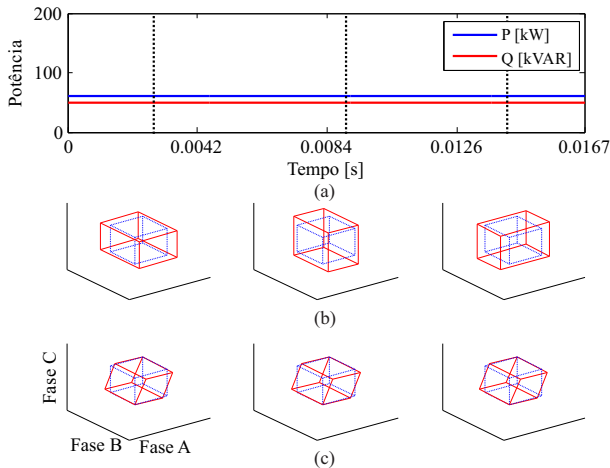


Fig. 10. Resultado para simulação do circuito RL equilibrado: (a) Deformação por extensão; (b) Deformação por rotação.

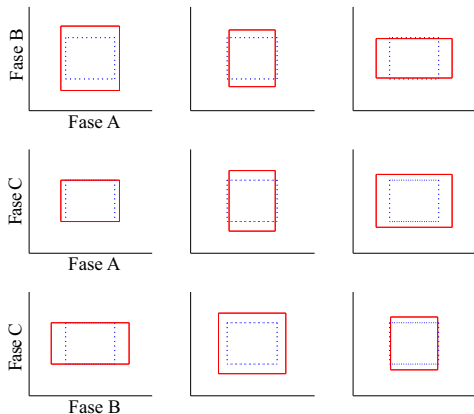


Fig. 11. Faces do cubo apresentado na Fig. 10(b).

Observa-se da Fig. 10(b) que o cubo sofre uma deformação de rotação. A rotação do cubo é exatamente a mesma em todos os três pontos analisados indicando que o ângulo de rotação

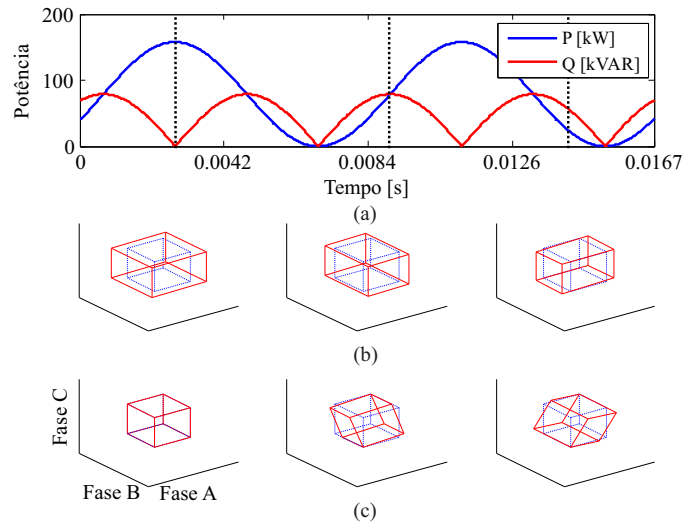


Fig. 13. Resultado para simulação do circuito resistivo desequilibrado: (a) Deformação por extensão; (b) Deformação por rotação.

é constante. Esse resultado foi observado devido o módulo da potência reativa ser constante em um circuito equilibrado RL.

C. Circuito Resistivo Desequilibrado

Os circuitos de prova anteriores tinham como característica comum o valor constante das potências ativa e reativa sendo que, em situações práticas, isso raramente ocorre. Para observar o comportamento do modelo em uma situação em que as potências não possuam valores constantes, analisa-se um circuito de prova com carga desequilibrada como mostrado na Fig. 12.

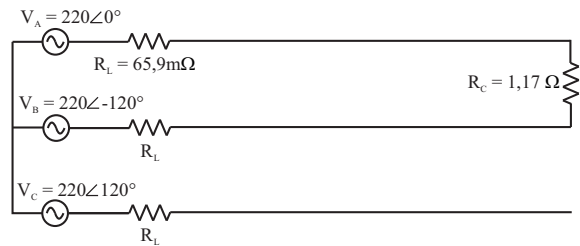


Fig. 12. Circuito resistivo desequilibrado.

O circuito simulado tem como característica principal a inconstância das potências ativa e reativa. Esse fato ocorre devido ao desequilíbrio da carga. Sendo assim, quando se efetua a soma das potências em cada fase, a potência não será independente do tempo, pois as funções seno não se anularão [12].

De maneira semelhante ao obtido no circuito anterior, o cubo sofre deformação de extensão devido à existência de potência ativa. O volume do cubo inicial, portanto é alterado e não permanece constante, pois a potência ativa do sistema é variável conforme apresentado na Fig. 13. A visualização por face da deformação por extensão é apresentada na Fig. 14.

Observa-se na Fig. 14 que não há deformação com relação a fase C. Esse resultado está de acordo com o esperado pois, no circuito analisado, não há corrente nessa fase. Comparando

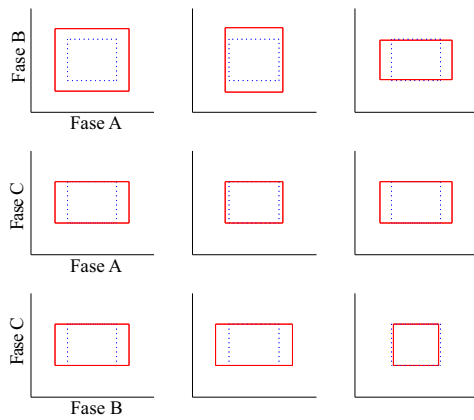


Fig. 14. Faces do cubo apresentado na Fig. 13(b).

as imagens da primeira coluna, referente ($t = 0,0028 \text{ s}$) com as imagens da última coluna ($t = 0,0142 \text{ s}$), observa-se que na primeira tem-se deformação tanto com relação à fase A quanto com à fase B, porém na última tem-se apenas deformação com relação à fase A. Essa observação permite concluir visualmente que existiu uma mudança no volume do cubo entre os tempos analisados. Observa-se também que a deformação de extensão máxima ocorreu quando a potência ativa foi máxima. Resultado de acordo com a Eq. (23) que relaciona o volume do cubo com a potência ativa.

Analisando a deformação de rotação detalhadamente na Fig. 13(b), observa-se que o ângulo de rotação do cubo não foi constante no domínio do tempo, resultado coerente com apresentado na Eq. (20). Sendo assim, espera-se que o ângulo de rotação seja nulo quando a potência reativa for nula. O valor mínimo da potência reativa na simulação proposta não é nulo, porém é próximo a zero e, nesse ponto, a rotação do cubo foi praticamente imperceptível.

IV. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma ferramenta visual baseada na representação tensorial para a análise da potência instantânea. Os resultados obtidos são coerentes com as teorias estudadas convencionalmente e próximos aos resultados encontrados em trabalhos sobre o assunto. Com essa aplicação foi possível observar mais detalhadamente o comportamento da potência instantânea a partir da utilização dos conceitos existentes no estudo da deformação dos materiais. Enquanto nos trabalhos pesquisados o volume e a forma do cubo permaneciam constantes quando a potência ativa do sistema era constante, no trabalho proposto apenas o volume permaneceu constante enquanto o cubo se deformava indicando a contribuição de cada fase. A visualização do modelo por face aplicado nesse trabalho também é um dos recursos disponíveis na ferramenta. Após o estudo detalhado das teorias envolvidas e do entendimento do funcionamento do modelo é possível projetar algumas linhas de estudo para dar continuidade ao iniciado com este trabalho. Um importante passo pode ser dado estudando o comportamento do modelo em sistemas não lineares. Dado que a alteração nas formas da onda da tensão e da corrente podem influenciar na deformação do cubo indicando algum tipo de padrão.

REFERENCES

- [1] V. Barrera, J. Meléndez, and S. Herraiz, "Waveform segmentation for intelligent monitoring of power events," *Electric Power Systems Research*, vol. 93, pp. 67–75, 2012.
- [2] J. Jagua, V. Barrera, G. Carrillo, and J. Meléndez, "Waveform segmentation based on tensor analysis," in *ANDESCON, 2010 IEEE*, Setembro 2010, pp. 1–7.
- [3] X. Dai, G. Liu, and R. Gretsch, "Generalized theory of instantaneous reactive quantity for multiphase power system," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 19, no. 3, pp. 965–972, Julho 2004.
- [4] A. J. Ustariz and H. E. T. E.A. Cano, "Tensor analysis of the instantaneous power in electrical networks," *Electric Power Systems Research*, vol. 80, pp. 788–798, Janeiro 2010.
- [5] P. Salmeró and R. S. Herrera, "Instantaneous reactive power theory - a general approach to poly-phase systems," *Electric Power Systems Research*, vol. 79, pp. 788–798, Abril 2009.
- [6] H. E. T. A. J. Ustariz, E.A. Cano, "Evaluación, interpretación y visualización de la potencia instantánea en sistemas eléctricos," *V Simposio Internacional sobre Calidad de la Energía Eléctrica*, p. 7, Agosto 2009.
- [7] G. Malajovich, *Álgebra Linear*. Departamento de Matemática Aplicada, Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ. Versão eletrônica, 2010.
- [8] M. Lai, E. Krempel, and D. Ruben, *Introduction to Continuum Mechanics*, 4th ed. Elsevier, 2010.
- [9] I. S. Sokolnikoff, *Mathematical Theory of Elasticity*. New York: Mc Graw Hill, 1946.
- [10] A. S. Saada and T. F. Irvine, *Elasticity: Theory and Applications*. New York: Pergamon Press, 1974.
- [11] C. A. Araújo, *Elasticidade e Plasticidade*. Porto, Portugal: Imprensa Portuguesa, 1961.
- [12] C. K. Alexander and M. N. O. Sadiku, *Fundamentals of Electric Circuits*. Mc Graw Hill, 2009.

Eduardo Leite Jr. É engenheiro de energia formado em 2015 pela Universidade de Brasília (UnB). Atualmente é aluno de mestrado pelo Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica da UnB. Tem especial interesse nas áreas de proteção de sistemas elétricos, transitórios eletromagnéticos, simulações em tempo real e potência instantânea.

Jorge Cormane Engenheiro Eletricista, professor da Universidade de Brasília do curso de Engenharia de Energia. Desenvolve pesquisas nas áreas de qualidade da energia elétrica, geração distribuída (Solar e Eólica) e redes elétricas inteligentes.