

Validação de Modelos Banda Larga de Transformador de Distribuição Monofásico com Secundário em Tape Central

Phelippe R. Rodrigues
PPGEE – Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica
UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais
Belo Horizonte, Brasil
phelippe@ufmg.br

Alberto De Conti Vinícius C. Oliveira
LRC – Lightning Research Center
DEE – Departamento de Engenharia Elétrica
UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais
Belo Horizonte, Brasil
conti@cpdee.ufmg.br

Resumo—O presente artigo apresenta a validação de um par de modelos banda larga de um transformador monofásico de 10 kVA 7,967 kV/240-120 V, com secundário em tape central, normalmente aplicado em redes de distribuição de energia elétrica. Os modelos foram obtidos segundo duas abordagens: na primeira, um dos terminais de baixa tensão foi mantido permanentemente em curto-circuito; na outra, o mesmo terminal foi mantido em aberto. A validação do modelo foi realizada por meio da análise da tensão transferida no domínio do tempo para duas condições operativas, ambas considerando a aplicação de impulsos de tensão no enrolamento de alta tensão: transformador a vazio e com carga. Observou-se que o modelo proposto apresentou resultados satisfatórios em comparação com dados experimentais para ambas as condições operativas.

Palavras-chave—transformador monofásico; modelo caixa preta; modelo banda larga; tensão transferida

I. INTRODUÇÃO

Em estudos de transitórios eletromagnéticos e coordenação de isolamento muitas vezes é necessária a elaboração de modelos que representem fielmente transformadores em um amplo espectro de frequências [1-5]. As relações entre tensões e correntes nos terminais de transformadores apresentam grande variação com a frequência e geralmente são caracterizadas por inúmeros picos de ressonância. Como esse fenômeno não pode ser deduzido a partir dos dados fornecidos pelos fabricantes, que são válidos somente na frequência industrial, uma possível maneira de se obter a resposta em frequência de transformadores seria a realização de cálculos detalhados baseados na geometria do equipamento. No entanto, na prática, somente os fabricantes detêm informações suficientes para a formulação de modelos desse tipo. Essa limitação pode ser contornada a partir da medição da resposta em frequência do transformador, constituindo-se um modelo do tipo caixa preta [2, 5].

Em [1], foram propostos dois modelos caixa preta de duas portas para um transformador monofásico de 10 kVA, 7,967 kV/240-120 V, com secundário em tape central, normalmente aplicado em redes de distribuição de energia elétrica. Em um desses modelos, considerou-se que um dos terminais de baixa tensão fosse mantido permanentemente em curto-circuito, enquanto no outro modelo este mesmo terminal foi mantido em aberto. Contudo, a validação dos modelos propostos foi realizada apenas para a condição de transformador a vazio, ou seja, sem carga conectada ao terminal de baixa tensão disponível.

O presente estudo visa estender as análises realizadas em [1] para a condição de cargas conectadas ao secundário do transformador, mantendo a ideia de se obter modelos reduzidos de duas portas válidos em amplo espectro de frequências a partir de um modelo genérico de três portas.

A estrutura do texto é a seguinte: na Seção II apresenta-se a formulação dos modelos caixa preta utilizados. A Seção III apresenta o ajuste dos modelos no domínio da frequência a partir da aplicação do método *vector fitting* [6-8] à resposta em frequência medida do transformador avaliado. A Seção IV apresenta resultados no domínio do tempo que demonstram a validação do modelo para a condição de transformador a vazio. A Seção V repete a análise para a condição de carga conectada ao secundário do transformador. Por fim, a Seção VI apresenta as conclusões.

II. MODELAGEM DO TRANSFORMADOR

O transformador de 10 kVA 7,967 kV/240-120 V analisado neste trabalho possui quatro terminais acessíveis, sendo um terminal de alta tensão, dois terminais de baixa tensão com tensões simétricas em virtude de uma conexão em tape central no enrolamento secundário e um terminal de neutro solidamente aterrado, conforme ilustrado na Figura 1.

O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro da CAPES - Brasil. Alberto De Conti agradece o apoio financeiro da FAPEMIG e do CNPq.



Fig. 1. Transformador monofásico de 10 kVA, 7,967 kV/240-120 V, com secundário em tape central.

Um modelo em amplo espectro de frequências para este transformador pode ser elaborado a partir da medição da sua matriz de admitâncias Y em uma determinada faixa de frequências. Sabendo-se que cada elemento da matriz Y é obtido pela relação entre a corrente que entra em cada terminal e a tensão aplicada, o modelo completo desse transformador pode ser descrito pela equação (1), em que o subscrito 1 se refere ao terminal de alta tensão e os subscritos 2 e 3 se referem aos dois terminais disponíveis no enrolamento de baixa tensão.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Simplificações no modelo acima podem ser realizadas sabendo-se que a matriz Y é simétrica. Conforme apresentado em [1], supondo-se que o terminal 3 esteja permanentemente em curto-circuito, é possível obter o seguinte modelo de duas portas que relaciona as correntes e tensões dos terminais 1 e 2:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & -y_{22}t_{21s} \\ -y_{22}t_{21s} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

onde t_{21s} é a tensão medida no terminal 2 para a aplicação de uma tensão senoidal no terminal 1 supondo que o terminal 2 esteja aberto e o terminal 3 esteja em curto-circuito em cada uma das frequências de interesse.

A segunda possibilidade de se obter um modelo simplificado de duas portas é considerar que o terminal 3 esteja permanentemente aberto. Conforme indicado em [1], a relação entre as tensões e correntes nos terminais 1 e 2 para essa condição é dada por

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} - y_{22}t_{21o}^2(1 + t_{23s}^2) & -y_{22}t_{21o}(1 - t_{23s}^2) \\ -y_{22}t_{21o}(1 - t_{23s}^2) & y_{22}(1 - t_{23s}^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde t_{21o} é a tensão medida no terminal 2 para a aplicação de uma tensão senoidal no terminal 1 considerando o terminal 3 aberto e t_{23s} é a tensão medida no terminal 2 para a aplicação de uma tensão senoidal no terminal 3 considerando que o terminal 1 esteja em curto-circuito.

A técnica de *vector fitting* [6] pode ser utilizada para representar, no domínio da frequência, os elementos das matrizes de admitância (2) e (3) através das funções racionais

$$f(s) \approx \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - a_n} + d + sh \quad (4)$$

onde os resíduos c_n e os polos a_n são grandezas reais ou pares complexos conjugados, enquanto d e h são reais.

Caso seja adotado um conjunto comum de N polos para descrever os elementos da matriz Y , a representação no domínio do tempo das correntes e tensões pode ser realizada através da equação de estado

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bv(t) \\ i(t) &= Cx(t) + Dv(t) \end{aligned} \quad (5)$$

onde A é uma matriz diagonal $2N \times 2N$ contendo os polos de Y , B é uma matriz seletora $2N \times 2$ contendo uns e zeros, C é uma matriz $2 \times 2N$ contendo os resíduos de Y e D é uma matriz 2×2 contendo termos independentes. A solução de (5) permite a determinação das tensões nos terminais do transformador e consequentemente a tensão transferida do enrolamento de alta tensão para o enrolamento de baixa tensão (ver [9] para maiores detalhes).

III. RESULTADOS DA APROXIMAÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA POR FRAÇÕES PARCIAIS

A. Transformador com o Terminal 3 em Curto-Circuito

A seguir são apresentados os resultados obtidos para o modelo reduzido que considera o terminal 3 em curto-circuito. A medição dos elementos y_{11} , y_{22} e t_{21s} foi realizada em uma faixa de frequências de 10 Hz a 10 MHz considerando 40 pontos por década. Para isso, foi utilizado o sistema de medição automatizado apresentado em [10].

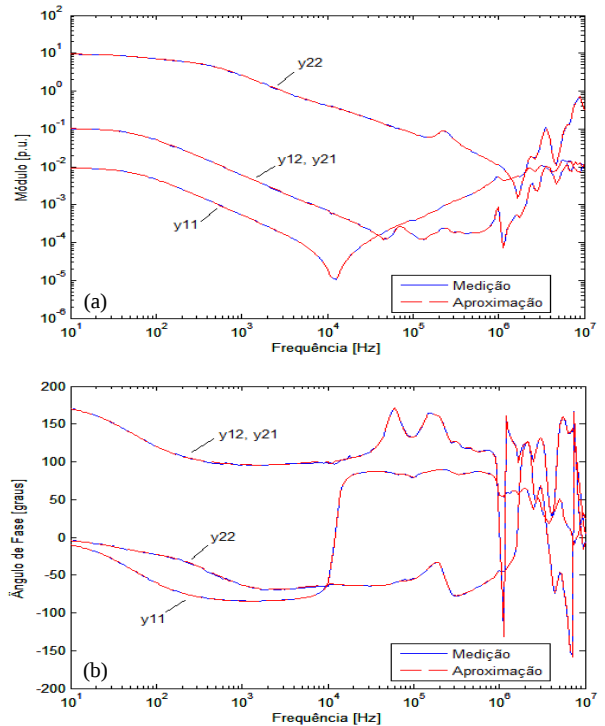


Fig. 2. (a) Módulo e (b) ângulo de fase das medições e aproximação dos termos da matriz Y obtidos através de (2).

A Figura 2 ilustra o módulo e o ângulo de fase dos elementos y_{11} , y_{21} e y_{22} . O elemento y_{21} foi definido pelo negativo do produto dos valores medidos de y_{22} e t_{21s} , conforme apresentado em (2). Nesta figura também são apresentadas as aproximações obtidas pelo método *vector fitting*. O ajuste das curvas foi realizado com 100 polos complexos conjugados. É possível observar uma excelente concordância entre o modelo ajustado e os elementos da matriz Y medidos.

B. Transformador com o Terminal 3 Aberto

Na presente seção são apresentados os resultados obtidos para a abordagem que considera o terminal 3 aberto. Nesta análise, os elementos y_{11} , y_{22} , t_{21o} e t_{23s} da matriz Y representada em (3) foram medidos em uma faixa de frequências de 10 Hz a 10 MHz considerando 40 pontos por década. A aproximação dos elementos da matriz de admitância pelo método *vector fitting* foi realizada com 80 pares de polos complexos conjugados. A Figura 3 ilustra o módulo e o ângulo de fase dos elementos y'_{11} , y'_{21} e y'_{22} , que resultam da manipulação de y_{11} , y_{22} e das relações de transformação medidas, conforme apresentado em (3). Na Figura 3 também são apresentadas as aproximações obtidas pelo método *vector fitting*.

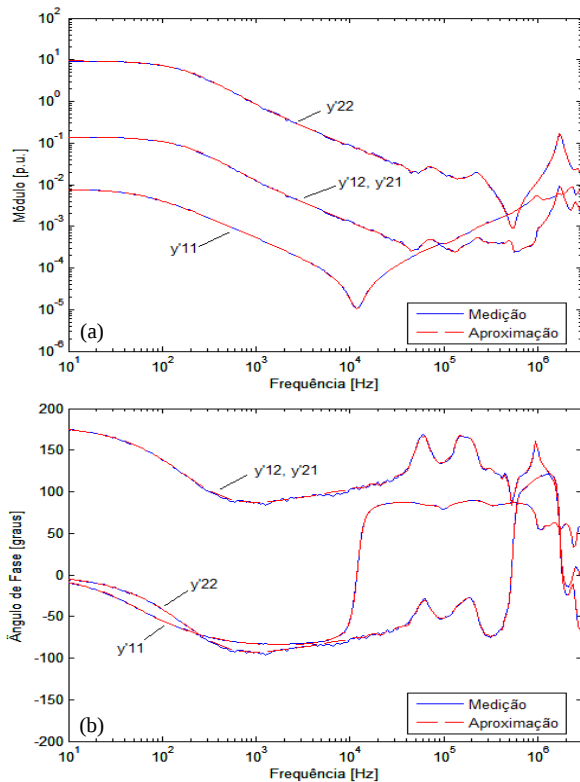


Fig. 3. (a) Módulo e (b) ângulo de fase das medições e aproximação dos termos da matriz Y obtidos através de (3).

É possível observar uma excelente concordância entre o modelo ajustado e os elementos da matriz Y medidos. Contudo, ao se analisar os autovalores associados foram identificados problemas de violação da passividade em altas frequências. A fim de contornar esses problemas, a máxima frequência adotada na modelagem foi limitada em 3 MHz,

assim como em [1]. O comportamento não passivo do modelo em frequências mais elevadas está provavelmente relacionado à presença de eventuais inconsistências nas medições realizadas [5], possivelmente causadas pela influência dos cabos de medição e pela utilização de resistores *shunt* na medição das correntes.

IV. VALIDAÇÃO DOS MODELOS CONSIDERANDO O TERMINAL 2 A VAZIO

A. Modelo com o Terminal 3 em Curto-Circuito

Assim como realizado em [1], o modelo de duas portas que considera o terminal 2 a vazio e o terminal 3 permanentemente em curto-circuito foi validado por meio da aplicação de duas formas de ondas distintas no enrolamento de alta tensão do transformador: um degrau de tensão com um tempo de subida de aproximadamente $0,4 \mu s$ e um impulso atmosférico padronizado de $1,2/50 \mu s$, ambos com 10 V de amplitude. A escolha por estas formas de onda está associada às suas características e ao seu grau de importância. O impulso atmosférico de $1,2/50 \mu s$ é uma solicitação à qual o transformador é comumente exposto e o degrau de tensão excita o transformador em uma faixa de frequências superior à imposta pelo impulso atmosférico, permitindo desta forma uma análise mais completa do modelo.

A Figura 4 ilustra a tensão transferida para o terminal 2. Observa-se que as simulações realizadas apresentaram uma concordância excelente com os dados experimentais. A escala percentual utilizada para representar o valor da tensão transferida tem como referência de 100% a amplitude da tensão aplicada no terminal de alta tensão.

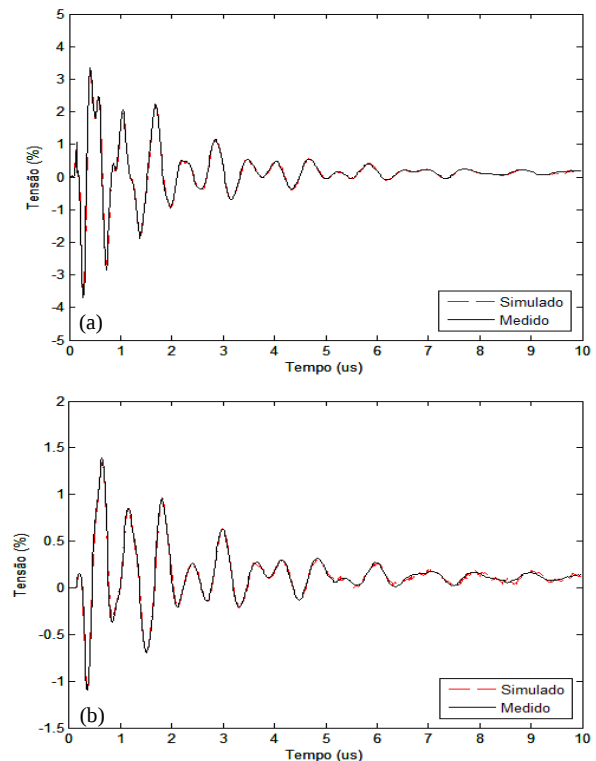


Fig. 4. Tensão transferida para o terminal 2 considerando o terminal 3 em curto-circuito: (a) aplicação de um degrau de tensão no terminal 1 e (b) aplicação de impulso padronizado de $1,2/50 \mu s$.

B. Modelo com o Terminal 3 Aberto

Seguindo também as considerações empregadas em [1], o modelo de duas portas que assume os terminais 2 e 3 abertos foi validado apenas para a aplicação de um impulso atmosférico padronizado de $1,2/50 \mu\text{s}$, pois o modelo é válido para uma frequência máxima de 3 MHz, conforme mencionado no item B da Seção III. Sabe-se que a aplicação de um degrau de tensão poderia levar a resultados instáveis, uma vez que o transformador seria excitado em frequências superiores à modelada. A Figura 5 ilustra a tensão transferida para o terminal 2. Mais uma vez é possível observar que as simulações realizadas apresentaram excelente concordância com os dados experimentais.

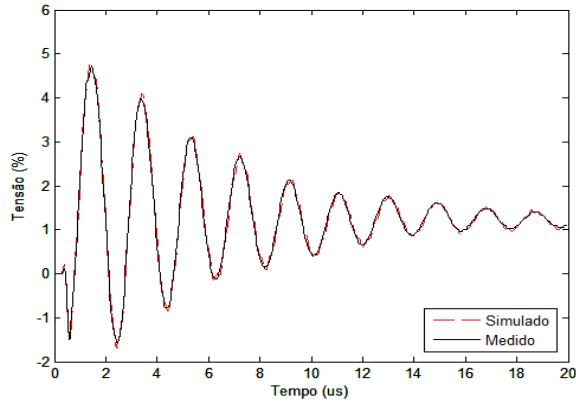


Fig. 5. Tensão transferida para o terminal 2 considerando o terminal 3 aberto diante da aplicação de um impulso padronizado de $1,2/50 \mu\text{s}$ no terminal 1.

V. VALIDAÇÃO DOS MODELOS PARA A CONDIÇÃO DE TRANSFORMADOR COM CARGA

A. Modelo com o Terminal 3 em Curto-Circuito

Visando estender as análises realizadas em [1] a situações mais gerais, o modelo obtido supondo-se o terminal 3 em curto-circuito foi validado para diversas cargas conectadas ao terminal 2. No presente estudo, foram avaliadas as tensões transferidas para o terminal 2 diante da aplicação de um degrau de tensão e de um impulso de tensão de $1,2/50 \mu\text{s}$ no terminal 1 supondo a conexão no secundário do transformador de cargas de 47, 470 e 4700Ω , que representam um percentual da potência nominal do transformador inferior a 3%.

A utilização de cargas resistivas dessa ordem de magnitude busca identificar as tensões transferidas nas condições mais críticas do ponto de vista das sobretensões resultantes no secundário do transformador, que são aquelas que se aproximam da operação a vazio. Além disso, o uso de resistores ao invés de cargas mais complexas visa permitir um maior controle com relação aos experimentos realizados e facilitar comparações entre resultados medidos e simulados. Vale notar que em uma análise em altas frequências, como a apresentada neste trabalho, a representação rigorosa das cargas consumidoras requereria a consideração de efeitos muito distintos daqueles normalmente associados à sua operação em regime permanente senoidal na frequência industrial, o que está fora de escopo neste trabalho.

As Figuras 6 e 7 apresentam a tensão transferida para o terminal 2 para diversas condições de cargas conectadas a este terminal e diferentes formas de ondas aplicadas ao terminal 1, supondo-se o terminal 3 em curto-circuito. Observa-se em todos os casos uma ótima concordância entre os resultados de simulação e os dados experimentais, exceto na condição de aplicação de um degrau no terminal 1 e conexão de uma carga de 47Ω ao terminal 2, em que diferenças mais perceptíveis são observadas entre os resultados obtidos com o modelo e os dados experimentais.

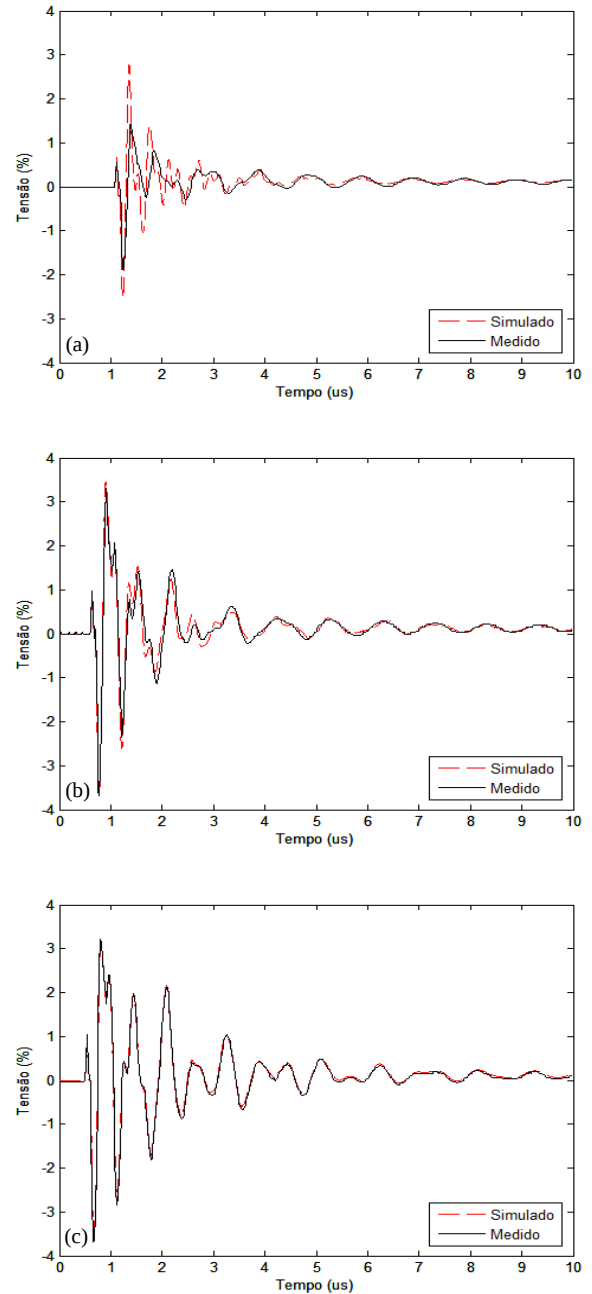


Fig. 6. Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um degrau de tensão no terminal 1 para a condição do terminal 3 em curto-circuito e uma carga conectada ao terminal 2 de (a) 47Ω , (b) 470Ω e (c) 4700Ω .

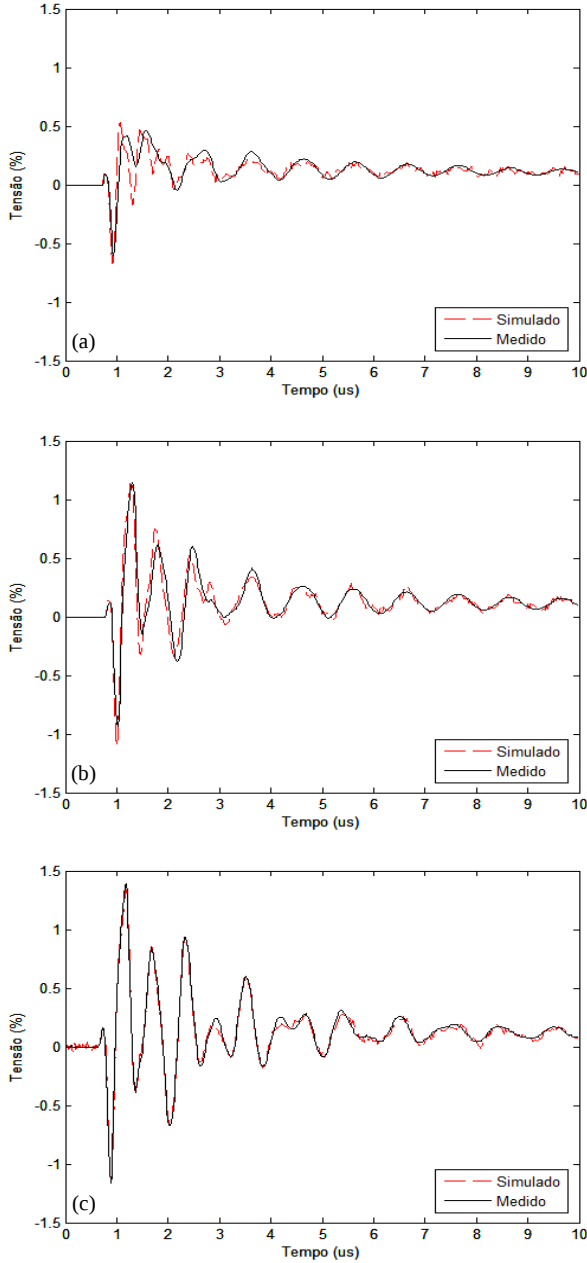


Fig. 7. Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um impulso de tensão no terminal 1 para a condição do terminal 3 em curto-circuito e uma carga conectada ao terminal 2 de (a) $47\ \Omega$, (b) $470\ \Omega$ e (c) $4700\ \Omega$.

B. Modelo com o Terminal 3 Aberto

O modelo de duas portas para a condição de terminal 3 aberto foi validado apenas para a aplicação de um impulso de tensão de $1,2/50\ \mu\text{s}$ no terminal 1. As cargas utilizadas durante este estudo também foram de 47 , 470 e $4700\ \Omega$.

A Figura 8 ilustra a tensão transferida para o terminal 2 para as diversas cargas conectadas a este terminal. Apesar de haver um erro maior para a condição de $47\ \Omega$, uma boa conformidade foi observada entre os dados experimentais e os resultados das simulações com o modelo.

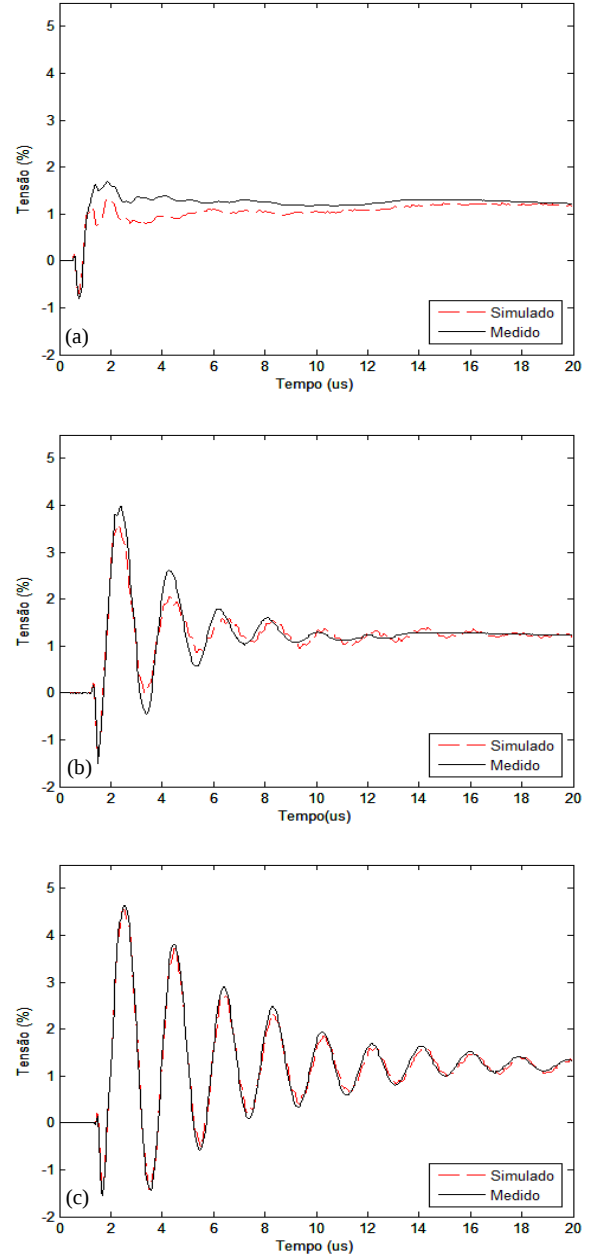


Fig. 8. Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um impulso de tensão no terminal 1 para a condição do terminal 3 aberto e uma carga conectada ao terminal 2 de (a) $47\ \Omega$, (b) $470\ \Omega$ e (c) $4700\ \Omega$.

VI. CONCLUSÕES

O presente artigo investigou um par de modelos banda larga para um transformador monofásico de $10\ \text{kVA}$, $7,967\ \text{kV}/240\text{-}120\ \text{V}$, com secundário em tape central, normalmente aplicado em redes de distribuição de energia elétrica. A primeira abordagem considerou o terminal 3 permanentemente em curto-circuito, enquanto a segunda abordagem supôs que este terminal estivesse permanentemente aberto.

Os modelos foram obtidos a partir da aplicação da técnica *vector fitting* à resposta em frequência medida do

transformador, sendo sua validação realizada por meio da análise da tensão transferida para a condição de transformador a vazio e com carga supondo a aplicação de tensões impulsivas no terminal de alta tensão. Cargas de diferentes magnitudes foram consideradas no intuito de avaliar se os modelos se comportam bem para vários casos. Em todas as condições analisadas foi possível observar uma excelente concordância entre os dados experimentais e os resultados de simulação, exceto para a conexão de uma carga de $47\ \Omega$ ao terminal 2. Nesta circunstância, foram verificadas diferenças mais significativas, cuja origem vem sendo investigada pelos autores. Em particular, espera-se que as melhorias que vêm sendo realizadas no sistema de medição possam eliminar o comportamento não passivo observado durante a análise dos autovalores associados aos modelos em determinadas frequências e condições terminais e, conseqüentemente, permitir a obtenção de uma resposta transitória mais satisfatória em estudos de tensões transferidas.

REFERÊNCIAS

- [1] A. De Conti, V. C. Oliveira, R. T. S. Lopes, R. O. Brochado, S. L. Silvino, "Two-port wideband models of a single-phase distribution transformer with center-tapped secondary", in: Proc. 2015 International Symposium on Lightning Protection (XIII SIPDA), Balneário Camboriú, Sept-Oct. 2015.
- [2] B. Gustavsen and A. Semlyen, "Application of vector fitting to state equation representation of transformers for simulation of electromagnetic transients", IEEE Trans. Power Del., vol. 13, no. 3, pp. 834-842, Jul. 1998.
- [3] B. Gustavsen, "Wide band modeling of power transformers", IEEE Trans. Power Del., vol. 19, no. 1, pp. 414-422, Jan. 2004.
- [4] B. Gustavsen, "Frequency-dependent modeling of power transformers with ungrounded windings", IEEE Trans. Power Del., vol. 19, no. 3, pp. 1328-1334, Jul. 2004.
- [5] J. C. S. Silva, "Modelagem caixa preta de transformadores de potência em amplo espectro de frequência", Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE), UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais, 2014.
- [6] B. Gustavsen and A. Semlyen, "Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting", IEEE Trans. Power Del., vol. 14, no. 13, pp. 1052-1061, Jul. 1999.
- [7] B. Gustavsen, "Improving the pole relocating properties of vector fitting", IEEE Trans. Power Del., vol. 21, no. 3, pp. 1587-1592, July 2006.
- [8] D. Deschrijver, M. Mrozowski, T. Dhaene, and D. De Zutter, "Macromodeling of multiport systems using a fast implementation of the vector fitting method", IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 18, no. 6, pp. 383-385, June 2008.
- [9] B. Gustavsen, H. M. J. de Silva, "Inclusion of rational models in an electromagnetic transients program: Y-parameters, Z-parameters, S-parameters, transfer functions", IEEE Trans. Power Del., vol. 28, no. 2, April 2013.
- [10] D. G. Silveira, "Modelagem de transformadores de potência em altas frequências", Relatório técnico – PRPq, UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.