

Abordagem de PLIM para o Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão Usando o Modelo AC

Cristiam V. Montes, Leonardo H. Macedo, John F. Franco, Rubén Romero

Departamento de Engenharia Elétrica
UNESP – Universidade Estadual Paulista
Ilha Solteira, Brasil

{cvillajuanm; leohfmp; jffranco}@gmail.com, ruben@dee.feis.unesp.br

Marcos J. Rider

Departamento de Sistemas e Energia
UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas
Campinas, Brasil

mjrider@dsee.fee.unicamp.br

Resumo—Este artigo apresenta um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão (PEST), considerando expansão multiestágio e planejamento de reativos simultâneo. A operação AC do sistema é modelada de forma realista, considerando a variação da magnitude de tensão, os fluxos de potência reativa e as perdas nos circuitos. O modelo foi implementado na linguagem de modelagem AMPL e resolvido utilizando o *solver* comercial CPLEX. Para avaliar a precisão do modelo de PEST, os pontos de operação em regime permanente obtidos foram comparados com os resultados de um fluxo de carga AC. O sistema Garver de 6 barras e uma versão modificada do sistema IEEE de 118 barras foram usados para demonstrar a precisão da proposta.

Palavras-chave—Planejamento da expansão de sistemas de transmissão multiestágio, planejamento de reativos, programação linear inteira mista.

LISTA DE SÍMBOLOS

Conjuntos:

N	Conjunto de barras
Ω	Conjunto de caminhos
Y	Conjunto de equivalentes das linhas candidatas
R	Conjunto de fontes VAR candidatas
T	Conjunto de estágios

Funções:

CP_t, CO_t Custos de planejamento e operação no estágio t

Constantes:

α	Taxa de desconto anual
Δ	Tempo de operação anual do sistema
γ_t^i, γ_t^f	Anos de operação inicial e final do estágio t
ψ_t	Fator de carga no estágio t
$c_{ij,y}^l$	Custo das linhas da opção y no caminho ij
c_i^{sh}	Custo de instalação de uma fonte VAR na barra i
S^b	Base de potência aparente
V^n	Magnitude da tensão nominal do sistema
$P_{i,t}^d, Q_{i,t}^d$	Demandas de potência ativa e reativa na barra i , no estágio t
$n_{ij,y}$	Número de linhas no caminho ij , na opção y
$\bar{V}, \underline{V}$	Limites máximo e mínimo da magnitude de tensão
$r_{ij,y}, x_{ij,y}$	Resistência e reatância equivalentes das linhas da opção y , no caminho ij

$z_{ij,y}$	Módulo da impedância equivalente das linhas da opção y , no caminho ij
$b_{ij,y}^{shl}$	Susceptância <i>shunt</i> equivalente das linhas da opção y , no caminho ij
$\bar{I}_{ij,y}$	Limite de corrente das linhas da opção y , no caminho ij
B^{shc}	Susceptância de uma fonte VAR candidata
c_i^g	Custo de geração do gerador na barra i
$\bar{P}_{i,t}^g, \underline{P}_{i,t}^g$	Capacidade máxima e mínima de geração de potência ativa do gerador instalado na barra i , no estágio t
$\bar{Q}_{i,t}^g, \underline{Q}_{i,t}^g$	Capacidade máxima e mínima de geração de potência reativa do gerador instalado na barra i , no estágio t
$\bar{\theta}$	Máximo ângulo de fase da tensão no sistema
$\bar{n}_{ij}$	Número máximo de linhas que podem ser instaladas no caminho ij
$\bar{m}_i$	Número máximo de módulos de compensação reativa que podem ser instalados na barra i
L	Número de blocos da linearização por partes
$m_{ij,y,l}^S$	Inclinação do l -ésimo bloco utilizado na linearização do fluxo de potência no caminho ij , opção y
$\bar{\Delta S}_{ij,y}$	Limite superior de cada bloco da linearização do fluxo de potência no caminho ij , opção y
$v_{i,t}$	Valor da magnitude de tensão na barra i , no estágio t , obtida a partir do modelo de PL relaxado

Variáveis Contínuas:

$V_{i,t}$	Magnitude da tensão na barra i , no estágio t
$V_{i,t}^{sqr}$	Quadrado de $V_{i,t}$
$\theta_{i,t}$	Ângulo de fase da tensão na barra i , no estágio t
$I_{ij,y,t}$	Fluxo de corrente no caminho ij , opção y , estágio t
$I_{ij,y,t}^{sqr}$	Quadrado de $I_{ij,y,t}$
$f_{ij,t}^V$	Variável de folga para a equação de queda de tensão no caminho ij , no estágio t
$f_{ij,t}^\theta$	Variável de folga para a equação de cálculo da abertura angular no caminho ij , no estágio t
$Q_{i,r,t}^{shc}$	Potência reativa injetada pela fonte VAR r candidata, na barra i , no estágio t
$Q_{i,ij,y,t}^{shl}$	Potência reativa injetada na barra i , pelo elemento <i>shunt</i> das linhas no caminho ij , opção y , no estágio t
$P_{i,t}^g, Q_{i,t}^g$	Potências ativa e reativa geradas pelo gerador na barra i , no estágio t

$P_{ij,y,t}, Q_{ij,y,t}$	Fluxos de potência ativa e reativa no caminho ij , opção y , no estágio t
$P_{ij,y,t}^+, P_{ij,y,t}^-$	Variáveis positivas para o cálculo de $ P_{ij,y,t} $
$Q_{ij,y,t}^+, Q_{ij,y,t}^-$	Variáveis positivas para o cálculo de $ Q_{ij,y,t} $
$\Delta P_{ij,y,l,t}$	Valor do l -ésimo bloco dos fluxos de potência
$\Delta Q_{ij,y,l,t}$	ativa e reativa no caminho ij , opção y , estágio t
Variáveis Binárias:	
$w_{ij,y,t}$	Construção das linhas do equivalente da opção y , no caminho ij , estágio t
$h_{i,r,t}$	Construção da fonte VAR r na barra i no estágio t

I. INTRODUÇÃO

O problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão (PEST) tem como objetivo determinar a localização, quantidade e tempo do investimento em novas linhas de transmissão e outros dispositivos, a fim de atender adequadamente a demanda de energia futura com custo mínimo [1]. Vários métodos foram utilizados para resolver o problema de PEST. A abordagem mais utilizada considera um modelo simplificado do sistema em uma primeira fase, em que modelos relaxados, com vários graus de aproximações, tais como o modelo de transporte, modelos híbridos, modelo DC, modelo linear disjuntivo, e outros, são utilizados. As técnicas de solução para esta primeira fase incluem métodos clássicos de otimização e meta-heurísticas, como o *Simulated Annealing*, *Tabu Search*, *Particle Swarm Optimization*, Algoritmos Genéticos etc. O plano de expansão obtido na primeira fase é reforçado numa segunda fase, através do planejamento de reativos (PR) e análises de estabilidade transitória e de tensão [2]. Na primeira fase, o PEST pode ser classificado como estático, quando é de único estágio, ou multiestágio, quando o horizonte de planejamento está dividido em múltiplos estágios.

Em [3], são apresentados trabalhos que consideram o planejamento com restrições de segurança, incertezas da demanda e planejamento estático/de múltiplos estágios. O problema de PR é normalmente resolvido após o PEST, uma vez que somente a potência ativa é levada em conta no PEST quando se utiliza o modelo DC na primeira fase. O principal objetivo do problema de PR é determinar o custo mínimo de compensadores reativos *shunt* que devem ser instalados no sistema para que ele opere de forma adequada. Um levantamento completo sobre PR pode ser encontrado em [4]. Apesar da maioria dos estudos considerar o modelo DC na primeira fase do PEST, existem algumas limitações inerentes a esta abordagem, tais como as apresentadas em [5] e [6]: (a) o problema PEST deve ser tratado separadamente do problema de PR; (b) é frequentemente necessário reforçar um plano de expansão obtido utilizando o modelo DC quando a operação com o modelo AC é considerada; e (c) é difícil levar em conta as perdas, fluxos de potência reativa e magnitudes de tensão nas barras. Além disso, os resultados com o fluxo de potência DC podem ser consideravelmente diferentes dos de um fluxo de carga AC [6].

Durante a última década, o PEST com o modelo AC (PESTAC) tem atraído uma crescente atenção. Os trabalhos [6]–[10] usam técnicas heurísticas ou meta-heurísticas para resolver o PESTAC com PR. Apesar destas técnicas serem robustas, flexíveis e alcançarem bons resultados, sua aplicação apresenta muitas dificuldades, tais como elevada demanda

computacional, a necessidade do ajuste e sintonização de parâmetros, e a definição de um critério de parada. Além disso, elas não garantem a convergência para o ótimo global [11]. As referências [12]–[16] propõem modelos aproximados e relaxados para resolver o problema PESTAC usando métodos clássicos de otimização. Em [12] propõem-se dois modelos de programação não linear (PNL) relaxados para o problema de programação não linear inteira mista (PNLIM) original. Em [13], propõe-se um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) para resolver o PESTAC estático com segurança, com um procedimento iterativo de cálculo de fluxo de potência para as contingências N–1. Em [14] um modelo de PLIM para o problema multiestágio é desenvolvido, enquanto em [15] propõe-se um processo de decomposição de Benders para o problema de PESTAC, empregando o PR depois da expansão das linhas. Em [16] é apresentado um modelo de programação cônica inteira mista para o problema de PESTAC multiestágio. Embora esses trabalhos apresentem modelos mais realistas, apenas [16] considera o PR simultâneo.

Neste trabalho, a principal contribuição é apresentar um modelo completo de PLIM para o problema de PESTAC multiestágio com PR simultâneo. A precisão e a eficiência do modelo proposto são avaliadas com os resultados do planejamento de dois sistemas: o Garver de 6 barras e uma versão modificada do sistema IEEE de 118 barras.

II. MODELO MATEMÁTICO PARA O FLUXO DE CARGA AC

Um ramo genérico de uma rede de transmissão, que pode representar uma linha de transmissão, um transformador em fase ou um defasador é mostrado na Fig. 1. R_{ij} , X_{ij} , Z_{ij} , e B_{ij}^{shl} são a resistência, a reatância, a impedância e a susceptância *shunt* no ramo ij , respectivamente. Os parâmetros a_{ij} e ϕ_{ij} são o tap do transformador em fase e o ângulo introduzido pelo transformador defasador no ramo ij , respectivamente.

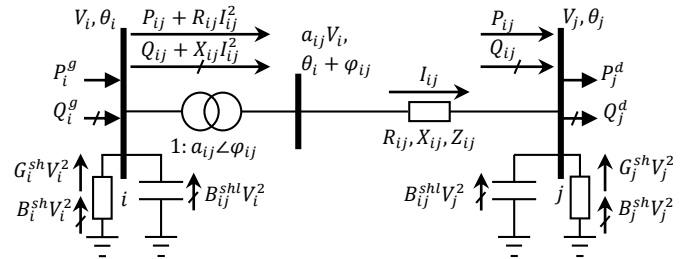


Figura 1. Ramo ij genérico de uma rede de transmissão.

As equações convencionais de balanço de carga (lei de Kirchhoff das correntes) são mostradas em (1) e (2), $\forall i \in N$:

$$P_i^g - P_i^d + G_i^{sh} V_i^2 + \sum_{j \in \Omega} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^2) = 0 \quad (1)$$

$$Q_i^g - Q_i^d + B_i^{sh} V_i^2 + \sum_{j \in \Omega} (Q_{ji} + B_{ji}^{shl} V_i^2) - \sum_{ij \in \Omega} (Q_{ij} - B_{ij}^{shl} V_i^2 + X_{ij} I_{ij}^2) = 0 \quad (2)$$

A aplicação sistemática da lei de Kirchhoff das tensões ao sistema é representada em (3), (4) e (5):

$$a_{ij}^2 V_i^2 - V_j^2 = 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) + Z_{ij}^2 I_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega \quad (3)$$

$$a_{ij}V_iV_j \sin(\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) = X_{ij}P_{ij} - R_{ij}Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega \quad (4)$$

$$I_{ij}^2 = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{V_j^2} \quad \forall ij \in \Omega \quad (5)$$

Com $\theta_i = 0$ fixado na barra *slack*, as magnitudes de tensão fixadas nas barras PV e na barra *slack* nos valores especificados, e a geração de potência ativa fixada nas barras PV, (1)–(5) fornecem o estado de operação do sistema.

III. MODELO DE PLIM PARA O PEST COM PR

Nesta seção é apresentado um novo modelo de PLIM para o problema de PEST baseado no modelo de fluxo de carga AC da seção anterior. O modelo considera o horizonte de planejamento dividido em estágios, e a construção de linhas e fontes de reativos.

A. Parâmetros de Linhas

Na Fig. 2 são mostradas as alternativas, y , de instalação de linhas de transmissão no caminho ij . A variável binária $w_{ij,y,t}$ indica a opção escolhida em cada estágio t , o valor de y indica o número de linhas novas para cada caminho ij . Nesta formulação, apenas uma opção y pode ser escolhida em um caminho ij no estágio t . Define-se o parâmetro $n_{ij,y} = n_{ij}^0 + y$ como o número de linhas no caminho ij , opção y , onde n_{ij}^0 é o número de linhas existentes no caminho ij .

Os parâmetros das linhas de transmissão em cada caminho devem ser redefinidos em termos equivalentes para cada opção y e estágio t , parâmetros tais como a resistência de uma linha, R_{ij} , a reatância, X_{ij} , a susceptância *shunt*, B_{ij}^{shl} , o limite de corrente, $\bar{I}_{ij}$, e o custo de uma linha, C_{ij}^l . O custo de se escolher uma opção y pode ser definida como $c_{ij,y}^l = yC_{ij}^l$. O limite de corrente e a susceptância *shunt* do equivalente para cada opção y são $\bar{I}_{ij,y} = n_{ij,y}\bar{I}_{ij}$ e $b_{ij,y}^{shl} = n_{ij,y}B_{ij}^{shl}$.

Para $n_{ij,y} > 0$, define-se a resistência e reatância equivalentes no caminho ij , opção y como $r_{ij,y} = R_{ij}/n_{ij,y}$ e $x_{ij,y} = X_{ij}/n_{ij,y}$. Também devem-se redefinir as variáveis que representam os termos dos fluxos de potência ativa e reativa e de corrente em cada caminho ij para cada opção y , estágio t . No caso em que $n_{ij,y} = 0$, define-se $r_{ij,y} = 0$ e $x_{ij,y} = 0$ e as variáveis $P_{ij,y,t}$, $Q_{ij,y,t}$ e $I_{ij,y,t}^{sqr}$ são fixadas em zero. O cálculo da magnitude da impedância equivalente ao quadrado da linha no caminho ij , opção y é $z_{ij,y}^2 = r_{ij,y}^2 + x_{ij,y}^2$.

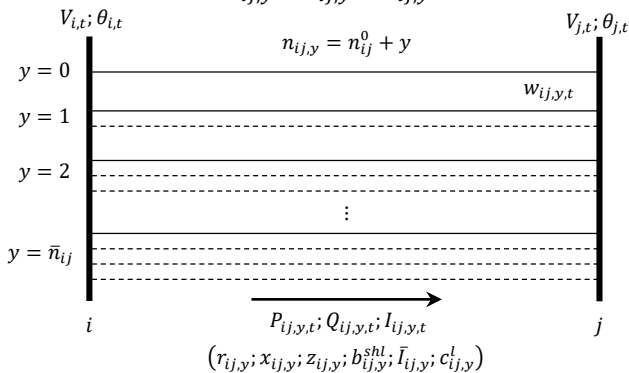


Figura 2. Opções para instalação de linhas em caminhos.

B. Compensação Reativa

Na Fig. 3 apresentam-se as alternativas de instalação de

elementos de compensação reativa *shunt*, B_i^{sh} , na barra i . A instalação de cada fonte VAR, r , com susceptância B^{shc} e injeção de potência reativa $Q_{i,r,t}^{shc}$ na barra i e estágio t é representada pela variável binária $h_{i,r,t}$.

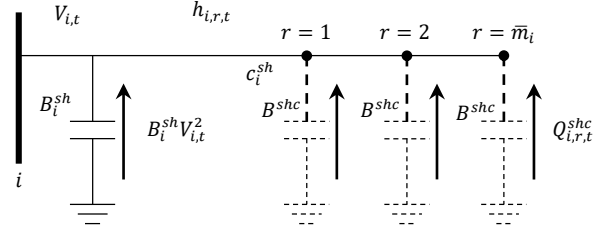


Figura 3. Opções para instalação de compensação reativa *shunt*.

C. Função Objetivo

O objetivo deste trabalho é minimizar os custos de planejamento e operação em conjunto, como considerado em [13], para o PEST estático sem PR. A função objetivo (6) minimiza o custo do valor presente do planejamento, CP_t , e operação, CO_t , em cada estágio t , em que α é a taxa de desconto anual.

$$\min \sum_{t \in T} \frac{1}{(1 + \alpha)^{Y_t^l}} (CP_t + CO_t) \quad (6)$$

Na Fig. 4 mostram-se as linhas de tempo de planejamento e operação do sistema. No custo do planejamento, CP_t , consideram-se a instalação de novas linhas de transmissão e de fontes de reativos, em todos os estágios. Para o primeiro estágio utiliza-se (7) e para estágios posteriores, $t > 1$, (8) é considerada. A Fig. 4(a) ilustra uma linha do tempo de planejamento que se divide em três estágios, cada um de cinco anos.

$$CP_{t|t=1} = \sum_{ij \in \Omega} \sum_{y \in Y} c_{ij,y}^l w_{ij,y,1} + \sum_{i \in N} \sum_{r \in R} c_i^{sh} h_{i,r,1} \quad (7)$$

$$CP_{t|t>1} = \sum_{ij \in \Omega} \sum_{y \in Y} c_{ij,y}^l (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) + \sum_{i \in N} \sum_{r \in R} c_i^{sh} (h_{i,r,t} - h_{i,r,t-1}) \quad (8)$$

O custo de operação CO_t é anualizado e considera a topologia de cada estágio de planejamento anterior para a operação no intervalo Y_t^l a Y_t^f , como mostra a Fig. 4(b). Em (9) calcula-se o custo da operação para cada estágio.

$$CO_t = \left(\frac{\psi_t S^b \Delta}{10^6} \right) \left(\frac{(1 + \alpha)^{Y_t^f - Y_t^l} - 1}{\alpha (1 + \alpha)^{Y_t^f - Y_t^l}} \right) \sum_{i \in N} c_i^g P_{i,t}^g \quad (9)$$

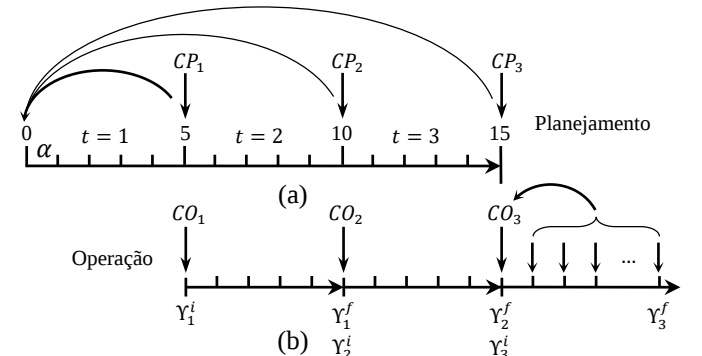


Figura 4. Linhas de tempo de (a) planejamento e (b) operação.

D. Restrições

As restrições do modelo de PLIM para o PESTAC multietágio com PR são apresentadas nesta seção. Como em (1)–(3) as magnitudes de tensão e de correntes são elevadas ao quadrado, as trocas de variáveis apresentadas em (10) são feitas.

$$V_i^{sqr} = V_i^2 \text{ e } I_{ij}^{sqr} = I_{ij}^2; V_i^{sqr} \geq 0 \text{ e } I_{ij}^{sqr} \geq 0 \quad (10)$$

As equações (11) e (12) representam os balanços de potência ativa e reativa em todas as barras i e estágios t , respectivamente, para o problema de PESTAC com PR.

$$P_{i,t}^g + \sum_{j \in \Omega} \sum_{y \in Y} P_{ji,y,t} - \sum_{j \in \Omega} \sum_{y \in Y} (P_{ij,y,t} + r_{ij,y} I_{ij,y,t}^{sqr}) + G_i^{sh} V_{i,t}^{sqr} = P_{i,t}^d \quad (11)$$

$$Q_{i,t}^g + \sum_{r \in R} Q_{i,r,t}^{shc} + \sum_{j \in \Omega} \sum_{y \in Y} (Q_{ji,y,t} + Q_{ji,y,t}^{shl}) - \sum_{j \in \Omega} \sum_{y \in Y} (Q_{ij,y,t} - Q_{ij,y,t}^{shl} + x_{ij,y} I_{ij,y,t}^{sqr}) + B_i^{sh} V_{i,t}^{sqr} = Q_{i,t}^d \quad (12)$$

$$\forall i \in N, \forall t \in T$$

Com o intuito de se obter uma versão linear de (4), adaptada para o problema de PESTAC, assume-se que a diferença angular das fases das tensões entre as barras consecutivas i e j é pequena, assim (13) é uma aproximação válida, sendo que a presença de defasadores é desconsiderada.

$$\sin(\theta_i - \theta_j) \cong \theta_i - \theta_j \quad (13)$$

Além disso, define-se um novo parâmetro v_i , como uma estimativa da tensão na barra i . O cálculo deste parâmetro será discutido mais adiante. Após v_i conhecido, $V_i V_j$ em (4) é aproximado por $v_i v_j$. Também se usa v_j como uma estimativa da tensão na barra j em (5), e V_j^2 é aproximado por v_j^2 .

Considerando as modificações propostas, a restrição (14) é o cálculo da magnitude da queda de tensão, e (15) é cálculo da diferença de ângulo de fase da tensão, em todos os caminhos ij e estágios t . As variáveis de folga $f_{ij,t}^V$ e $f_{ij,t}^\theta$ mostradas em (16) e (17) são iguais a zero quando existem linhas instaladas no caminho ij , no estágio t ; caso contrário estão livres para variar até os respectivos valores máximos. Estas variáveis são utilizadas para permitir que as magnitudes de tensão e os ângulos de fase das tensões possam variar livremente em (14) e (15) quando não existem linhas no caminho ij , estágio t , e também para permitir o cálculo (das quedas de tensão e das aberturas angulares) quando há linhas presentes.

$$V_{i,t}^{sqr} - V_{j,t}^{sqr} - f_{ij,t}^V = \sum_{y \in Y} [2(r_{ij,y} P_{ij,y,t} + x_{ij,y} Q_{ij,y,t}) + z_{ij,y}^2 I_{ij,y,t}^{sqr}] \quad (14)$$

$$v_{i,t} v_{j,t} (\theta_{i,t} - \theta_{j,t}) - f_{ij,t}^\theta = \sum_{y \in Y} (x_{ij,y} P_{ij,y,t} - r_{ij,y} Q_{ij,y,t}) \quad (15)$$

$$|f_{ij,t}^V| \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2) \sum_{\substack{y \in Y \\ n_{ij,y}=0}} w_{ij,y,t} \quad (16)$$

$$|f_{ij,t}^\theta| \leq 2\bar{V}^2 \bar{\theta} \sum_{\substack{y \in Y \\ n_{ij,y}=0}} w_{ij,y,t} \quad (17)$$

$$\forall ij \in \Omega, \forall t \in T$$

As restrições (18)–(25) representam a linearização da equação do cálculo da corrente, para todos os equivalentes da opção y , no caminho ij e estágio t . Nessas equações são definidos $\Delta \bar{S}_{ij,y} = \bar{V} \bar{I}_{ij,y} / L$ e $m_{ij,y,t}^S = (2l - 1) \Delta \bar{S}_{ij,y}$.

$$v_{j,t}^2 I_{ij,y,t}^{sqr} = \sum_{l=1}^L m_{ij,y,t}^S \Delta P_{ij,y,l,t} + \sum_{l=1}^L m_{ij,y,t}^S \Delta Q_{ij,y,l,t} \quad (18)$$

$$P_{ij,y,t}^+ - P_{ij,y,t}^- = P_{ij,y,t} \quad (19)$$

$$P_{ij,y,t}^+ + P_{ij,y,t}^- = \sum_{l=1}^L \Delta P_{ij,y,l,t} \quad (20)$$

$$Q_{ij,y,t}^+ - Q_{ij,y,t}^- = Q_{ij,y,t} \quad (21)$$

$$Q_{ij,y,t}^+ + Q_{ij,y,t}^- = \sum_{l=1}^L \Delta Q_{ij,y,l,t} \quad (22)$$

$$\forall ij \in \Omega, \forall y \in Y, \forall t \in T$$

$$0 \leq \Delta P_{ij,y,l,t} \leq \Delta \bar{S}_{ij,y} \quad (23)$$

$$0 \leq \Delta Q_{ij,y,l,t} \leq \Delta \bar{S}_{ij,y} \quad (24)$$

$$\forall ij \in \Omega, \forall y \in Y, l = 1 \dots L, \forall t \in T$$

$$P_{ij,y,t}^+, P_{ij,y,t}^-, Q_{ij,y,t}^+, Q_{ij,y,t}^- \geq 0 \quad (25)$$

$$\forall ij \in \Omega, \forall y \in Y, \forall t \in T$$

A restrição (26) limita a magnitude do fluxo de corrente das linhas equivalentes da opção y no caminho ij , estágio t .

$$0 \leq I_{ij,y,t}^{sqr} \leq w_{ij,y,t} \bar{I}_{ij,y}^2 \quad (26)$$

$$\forall ij \in \Omega, \forall y \in Y, \forall t \in T$$

A injeção de potência reativa pelo elemento *shunt* da linha equivalente da opção y , no corredor ij , na barra u ($u = i$ ou $u = j$), para todos os estágios é calculada por (27) e (28).

$$-\bar{V}^2 (1 - w_{ij,y,t}) b_{ij,y}^{shl} \leq Q_{u,ij,y,t}^{shl} - V_{u,t}^{sqr} b_{ij,y}^{shl} \leq -\underline{V}^2 (1 - w_{ij,y,t}) b_{ij,y}^{shl} \quad (27)$$

$$w_{ij,y,t} \underline{V}^2 b_{ij,y}^{shl} \leq Q_{u,ij,y,t}^{shl} \leq w_{ij,y,t} \bar{V}^2 b_{ij,y}^{shl} \quad (28)$$

$$\forall u \in N, \forall ij \in \Omega, \forall y \in Y, \forall t \in T | u = i \text{ ou } u = j$$

A equação (29) determina que só uma das opções y seja escolhida no caminho ij para cada estágio t . A restrição (30) limita o número de linhas que podem ser adicionadas ao caminho ij , e (31) garante que o número de linhas no caminho ij e estágio t tem que ser maior ou igual que o número de linhas no mesmo caminho ij no estágio $t - 1$, ou seja, as linhas não podem ser removidas de um estágio para o seguinte.

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} = 1 \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (29)$$

$$\sum_{y \in Y} y \cdot w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T \quad (30)$$

$$\sum_{y \in Y} y \cdot w_{ij,y,t-1} \leq \sum_{y \in Y} y \cdot w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega, \forall t \in T | t > 1 \quad (31)$$

Os limites para a magnitude da tensão e o limite do ângulo de fase de tensão são estabelecidos por (32) e (33), respectivamente, enquanto que as restrições (34) e (35) são os limites da capacidade de geração de potência ativa e reativa dos geradores, respectivamente, em cada barra i e estágio t .

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,t}^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (32)$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,t} \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (33)$$

$$\underline{p}_{i,t}^g \leq p_{i,t}^g \leq \bar{p}_{i,t}^g \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (34)$$

$$\underline{Q}_{i,t}^g \leq Q_{i,t}^g \leq \bar{Q}_{i,t}^g \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (35)$$

Da mesma forma que as equações (27) e (28), as equações (36) e (37) fornecem o valor da injeção de potência reativa pela fonte VAR r ligada à barra i no estágio t .

$$-\bar{V}^2(1 - h_{i,r,t})B^{shc} \leq Q_{i,r,t}^{shc} - V_{i,t}^{sqr}B^{shc} \leq -\underline{V}^2(1 - h_{i,r,t})B^{shc} \quad (36)$$

$$h_{i,r,t}\underline{V}^2B^{shc} \leq Q_{i,r,t}^{shc} \leq h_{i,r,t}\bar{V}^2B^{shc} \quad (37)$$

$$\forall i \in N, \forall r \in R, \forall t \in T$$

A variável binária $h_{i,r,t}$ é utilizada para definir a instalação de fontes de VAR, como mostrado nas restrições (38)–(40), onde a restrição (38) limita o número de fontes VAR que podem ser ligadas à barra i em $\bar{m}_i$, a restrição de cerca (39) impõe que as fontes VAR devem ser instaladas em ordem específica em uma barra, ou seja, a fonte $r > 1$ só pode ser instalada se a fonte $r - 1$ já foi instalada, e a restrição (40) impõe que se uma fonte VAR foi instalada em um estágio $t - 1$, ela não deve ser removida no estágio t .

$$\sum_{r \in R} h_{i,r,t} \leq \bar{m}_i \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (38)$$

$$h_{i,r,t} \leq h_{i,r-1,t} \quad \forall i \in N, \forall r \in R, \forall t \in T | r > 1 \quad (39)$$

$$h_{i,r,t-1} \leq h_{i,r,t} \quad \forall i \in N, \forall r \in R, \forall t \in T | t > 1 \quad (40)$$

A equação (41) fornece a referência angular para o sistema, para cada estágio t . As restrições (42) e (43) representam a natureza binária das variáveis de investimento.

$$\theta_{i,t} = 0 \quad \forall i \in N | i = slack, \forall t \in T \quad (41)$$

$$w_{ij,y,t} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega, \forall y \in Y, \forall t \in T \quad (42)$$

$$h_{ij,r,t} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall r \in R, \forall t \in T \quad (43)$$

Uma estratégia de solução em dois passos é realizada para se obter uma estimativa para $v_{i,t}$. No primeiro passo, a integridade de $w_{ij,y,t}$ e $h_{ij,r,t}$, é relaxada e assume-se $v_{i,t} = V^n$. Assim, o modelo (6)–(9), (11), (12), (14)–(43) torna-se um problema de programação linear (PL). Em seguida, utilizando-se os valores obtidos de $V_{i,t}^{sqr}$, $v_{i,t}$ é definido como $V_{i,t}$ em (15) e (18), para ser usado no segundo passo. O segundo passo consiste-se em resolver o problema de PLIM (6)–(9), (11), (12), (14)–(43) com o valor estimado de $v_{i,t}$. Nesta segunda etapa, as tensões em todas as barras são calculadas em (14).

IV. TESTES E RESULTADOS

Para testar o modelo proposto foram utilizados os sistemas Garver de 6 barras [17] e o sistema IEEE modificado de 118 barras [18]. Os dados completos destes sistemas estão disponíveis em [19]. A estratégia proposta de dois passos foi implementada na linguagem de modelagem matemática AMPL [20]. Os modelos foram resolvidos usando o *solver* comercial para problemas de otimização CPLEX [21], em um computador com um processador de 3,40 GHz Intel Core i7-4770 e 16 GB de RAM. Para ambos os testes se assume $L = 10$, $\alpha = 10\%$, $\psi_t = 0,6$, $\underline{V} = 0,95$ p.u. e $\bar{V} = 1,05$ p.u. Além disto, assumiu-se $\bar{\theta} = 90^\circ$ e o tempo de duração anual de 8760 h, fontes VAR de módulos de $B^{shc} = 0,2$ p.u. com um custo de MUS\$ 0,05.

Considera-se um horizonte de planejamento de 15 anos dividido em três estágios de cinco anos cada. O horizonte de operação, para o primeiro estágio inicia-se no ano 5 e dura até o ano 10 ($Y_1^i = 5$ e $Y_1^f = 10$), para o segundo estágio a partir do ano 10 até o ano 15 ($Y_2^i = 10$ e $Y_2^f = 15$), e desde ano 15 até ano 25 ($Y_3^i = 15$ e $Y_3^f = 25$) para terceiro estágio.

A. Sistema Garver

Os dados originais para este sistema são apresentados em [17]. O sistema é formado por 6 barras, 3 geradores, 5 cargas e 15 caminhos. Assume-se que cada caminho pode conter um máximo de três linhas e em cada barra pode ser instalado um máximo de três fontes de VAR, $\bar{m}_i = 3$. A Tabela I mostra os resultados de planejamento de linhas de transmissão e do planejamento de reativos para os três estágios considerados. Os resultados da operação são apresentados na Tabela II.

TABELA I RESULTADOS DO PLANEJAMENTO DO SISTEMA DE 6 BARRAS

Estágio	Linhas Novas	Fontes VAR Novas	Custo [MUS\$]
1	(2–3)	(2), (4) × 2	12,51
2	(3–5), (4–6) × 2	–	30,84
3	(4–6)	(2), (4)	7,21
Total [MUS\$]			50,56

TABELA II RESULTADOS DA OPERAÇÃO DO SISTEMA DE 6 BARRAS

Estágio	Geração Ativa Total [GWh]	Custo [MUS\$]
1	12519,19	88,18
2	16506,48	90,52
3	42373,18	139,29
Total	71398,85	317,99

Para verificar a precisão dos resultados, foi resolvido um fluxo de carga AC para cada estágio t , usando a solução do modelo proposto. Para os cálculos do fluxo de carga AC as soluções do planejamento para cada etapa foram fixadas, juntamente com as gerações de potência ativa e a magnitude tensão em todos as barras de geração, com exceção da barra 1, em que somente a magnitude da tensão foi fixada. A Tabela III mostra os resultados dos erros máximos e médios para as magnitudes de tensão e ângulos de fase nas barras e dos fluxos de potência ativa e reativa nas linhas, considerando todos os estágios. O tempo de processamento para resolver o problema foi de 3,4 s.

TABELA III COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO SISTEMA DE 6 BARRAS

Variável	$V_{i,t}$	$\theta_{i,t}$	$P_{ij,y,t}$	$Q_{ij,y,t}$
Erro Máx.	0,587%	0,893°	1,941%	1,556%
Erro Méd.	0,079%	0,288°	0,526%	0,472%

Um segundo caso foi analisado, sem considerar o PR no PESTAC, isto é, considerando somente a expansão de linhas. A solução obtida teve um custo total de MUS\$ 379,25 (custo de planejamento: MUS\$ 64,69; custo de operação: MUS\$ 314,56). Neste caso, o custo de planejamento foi maior pois adiantou-se a construção de uma linha no caminho 4–6 do estágio 2 para o estágio 1 e foram construídas duas linhas no caminho 2–6 no estágio 3, ao invés de uma no caminho 4–6.

B. Sistema IEEE de 118 Barras Modificado

O segundo caso analisado foi uma versão modificada do sistema de IEEE 118 barras [18]. O sistema é formado por 118

barras, 54 barras de geração e 179 caminhos. A fim de criar congestionamentos, foram reduzidas as capacidades das linhas e algumas delas foram removidas [13]. O custo da adição de uma linha no caminho ij também foi estimado como se mostra em [13]. Assume-se que $\bar{n}_{ij} = 2$ e $\bar{m}_i = 2$. A Tabela IV mostra os resultados de planejamento de linhas de transmissão e do planejamento de reativos para os três estágios considerados. Os resultados da operação são apresentados na Tabela V. Na Tabela VI mostram-se os resultados dos erros máximos e médios para as magnitudes de tensão e ângulos de fase nas barras e para as potências ativa e reativa que fluem em linhas, considerando cada estágio t . O tempo de processamento foi de 37 s.

TABELA IV RESULTADOS DO PLANEJAMENTO DO SISTEMA DE 118 BARRAS

Estágio	Linhas Novas	Fontes VAr Novas	Custo [MUS\$]
1	(8–9), (9–10), (99–100)	(45), (93), (95)	16,12
2	–	(1), (44), (93), (94)	0,08
3	(26–30), (38–37), (93–94)	(11), (78), (94)	8,51
Total [MUS\$]			24,71

TABELA V RESULTADOS DA OPERAÇÃO DO SISTEMA DE 118 BARRAS

Estágio	Geração Ativa Total [GWh]	Custo [MUS\$]
1	71806,75	338,03
2	103916,62	303,75
3	250527,83	368,52
Total	426251,20	1010,30

TABELA VI COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO SISTEMA DE 118 BARRAS

Variável	$V_{i,t}$	$\theta_{i,t}$	$P_{ij,y,t}$	$Q_{ij,y,t}$
Erro Máx.	0,148%	1,071°	1,845%	1,559%
Erro Méd.	0,003%	0,137°	0,134%	0,061%

Sem se considerar o PR no PESTAC, a solução obtida tem um custo total de MUS\$ 1037,48 (custo de planejamento: MUS\$ 27,29; custo de operação: MUS\$ 1010,19). Neste caso, o custo de planejamento é maior devido a construção de uma linha no caminho 92–93 no estágio 2 ao invés de construir-se uma linha no caminho 93–94 no estágio 3.

V. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) para resolver o problema de PEST com o planejamento de reativos simultâneo. O modelo proposto considera a expansão em vários estágios, enquanto a função objetivo minimiza o custo total de planejamento e operação simultaneamente. A operação AC da rede foi considerada utilizando uma linearização que considera potência reativa, magnitudes de tensão fora da nominal e as perdas de potência.

O uso de um modelo de PLIM garante a convergência para o ótimo global, usando técnicas de otimização clássica. Foi apresentada uma estratégia de solução de dois passos para melhorar a precisão do método. A fim de avaliar a precisão do modelo, os pontos de operação em regime permanente obtidos do modelo proposto foram comparados com a solução de um fluxo de carga AC. Os sistemas Garver de 6 barras e IEEE modificado de 118 barras foram usados para demonstrar a precisão do modelo matemático proposto, assim como a eficiência da técnica de solução. Os resultados demonstraram que o mo-

delo é preciso e, portanto, pode proporcionar soluções realistas. A instalação de fontes VAr adiou e/ou eliminou a necessidade de investimento em novas linhas de transmissão e reduziu os custos de geração.

REFERÊNCIAS

- [1] G. Latorre, R. D. Cruz, J. M. Areiza, and A. Villegas, "Classification of publications and models on transmission expansion planning," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 18, no. 2, pp. 938–946, May 2003.
- [2] C. W. Lee, S. Ng, J. Zhong, and F. Wu, "Transmission expansion planning from past to future," in *Proc. 2006 IEEE PES Power Systems Conf. Expo.*, 2006, pp. 257–265.
- [3] J. D. Molina and H. Rudnick, "Transmission of electric energy: a bibliographic review," *IEEE Latin America Trans.*, vol. 8, no. 3, pp. 245–258, Jun. 2010.
- [4] W. Zhang, F. Li, and L. M. Tolbert, "Review of reactive power planning: objectives, constraints, and algorithms," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, no. 4, pp. 2177–2186, Nov. 2007.
- [5] R. Hemmati, R. Hooshmand, and A. Khodabakhshian, "State-of-the-art of transmission expansion planning: Comprehensive review," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 23, pp. 312–319, Jul. 2013.
- [6] M. J. Rider, A. V. Garcia, and R. Romero, "Power system transmission network expansion planning using AC model," *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 1, no. 5, pp. 731–742, Sep. 2007.
- [7] M. Rahmani, M. Rashidinejad, E. M. Carreño, and R. Romero, "Efficient method for AC transmission network expansion planning," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 80, pp. 1056–1064, Sep. 2010.
- [8] R.-A. Hooshmand, R. Hemmati, and M. Parastegari, "Combination of AC transmission expansion planning and reactive power planning in the restructured power system," *Energy Conversion and Management*, vol. 55, pp. 26–35, Mar. 2012.
- [9] R. Bent, G. L. Toole, and A. Berscheid, "Transmission network expansion planning with complex power flow models," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 27, no. 2, pp. 904–912, May 2012.
- [10] A. Mahmoudabadi and M. Rashidinejad, "An application of hybrid heuristic method to solve concurrent transmission network expansion and reactive power planning," *Int. J. of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 45, pp. 71–77, Feb. 2013.
- [11] F. Glover and G. Kochenberger, *Handbook of Metaheuristics*, Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [12] H. Zhang, G. T. Heydt, V. Vittal, and H. D. Mittelmann, "Transmission expansion planning using an AC model: formulations and possible relaxations," in *Proc. IEEE PES General Meeting*, Jul. 2012.
- [13] H. Zhang, G. T. Heydt, V. Vittal, and J. Quintero, "An improved network model for transmission expansion planning considering reactive power and network losses," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 3, pp. 3471–3479, Aug. 2013.
- [14] T. Akbari and M. T. Bina, "A linearized formulation of AC multi-year transmission expansion planning: A mixed-integer linear programming approach," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 114, pp. 93–100, Sep. 2014.
- [15] S. Asadamongkol and B. Eua-Arpon, "Transmission expansion planning with AC model based on generalized Benders decomposition," *Int. J. of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 47, pp. 402–407, May 2013.
- [16] R. A. Jabr, "Optimization of AC transmission system planning," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 3, pp. 2779–2787, Aug. 2013.
- [17] L. L. Garver, "Transmission network estimation using linear programming," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-89, no. 7, pp. 1688–1697, Sep. 1970.
- [18] Illinois Institute of Technology (IIT) IEEE 118-bus System Data, Electrical and Computer Engineering Department. [Online]. Available: http://motor.ece.iit.edu/Data/Gastranssmion_118_14test.xls
- [19] LaPSEE Power System Test Cases Repository, accessed: Mar. 27, 2015. [Online]. Available: <http://www.feis.unesp.br/#!/lapsee>
- [20] R. Fourer, D. M. Gay, and B. W. Kernighan, *AMPL: A modeling language for mathematical programming*, CA: Brooks/Cole-Thomson Learning, Pacific Grove, 2nd edition, 2003.
- [21] "IBM ILOG CPLEX," IBM [Online]. Available: www-01.ibm.com/software/integration/optimization/cplex-optimization-studio