

Análise Comparativa entre Modelos Numéricos e Modelo Experimental de Eixo de Material Composto

Leandro Soares Silva*, Paulo Costa Porto de Figueiredo Barbosa, Aldemir Ap Cavalini Jr, Valder Steffen Jr.

*LMEst-UFU, leandro_0808@hotmail.com

Palavras-chave

Eixo, material composto, modelos numéricos, resultados experimentais

1. INTRODUÇÃO

Materiais compostos são aqueles constituídos por dois ou mais materiais com o intuito de obter-se um outro com características melhores. Ao longo dos anos esses materiais foram evoluindo e sendo utilizados para diversas finalidades. Os materiais compostos são ideais para aplicações em estruturas onde altas razões rigidez/peso e resistência/peso são necessárias, como no caso de aeronaves e espaçonaves. Neste sentido, os eixos de material composto podem representar uma alternativa interessante para a utilização em máquinas rotativas (Silveira, 2001).

Os materiais compostos permitem a alteração de sua rigidez e capacidade de amortecimento através da manipulação de suas propriedades, modificando a orientação das fibras e a quantidade de camadas. Este ponto reforça a utilização destes materiais na dinâmica de rotores, onde necessita-se reduzir as amplitudes de vibração quando estes são excitados em uma de suas velocidades críticas (Silveira, 2001).

Neste trabalho foi utilizada uma bancada de testes com um eixo suportado por fios de nylon (condição livre-livre para movimento na direção horizontal) para se avaliar os modelos numéricos desenvolvidos através dos métodos de homogeneização EMBT (*Equivalent Modulus Beam Theory*) e SHBT (*Simplified Homogenized Beam Theory*).

2. MODELO DO ROTOR

A Eq. (1) representa a equação diferencial do comportamento dinâmico de rotores flexíveis operando em regime permanente e considerando os efeitos dissipativos associados aos materiais compostos.

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\delta}} + [\mathbf{D} + \Omega\mathbf{D}_g + \mathbf{D}_i]\dot{\boldsymbol{\delta}} + [\mathbf{K} + \Omega\mathbf{K}_i]\boldsymbol{\delta} = \mathbf{W} + \mathbf{F}_u \quad (1)$$

onde $\mathbf{M}$ é a matriz de massa, $\mathbf{D}$ é a matriz de amortecimento associada aos mancais, $\mathbf{D}_g$ representa o efeito giroscópio, $\mathbf{K}$ é a matriz de rigidez, $\mathbf{D}_i$ e $\mathbf{K}_i$ são o amortecimento interno e a matriz de rigidez, respectivamente, associados ao material composto. O vetor $\boldsymbol{\delta}$ são as coordenadas generalizadas (i.e., vibrações laterais do eixo) e Ω é a velocidade de rotação do eixo. $\mathbf{W}$ representa a força peso das peças rotativas e $\mathbf{F}_u$ são as forças de desbalanceamento.

3. MÉTODOS DE HOMOGENEIZAÇÃO

Os métodos de homogeneização foram utilizados para se obter os valores equivalentes das propriedades elásticas do eixo. Estes parâmetros são usados para se calcular as matrizes de amortecimento interno $\mathbf{D}_i$ e rigidez interna $\mathbf{K}_i$. A rigidez do eixo é função do produto EI (rigidez equivalente), onde E é o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia de área da seção transversal. A dissipação devido ao amortecimento interno é uma função de EI , onde η é o fator de perda calculado a partir da capacidade de amortecimento específica ψ . Dois métodos distintos de homogeneização foram utilizados para determinar a rigidez equivalente o eixo e, consequentemente, $\mathbf{D}_i$ e $\mathbf{K}_i$, EMBT (*Equivalent Modulus Beam Theory*) e SHBT (*Simplified Homogenized Beam Theory*).

3.1. EMBT – *Equivalent Modulus Beam Theory*

O método EMBT foi desenvolvido por Singh e Grupta (1994) a partir da teoria de estratificação associado aos empilhamentos simétricos e equilibrados. Considera-se um módulo de elasticidade equivalente E_{eq} dado pela Eq. (2).

$$E_{eq} = \frac{[4(U_1 - U_5)(U_5 - U_3\mu) - \beta^2 U_2^2]}{U_1 - \beta U_2 + \mu U_3} \quad (2)$$

onde U_{1-5} são combinações lineares do módulo de rigidez, μ e β são dados pelas Eq. (3) e Eq. (4), respectivamente.

$$\mu = \sum_{p=1}^N \frac{t_p}{t} \cos(2\theta_p) \quad (3)$$

$$\beta = \sum_{p=1}^N \frac{t_p}{t} \cos(4\theta_p) \quad (4)$$

sendo t_p a espessura da camada k , t é a espessura total do eixo (eixo vazado), θ_p representa o ângulo de orientação da fibra da camada k e N é o número de camadas dentro da espessura do eixo.

3.2. SHBT – Simplified Homogenized Beam Theory

O método SHBT foi desenvolvido por Sino (2007) e se baseia na homogeneização direta do produto EI . Este método pode ser aplicado para qualquer orientação e sequência de empilhamento. Além disso, leva em consideração a distância de cada camada ao eixo neutro. Para calcular a rigidez equivalente, a Eq. (5) e a Eq. (6) são utilizadas.

$$EI_{eq} = \sum_{p=1}^N E_y^p I^p \quad I^p = \frac{\pi}{4} (R_p^4 - R_{p-1}^4) \quad (5)$$

$$E_y^p(\phi) = \frac{1}{\frac{C^4}{E_l} + \frac{S^4}{E_t} + C^2 S^2 \left(\frac{1}{G_{lt}} - 2 \frac{\nu_{lt}}{E_t} \right)} \quad (6)$$

onde E_y^p é o módulo de Young dado pela Eq. 5, I^p é o momento de inércia de área da seção transversal da camada, R_{p-1} é o raio interno da camada e R_p é o raio externo.

4. BANCADA DE TESTES

A Fig. 1 apresenta a bancada de testes utilizada na parte experimental deste trabalho. Neste caso, o eixo está suportado por fios de *nylon* (condição livre-livre para o movimento na direção X). A Fig. 2 apresenta as posições do excitador eletrodinâmico e dos dois acelerômetros S_1 e S_2 que foram utilizados. Tanto o excitador quanto os sensores estão dispostos ao longo da direção X , onde foram posicionados para determinar as funções de resposta em frequência (FRFs) do eixo.



Figura 1: Bancada de testes.

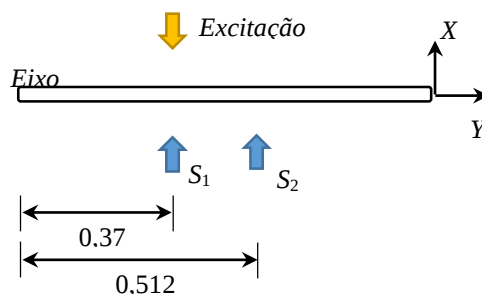


Figura 2: Posições da excitação e sensores consideradas para determinar as FRFs do eixo (dimensões em metros).

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Primeiro foram obtidas as FRFs considerando posições angulares distintas do eixo (0° , 45° , 90° e 135°) como é indicado na Fig. 3. Em todos os testes realizados o excitador e os acelerômetros foram mantidos na direção X. A Fig. 3a mostra a FRF medida pelo sensor S_1 . A FRF obtida utilizando o sensor S_2 é apresentada na Fig. 3b. Note que houve uma mudança nas amplitudes dos dois primeiros picos conforme foi alterada a posição angular do eixo, indicando uma possível assimetria.

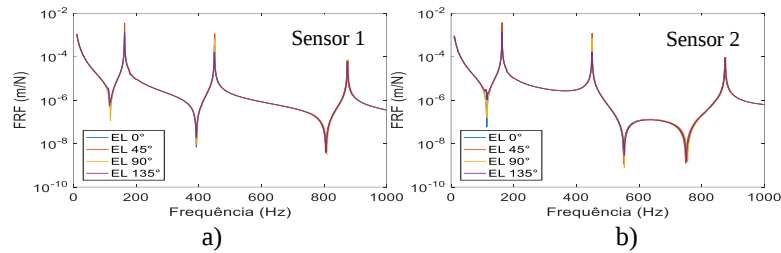


Figura 3: FRFs experimentais do eixo livre-livre considerando diferentes posições angulares.

Na Fig. 4 é apresentada a comparação entre as FRFs experimentais e numéricas (eixo na posição angular 0°). A Fig. 4a mostra a FRF obtida pelo sensor S_1 . A FRF obtida utilizando o sensor S_2 é apresentada na Fig. 4b. Os modelos EMBT e SHBT foram ajustados através da determinação de parâmetros desconhecidos do modelo utilizando um problema inverso resolvido pelo método de otimização da Evolução Diferencial. Os parâmetros obtidos são mostrados na Tab. 1. Note que os resultados numéricos e experimentais são próximos na faixa de frequências que compreende os dois primeiros modos de vibrar do eixo (0 até 500 Hz). Ainda é possível notar que as amplitudes dos picos do modelo EMBT aproximam-se mais das experimentais. Diferenças maiores são observadas entre as amplitudes determinadas pelo modelo SHBT e as experimentais.

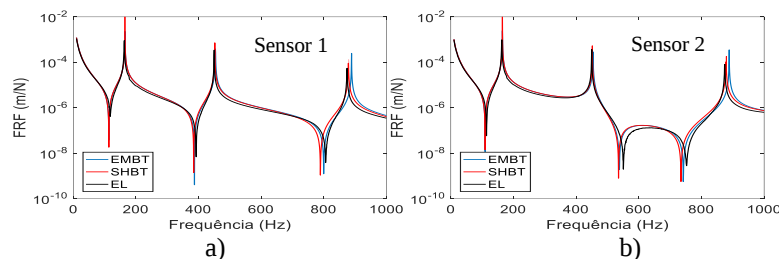


Figura 4: FRFs numéricas (EMBT e SHBT) e experimentais (EL) do eixo livre-livre.

Tabela 1: Propriedades físicas otimizadas do eixo livre-livre.

Propriedade	Limite inferior	Valor ótimo EMBT	Valor ótimo SHBT	Limite superior
Módulo de elasticidade 0° (GPa)	70	93,98	109,32	140
Módulo de elasticidade 90° (GPa)	50	52,74	90,16	100
Módulo de elasticidade $0^\circ/90^\circ$ (GPa)	70	106,81	104,97	140
Módulo de cisalhamento (GPa)	4	9,30	10,88	12
Módulo de cisalhamento $0^\circ/90^\circ$ (GPa)	4	9,04	9,38	12
Coefficiente de Poisson	0,20	0,378	0,322	0,40
Coefficiente de Poisson $0^\circ/90^\circ$	0,20	0,326	0,399	0,40
ψ_{11}	1×10^{-7}	$6,95 \times 10^{-6}$	$1,55 \times 10^{-5}$	1×10^{-3}
ψ_{22}	1×10^{-7}	$1,82 \times 10^{-5}$	$9,87 \times 10^{-4}$	1×10^{-3}
ψ_{12}	1×10^{-7}	$3,22 \times 10^{-4}$	$9,97 \times 10^{-4}$	1×10^{-3}

6. REFERÊNCIAS

- Silveira, M.E. “Análise do Comportamento Dinâmico de Rotores em Eixos Bobinados”. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.
- Singh, S.P., Gupta, K. “Free damped flexural vibration analysis of composite cylindrical tubes using beam and shell theories”. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 172(2), 1994, pp. 171-190.
- Sino, R., “Comportement Dynamique et Stabilité Des Rotors: Application Aux Rotors Composites”. Tese de Doutorado, INSA de Lyon, 2007.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.