

Análise Comparativa entre os Modelos para Eixos em Material Composto

Paulo Costa Porto de Figueiredo Barbosa*, Aldemir Ap Cavalini Jr, Valder Steffen Jr.

*LMEst-UFU, paulo.barbosa@ufu.br

Palavras-chave

eixo, material composto, modelos numéricos

1. INTRODUÇÃO

O uso de materiais compostos vem crescendo ao longo dos anos, principalmente na indústria naval, aeronáutica e automobilística, devido as possibilidades na obtenção de características adequadas para cada aplicação. Neste sentido, os eixos de material composto são uma opção interessante para a utilização em máquinas rotativas (Silveira, 2001).

Em um eixo de material composto, sua rigidez e capacidade de amortecimento podem ser alteradas pela manipulação de suas propriedades, modificando a orientação das fibras e a quantidade de camadas. Isso permite que as velocidades críticas possam ser alteradas convenientemente de acordo com velocidade de trabalho.

Entretanto, o amortecimento interno, devido à natureza viscoelástica da matriz, pode gerar instabilidade no sistema (Silveira, 2001). Então, a caracterização do amortecimento interno e seus efeitos é fundamental para projetos de máquinas rotativas com eixos de material composto a fim de se estabelecer um funcionamento que garanta a segurança do sistema, principalmente, em regimes supercríticos, pois nestas condições deve ser levado em consideração fatores adicionais como vibrações associadas a flexão do eixo, tensões dinâmicas, estabilidade e fadiga (GUPTA, 2015).

Para a simulação numérica de um rotor com eixo de material composto é necessário a utilização de hipóteses simplificadoras sem, no entanto, descaracterizar o seu comportamento dinâmico. Diferentes formulações em elementos finitos baseadas na teoria de vigas homogêneas vêm sendo propostas para a análise de eixos de material composto. Com isso, o objetivo deste trabalho é a comparação entre os modelos simplificados para a escolha da abordagem que melhor se aplica para tal representação.

2. MODELO DO ROTOR

A equação diferencial, que representa o comportamento dinâmico de rotores flexíveis operando em regime permanente e considerando os efeitos dissipativos associados aos materiais compostos é mostrada na Eq. (1).

$$M\ddot{\delta} + [D + \Omega D_g + D_i]\dot{\delta} + [K + \Omega K_i]\delta = W + F_u \quad (1)$$

onde **M** é a matriz de massa, **D** é a matriz de amortecimento associada aos mancais, **D_g** representa o efeito giroscópio, **K** é matriz de rigidez, **D_i** e **K_i** são o amortecimento interno e a matriz de rigidez, respectivamente, associados ao material composto. O vetor **δ** são as coordenadas generalizadas (i.e., vibrações laterais do eixo) e **Ω** é a velocidade de rotação do eixo. **W** representa a força peso das peças rotativas e **F_u** são as forças de desbalanceamento.

2.1. Métodos de Homogeneização

Para calcular a matrizes relacionadas ao eixo de material composto (matrizes **D_i** e **K_i** da Eq. (1)), considera-se as formulações baseadas na teoria de vigas homogêneas. A rigidez da estrutura é uma função do produto **EI** (rigidez equivalente), onde **E** é o módulo de Young e **I** é o momento de inércia de área da seção transversal. Dois métodos de homogeneização foram empregados para comparação. A dissipação devido ao amortecimento interno é uma função de **EIη**, onde **η** é o fator de perda calculado a partir da capacidade de amortecimento específica **ψ**.

2.1.1. EMBT - Equivalent Modulus Beam Theory

Este método foi desenvolvido por Singh e Grupta (1994) a partir da teoria de estratificação associado aos empilhamentos simétricos e equilibrados. Considera-se um módulo de Young equivalente **E_{eq}** dado pela Eq. (2).

$$E_{eq} = \frac{[4(U_1 - U_5)(U_5 - U_3\gamma) - \beta^2 U_2^2]}{U_1 - \beta U_2 + \gamma U_3} \quad (2)$$

onde U_{1-5} são combinações lineares do módulo de rigidez, γ e β são dados pelas Eq. (3) e Eq. (4), respectivamente.

$$\gamma = \sum_{p=1}^N \frac{t_p}{t} \cos 2\theta_p \quad (3)$$

$$\beta = \sum_{p=1}^N \frac{t_p}{t} \cos 4\theta_p \quad (4)$$

sendo t_p a espessura da camada k , t é a espessura total do eixo (eixo vazado), θ_p representa o ângulo de orientação da fibra da camada k e N é o número de camadas dentro da espessura do eixo.

2.1.2. SHBT - General Homogenized Beam Theory

Este método foi desenvolvido por Sino (2007) e se baseia numa homogeneização direta do produto EI , podendo ser aplicado para qualquer orientação e sequência de empilhamento. Além disso, este método considera a distância de cada camada ao eixo neutro do eixo. Os parâmetros de homogeneização do rotor são derivados da energia de deformação. Pode-se calcular a rigidez equivalente através da Eq. (5) e Eq. (6).

$$EI = \sum_{p=1}^N E_y^p I^p \quad \text{com } I^p = \frac{R_p^4 - R_{p-1}^4}{4} \quad (5)$$

$$E_y^p(\phi) = \frac{1}{\frac{c^4}{E_l} + \frac{s^4}{E_t} + c^2 s^2 \left(\frac{1}{G_{lt}} - 2 \frac{\nu_{tl}}{E^t} \right)} \quad (6)$$

onde E_y^p é o módulo de Young, e I^p é a contribuição de cada camada para a inércia do eixo, sendo R_p e R_{p-1} os raios interno e externo de cada camada, respectivamente.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Fig. 1 mostra o modelo desenvolvido em elementos finitos para o rotor com 39 elementos de viga de Timoshenko usados para representação do eixo de material composto. Os mancais estão localizados nos nós #2 e #38. Já o disco, está localizado no nó #14.

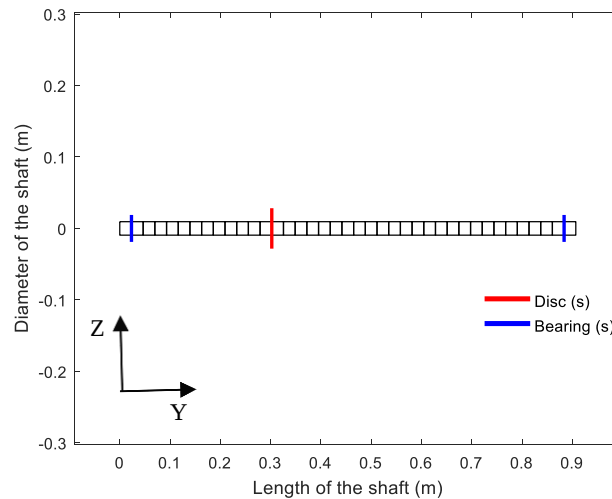


Figura 1: Modelo em elementos finitos para o rotor

A Fig. 2 mostra os Diagramas de Campbell do rotor (calculados numericamente) obtidos pelos métodos *Equivalent Modulus Beam Theory* (EMBT) e *Simplified Homogenized Beam Theory* (SHBT) (Fig. 2a e 2b, respectivamente). A primeira velocidade crítica na Fig. 2a e 2b são, aproximadamente, 1010 RPM e 1040 RPM, respectivamente. Pode-se observar também a velocidade de instabilidade em, aproximadamente, 1690 RPM para o EMBT e 1390 RPM para o SHBT.

A Fig. 3 mostra as respostas ao desbalanceamento do rotor (calculadas numericamente) medidas ao longo da direção Z na posição do disco (Fig. 3a considerando EMBT e Fig. 3b considerando SHBT). Com velocidade de rotação variando de 0 a 2300 RPM

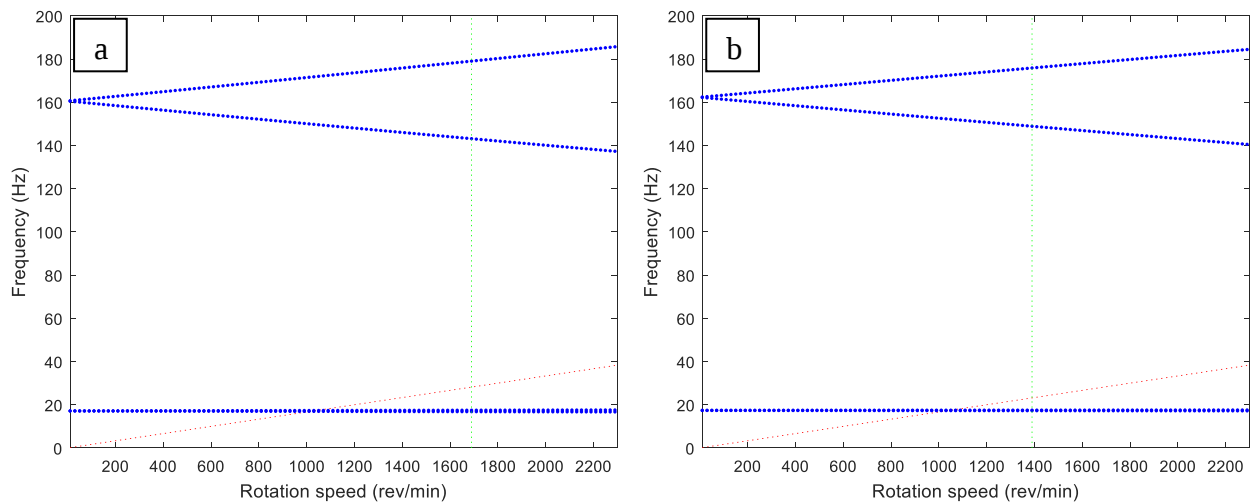


Figura 2: Diagrama de Campbell para o rotor ($\cdots \omega = \Omega / 60$)

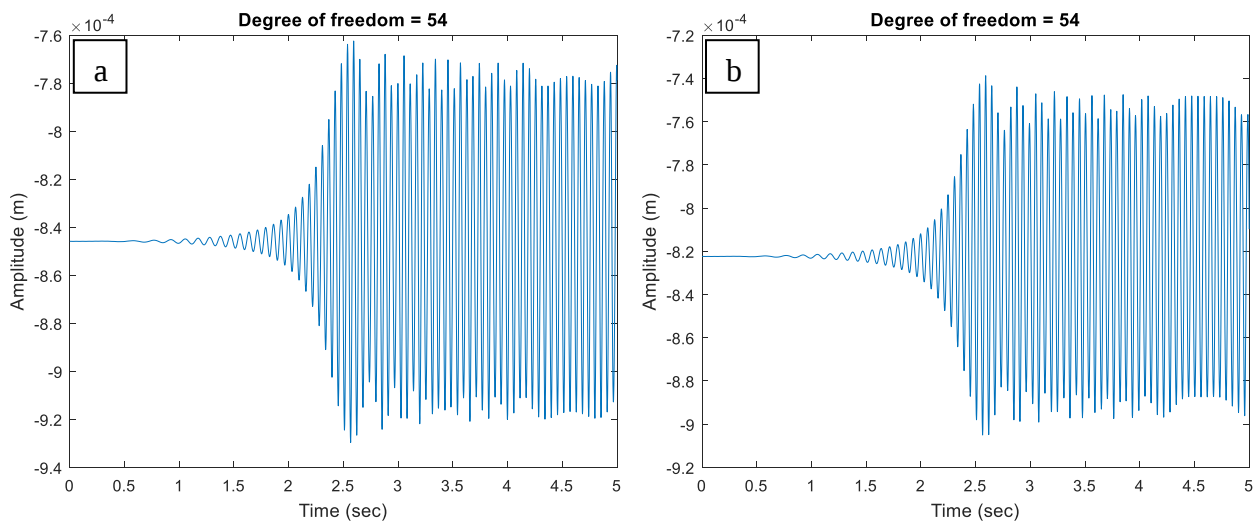


Figura 3: Respostas ao desbalanceamento do rotor

Os resultados preliminares se mostraram satisfatórios, uma vez que a simulação dinâmica do eixo composto para ambos os métodos de homogeneização têm comportamento semelhante. Em trabalhos futuros a precisão destes métodos será avaliada em comparação à resultados experimentais para validação dos mesmos.

4. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES, CNPq (574001/2008-5), através do INCT-EIE, e a FAPEMIG (TEC-APQ-022284-15 / TEC-APQ-307609) pelo suporte financeiro.

5. REFERÊNCIAS

- Silveira, M.E., “Análise do Comportamento Dinâmico de Rotores em Eixos Bobinados”. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.
- Singh, S.P., Gupta, K. “Free damped flexural vibration analysis of composite cylindrical tubes using beam and shell theories”. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 172(2), 1994, pp. 171-190.
- Sino, R., “Comportement Dynamique et Stabilité Des Rotors: Application Aux Rotors Composites”. Tese de Doutorado, INSA de Lyon, 2007.

6. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.