

Identificação, Modelagem e Controle de Velocidade de um Motor DC de Imã Permanente Utilizando o Método dos Mínimos Quadrados e PID

Murilo Mendonça* e Felipe Machini

*Laboratório de Robótica da Universidade Federal de Uberlândia, murilomend@yahoo.com.br

Palavras-chave

Motor CC de imã permanente, identificação de sistemas, controle PID

1. INTRODUÇÃO

O controle de posição e velocidade de servomecanismos utilizando motores de corrente contínua de imã permanente tem uma vasta aplicabilidade em problemas de engenharia e, por isso, tem sido amplamente utilizado nos últimos anos tanto dentro da indústria, principalmente nos segmentos de automação de processos, quanto para fins didáticos em cursos de controle. De acordo com Pillay e Krishnan (1989), estes tipos de motores possuem uma razão torque-inércia e densidade de energia maiores quando comparados à motores de indução o que os fazem preferidos para algumas aplicações de alta performance como atuadores de robótica ou aeroespaciais.

A planta de um motor CC pode ser obtida diretamente das suas equações de movimento relacionadas às correntes e tensões envolvidas no sistema (Yu e Hwang, 2004). Apesar da planta de um motor CC possuir não linearidades em sua dinâmica, o problema poder ser tratado como um problema com características próximas de um modelo LTI (*Linear Time Invariant*) e, portanto, possui uma infinidade de técnicas disponíveis de controle.

Fadali e Visoli (2013) mostram que a equação do movimento do motor gera uma função transferência no domínio contínuo para a posição com nenhum zero e três polo, sendo um deles na origem. Já para o caso de velocidade a planta do sistema tem a mesma estrutura da anterior, porém sem o efeito integrador do polo na origem.

Porém, muitas vezes a modelagem da planta do motor junto com os outros componentes necessários para seu funcionamento (drivers, sensores, caixas de redução, etc) pode se tornar um processo trabalhoso. Neste caso, uma alternativa para a obtenção da função transferência do sistema como um todo é utilizar técnicas de identificação utilizando os sinais de entrada e saída da planta. Este procedimento fornece um modelo mais próximo ao modelo real da planta e pode favorecer a aplicação das técnicas de controle uma vez que ele pode conter efeitos dinâmicos negligenciados pelo modelo linear aproximado.

Sendo assim, o objetivo deste trabalho é utilizar uma metodologia de identificação de sistemas baseada no método dos mínimos quadrados a fim de obter um modelo dinâmico de um sistema com um motor CC para controle de velocidade. A partir deste modelo, um controlador no domínio discreto será projetado de forma que a planta siga um sinal de referência de entrada constante. Por fim, serão comparados os resultados obtidos a partir da simulação e experimentais.

2. Identificação de Sistemas

Na literatura, existem muitas abordagens para a identificação do modelo, algumas de maneira online, e outras offline. Segundo Astrom e Wittenmark (1995), o método dos mínimos quadrados é a técnica básica para a estimação de parâmetros. Seu princípio foi formulado pelo matemático Karl Friedrich Gauss para determinar a órbita dos planetas e asteroides. Nesse trabalho, será utilizado a forma compacta do método, em que os parâmetros do modelo matemático são obtidos através de um conjunto de dados de entrada e saída do sistema.

A técnica dos mínimos quadrados exige que a estrutura do modelo matemático do sistema seja conhecida a qual pode ser apresentada da seguinte forma:

$$y(i) = \varphi_1(i)\theta_1^0 + \varphi_2(i)\theta_2^0 + \dots + \varphi_n(i)\theta_n^0 = \varphi^T(i)\theta^0 \quad (1)$$

Onde y é variável observada, ou a saída do sistema, $\theta_1^0, \theta_2^0, \dots, \theta_n^0$ são os parâmetros do modelo a serem determinados, e $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ são funções conhecidas, características do modelo, que podem depender de outras variáveis também conhecidas. O conjunto de dados a serem trabalhados serão considerados discretos no tempo.

Durante um experimento, é possível obter um conjunto de pares de entradas e saídas do sistema $\{(y(i), \varphi(i)), i = 1, 2, \dots, t\}$. O método dos mínimos quadrados consiste em obter o vetor de parâmetros θ^0 tal que a saída calculada em Eq.1 aproxime o máximo possível dos valores obtidos experimentalmente para $y(i)$. Para avaliar a proximidade entre o modelo proposto e o sistema real, é utilizada a seguinte função de mínimos quadrados:

$$V(\theta, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t (y(i) - \varphi^T(i)\theta)^2 \quad (2)$$

Admitindo que o sistema é linear em relação aos parâmetros θ^0 , é possível obter o conjunto de valores θ que minimiza a Eq.2 analiticamente, como demonstrado em Astrom e Wittenmark (1995). Considerando uma função transferência com m zeros e n polos no domínio discreto, é possível obter sua representação no domínio Z (Fadali; Visioli, 2013):

$$G(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (3)$$

Sendo que os coeficientes $(a_1, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m)$ são os parâmetros do sistema na sua função transferência discreta. Essa função é posteriormente transformada em uma equação semelhante à Eq. 1 para a aplicação do método.

3. Projeto do controlador

Uma vez que a função da planta obtida a partir do processo de identificação de sistemas fornece um modelo no domínio discreto, o controlador será diretamente projetado no domínio z . Neste caso, uma vez que para o controle de velocidade a planta não apresenta um polo na origem (domínio s), será projetado um controlador do tipo PI (*Proportional Integrator*) de tal forma que ele aumente o *type number* da planta e o sistema tenha erro em regime permanente nulo para uma entrada constante (degrau). Os procedimentos para projeto do controlador podem ser encontrados em Fadali e Visoli (2013). Neste caso, a função transferência do controlador será:

$$C(z) = K_p \frac{z + a}{z - 1} \quad (4)$$

K_p é o ganho proporcional do controlador e a o zero do controlador que é escolhido de forma a quase anular o polo mais influente na dinâmica da planta. O ganho do integrador (K_i) pode ser calculado por:

$$K_i = aK_p \quad (5)$$

Os ganhos podem ser calculados a partir dos requisitos de projeto desejados fazendo com que o polinômio característico da função transferência (denominador do sistema em malha fechada com o controlador) seja estável, ou seja, igual à equação:

$$L(z) = z^2 - 2 \cos(\omega_d T) e^{-\xi \omega_n T} z + e^{-2\xi \omega_n T} \quad (6)$$

Onde ω_n é a frequência natural, ξ o fator de amortecimento e ω_d a frequência amortecida desejados.

4. Análise dos Resultados

O método de identificação de sistemas e o projeto do controlador apresentados nos itens 2 e 3, respectivamente, foram aplicados em uma bancada experimental de um motor CC de ímã permanente para controle de velocidade. A bancada é composta por um motor CC Akiyama com entrada 12V e saída de 0 a 7000 rpm acompanhado de um driver com saída 12V, disco acoplado ao eixo do motor com 60 ranhuras e um encoder ótico capaz de estimar o número de ranhuras do disco que passam a cada minuto. O conjunto é controlado por um microcontrolador Microchip® DSPIC 33EP onde os códigos puderam ser implementados a fim de fazer a comunicação entre Matlab® e o conjunto para envio de comandos e aquisição de dados.

Conforme discutido, o modelo matemático analítico para a velocidade do motor DC possui a estrutura de um sistema de segunda ordem com dois polos e nenhum zero. Foram testados, a partir deste modelo inicial, o modelo que melhor se adapte ao modelo real.

Os dados de saída do sistema foram coletados para uma entrada aleatória, que é o tipo de entrada recomendada para a identificação de parâmetros para o método dos mínimos quadrados, conforme demonstrado em Astrom e Wittenmark (1995), por se tratar de uma entrada persistentemente excitada. A taxa de aquisição do experimento foi de 0.01s. A coerência do modelo foi então verificada utilizando a toolbox *System Identification* do Matlab® onde é possível avaliar a porcentagem de proximidade entre o modelo matemático e os dados coletados para avaliação. Desta forma, o modelo de função transferência obtido que melhor representou o conjunto (coerência de 72,67%) foi:

$$G(z) = \frac{0.0193z^2 + 8.033e - 06 z + 0.5983}{z^2 - 1.545 z + 0.5554} \quad (7)$$

A planta do sistema apresentada na Eq. 7 apresenta dois polos dentro do círculo unitário de Nyquist ($z_1 = 0.976$ $z_2 = 0.569$) o que mostra que a planta é estável. Sendo assim, conforme descrito anteriormente, deve-se projetar um controlador do tipo PI para que a planta seja capaz de seguir um sinal de referência constante (degrau). Neste caso, o requisito de projeto será que o tempo de acomodação seja menor que 0.8 s para uma entrada unitária. A posição do polo do controlador foi escolhida de forma a quase anular o polo dominante da planta ($z_1 = 0.976$) e o ganho foi calculado a partir da Eq. 6. Logo, a função transferência do controlador obtido é:

$$C_2(z) = 0.07638 \frac{(z - 0.9802)}{z - 1} \quad (8)$$

O ganho integral do controlador PID pode ser calculado a partir da Eq. 5, logo, $K_i = 0.0749$. Em seguida, o controlador projetado foi testado tanto no sistema real quanto na função transferência obtida (Eq. 7). Para o último, foi criado um diagrama no Simulink®, de forma que este representasse o mais próximo possível o comportamento do sistema real. Para isto foram incluídos no diagrama uma função de atraso (*transport delay*) e uma função de saturação do sinal de entrada de forma a evitar que o sistema exceda o valor limite de voltagem na saída do driver (12V). A entrada de referência para ambos os casos, real e simulado, foi de 2000 RPM.

As respostas do sistema em malha fechada com o controlador são apresentadas na Figura 1. Nela é possível observar que as respostas dos dois sistemas são bem próximas e que o sistema real possui um pequeno atraso em relação ao sistema simulado. Portanto, pode-se concluir que o controlador projetado a partir da função transferência obtida é também válido para o sistema real. Analisando a resposta experimental do sistema, conclui-se que ele atinge o valor de referência com erro em regime permanente nulo e sem ter *overshoot* ou oscilações. Além disso, notou-se que o sinal de entrada foi saturado em 12V para $t = 0.1s$ mas que, mesmo assim, o sinal de entrada atinge um valor constante em seguida, mostrando a robustez do controlador.

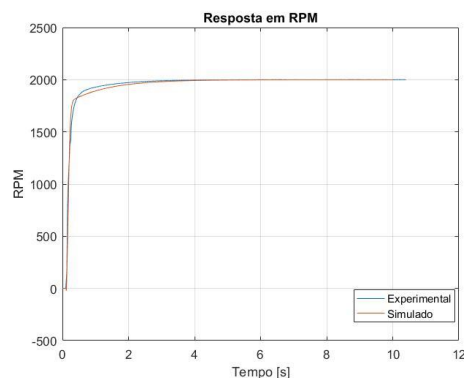


Figura 1: Comparação entre a saída dos sistemas real e simulado para uma entrada constante de 2000RPM.

5. CONCLUSÕES

A partir deste trabalho foi possível obter experimentalmente a função transferência do conjunto driver, motor CC, encoder no domínio discreto utilizando o método dos mínimos quadrados para um sinal de entrada do tipo randômico. Apesar das não-linearidades e irregularidades do sistema, foi possível obter uma função transferência no domínio z com 72,67% de ajuste. O projeto do controlador a ser programado no microcontrolador foi feito a partir da função transferência obtida. A partir da comparação entre a saída da planta real e simulada, ilustrada na Figura 1, foi possível concluir que, mesmo a função transferência obtida não sendo representativa, o controlador projetado foi capaz de controlar o sistema real e atingir os requisitos de projeto de forma que as duas respostas foram bastante similares. Por fim, o método de identificação por mínimos quadrados se mostrou eficaz e o modelo da função transferência poderia ser melhorado caso ele fosse aplicado de forma adaptativa de forma a estimar a planta em tempo real.

6. REFERÊNCIAS

- Astrom, K. J.; Wittenmark, B. Adaptive Control. 2. ed. [S.l.]: Addison Wesley, 1995.
- Fadali, M.; Visioli, A. Digital control engineering: analysis and design. [S.l.: s.n.], 2013.
- Pillay, P.; Krishnan, R. "Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives". I. The permanent-magnet synchronous motor drive. Industry Applications, IEEE Transactions on, v. 25, n. 2, p. 265–273, 1989.
- Yu, G.-R.; Hwang, R.-C. "Optimal PID Speed Control of Brushless DC Motors Using LQR Approach*". IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, p. 473–478, 2004.