

Otimização da Massa de uma Treliça Plana de 10 Barras usando o Algoritmo da Evolução Diferencial

Nathali Vega Cabrera*, Eduard Rojas Castillo.

*LMest, nathy232_@hotmail.com

Palavras-chave

Algoritmos de Otimização, Treliça de 10 barras, Algoritmo da Evolução Diferencial.

1. INTRODUÇÃO

Para o desenvolvimento do projeto, execução e manutenção de qualquer estrutura de engenharia, os engenheiros têm que tomar diversas decisões tecnológicas e gerenciais que estão relacionadas a algum tipo de problema de otimização. O objetivo final de todas essas decisões é minimizar o esforço necessário ou maximizar o benefício desejado. Aplicado a uma estrutura, a otimização consiste, por exemplo, em uma redução da massa sem prejudicar a rigidez ou comprometer a estrutura. O presente trabalho tem por objetivo apresentar uma formulação para a otimização estrutural de uma treliça plana de 10 barras submetidas a restrições de tensão e deslocamento onde se deseja reduzir a massa total da estrutura. O programa desenvolvido possui módulos dedicados de elementos finitos e otimização. O problema é resolvido baseado no Método da Evolução Diferencial (D.E.). Finalmente, os resultados são comparados com trabalhos feitos por outros autores para a mesma treliça, demonstrando a superioridade do algoritmo utilizado.

2. TRELIÇAS

A Treliça consiste em uma série de elementos estruturais retos de comprimento muito maior que as dimensões de sua seção transversal, e que conectados uns aos outros em suas extremidades compõem uma estrutura reticulada (Alves Filho, 2000). A particularidade importante das treliças é que as juntas estruturais conectadas, ou seja, o encontro discreto de dois ou mais membros do conjunto são articulados. As forças externas atuantes em uma estrutura em forma de treliças são aplicadas nos nós, excepcionalmente uma barra de treliça poderá estar sujeita a cargas atuando entre os nós. Porém, para propósitos de análise, estas cargas poderão ser substituídas por cargas estaticamente equivalentes atuando no interior nos nós. As barras das treliças transmitem apenas forças axiais de tração ou compressão, isto é, na direção da barra. Para este elemento não são contabilizados esforços decorrentes da ação de momentos fletores, torçores e forças cortantes.

3. MÉTODO DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

A Evolução Diferencial (D.E.) é um algoritmo estrutural proposto por Storn e Price em 1995 e é classificado como um Método de Otimização Randômico, inspirados na natureza e baseados em população. A continuação apresentamos os passos a seguir do algoritmo:

1. Geração da população inicial.
2. Geração da função objetivo para cada indivíduo da população inicial.
3. Executa rotina de otimização da população inicial até que o número de gerações proposto seja atingido.
4. Seleciona indivíduos da população inicial aleatoriamente.
5. Cruzamento.
6. Geração de população teste a partir dos dados obtidos da mutação e cruzamento.
7. Geração da função objetivo para cada indivíduo da população teste.
8. Compara e seleciona os melhores indivíduos da população corrente com a população teste.
9. Geração da população final a partir dos melhores indivíduos da comparação.
10. Fim da rotina de otimização da população corrente.
11. Seleciona o melhor indivíduo da população final.

4. PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO PARA TRELIÇAS

Na otimização de uma treliça, em geral, deseja-se reduzir sua massa, sujeito a restrições de tensão, flambagem e flexibilidade. O problema pode ser declarado da seguinte forma:

Minimizar

$$M = \sum_{i=1}^N \rho_i L_i A_i, \quad N = \text{N}^\circ \text{ de elementos (barras)}$$

Sujeito a

(1)

$$\sigma_i^C \leq \sigma_i \leq \sigma_i^T,$$

$$P_i \leq P_i^{crit},$$

$$A_i^{min} \leq A_i \leq A_i^{max},$$

$$K^{-1} \leq K_{lim}^{-1}, \quad i=1,...,N.$$

onde:

M = massa da estrutura, ρ_i = massa específica do material da barra i , L_i = comprimento da barra i , A_i = área da seção transversal da barra i , σ_i = tensão normal atuante na barra i , σ_i^C = tensão de compressão admissível na barra i , σ_i^T = tensão de tração admissível na barra i , P_i^{crit} = carga crítica de Euler para a barra i , A_i^{min} = área da seção transversal mínima admissível para a barra i , A_i^{max} = área da seção transversal máxima admissível para a barra i , K^{-1} = flexibilidade da estrutura, K_{lim}^{-1} = flexibilidade máxima admissível para a estrutura.

5. TRELIÇA DE 10 BARRAS

A treliça de 10 barras mostrada na Figura 1, tem sido estudada por diversos pesquisadores, entre eles Cai e Thiereut, 1993; Rajeev e Krishnamoorthy, 1992, para demonstrar a validade de novos algoritmos.

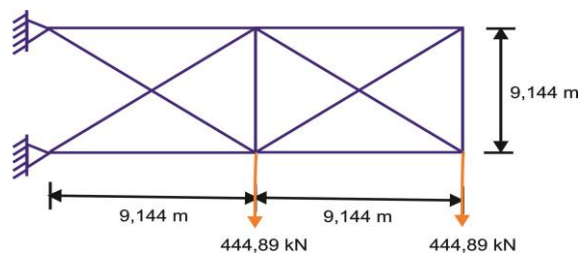


Figura 1: Treliza de 10 barras.

A mínima massa da estrutura é obtida variando as seções transversais das barras. A treliça é submetida a restrições de tensão e deslocamento. Na solução do problema utilizamos o Método de Evolução Diferencial. Os graus de liberdade, número de nós e número de elementos são mostrados na Figura 2. Os carregamentos aplicados e as propriedades dos materiais são apresentados nas Tabelas 1 e 2, respectivamente.

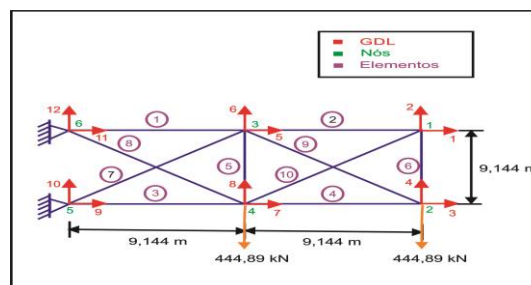


Figura 2: Identificação dos GDL, nº de nós e nº elementos da treliça de 10 barras.

Tabela 1: Treliza de 10 barras - Carregamentos aplicados

Número Nó	Px (Kips)	Py (Kips)
2	0	-100 (-444,89 kN)
4	0	-100 (-444,89 kN)

Tabela 2: Treliza de 10 barras - Propriedades

Mód. de elasticidade	$E = 1,0 \times 10^7$ psi (68950 MPa)
Densidade	$\rho = 0,10$ lb/in ³ (2767 kg/m ³)
Tensão admissível	± 25000 psi (± 172 MPa)
Deslocamentos	$\pm 2,0$ in (50,8 mm)

Fazendo uso do software MATLAB, obtemos os seguintes resultados:

Número de Iterações: 100

Função Objetivo: 1849,7

Número de Avaliações da Função Objetivo: 15150

Sendo X o projeto final obtido:

$x(1) = 0.006797$	$x(6) = 0.000050$
$x(2) = 0.004790$	$x(7) = 0.009176$
$x(3) = 0.010122$	$x(8) = 0.004192$
$x(4) = 0.016504$	$x(9) = 0.011178$
$x(5) = 0.000050$	$x(10) = 0.000050$

6. CONCLUSÕES

Na seguinte Tabela mostramos os resultados que foram obtidos para o problema de otimização da Treliza de 10 barras usando alguns algoritmos de otimização.

Tabela 3: Treliza de 10 barras – Comparação das massas

MÉTODO	MASSA (kg)
1. Função da penalidad melhorada (Cai and Thiereu, 1993)	2491
2. Algoritmo Genético (Rajeev and Krishnamoorthy, 1992)	2546
3. Algoritmo Genético (Coello, 1994)	2491
4. Reconozimento Simulado (Kripka, 2004)	2490
5. Algoritmo Genético (Pruenca, 2009)	2512
6. Algoritmo da Evolução Diferencial (Nesste trabalho)	1849,7

Como podemos observar, mediante o uso do Algoritmo da Evolução Diferencial obtemos um melhor resultado ótimo para a massa (1849,7 kg) em comparação com os outros métodos.

7. REFERÊNCIAS

- Alves Filho, A. “Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE”. São Paulo, 2000.
- Cai, J., & Thiereut, G. “Discrete Optimization of Structures Using Improved Penalty Function Method”. Engineering Optimization Vol. 21, No.4, 293-306, 1993.
- Haftka, R., & Gürdal, Z. “Elements of Structural Optimization”. Kluwer Academic Publishers, 1992
- Kripka, M. “Discrete Optimization of Trusses by Simulated Annealing”. J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng. Vol. XXVI No.2, 2004, pp.170-173.
- Pruença R.S. “Otimização de Trelizas com Restrições de Falha Combinando Técnicas de Programação de Algoritmos contínuos e discretos”. Dissertação de Mestrado. Porto Alegre: UFRGS, 2009.
- Rajeev, S., & Krishnamoorthy, C. S. “Discrete Optimizaton of Structures Using Genetic Algorithms”. J. Struct. Eng., 1992, pp. 1233-1250.

8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.