

SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTO TURBULENTO EM CONVECÇÃO NATURAL EM TORNO DE UM CILINDRO AQUECIDO

Rafael Romão da Silva Melo, Universidade Federal de Uberlândia, faelromelo@gmail.com

Denise Kinoshita, Universidade Federal de Uberlândia, denikino@hotmail.com

Millena Martins Villar, Universidade Federal de Uberlândia, millena.villar@gmail.com

Aristeu da Silveira Neto, Universidade Federal de Uberlândia, aristeus@ufu.br

Resumo: Este trabalho apresenta a simulação de escoamento em torno de um cilindro aquecido em meio infinito. A quantidade de movimento acontece a partir da convecção natural, e foi utilizado um número de Rayleigh elevado, condicionando assim o escoamento a um regime turbulento. Foi utilizado o código AMR3D, código desenvolvido no MFLab/UFU, o qual utiliza malha adaptativa bloco-estruturada com adaptatividade dinâmica. Os resultados encontrados estão qualitativamente satisfatórios, sendo encontradas estruturas coerentes características de um escoamento turbulento.

Palavras-chave: Escoamento turbulento, Convecção natural, Malha cartesiana adaptativa, Fronteira imersa

1. INTRODUÇÃO

Grande parte das aplicações, em que existe algum tipo de escoamento, ocorre no estado turbulento. Além disso pode existir troca de energia térmica, envolvendo algum processo de reação química ou simplesmente alguma fonte de calor. Quando existe interação entre fluido e parede, a complexidade da solução aumenta, uma vez que o escoamento pode se tornar mais complexo. Assim sendo, existem duas diferentes formas de resolver numericamente escoamentos turbulentos com troca de energia sobre geometrias, sejam estas simples ou complexas: utilizando malha que se adapta à geometria, ou utilizando campos de força adicionados à equação da quantidade de movimento, representando uma geometria de maneira indireta, denominada Método da Fronteira Imersa (Silva et al., 2003).

Para resolver qualquer escoamento turbulento necessita-se de uma malha bem refinada, e como a metodologia da fronteira imersa permite utilizar malha cartesiana, podem ser utilizadas então malhas bloco-estruturada, as quais utilizam uma sequência de malhas devidamente aninhadas, refinando em regiões específicas. Assim, este refinamento é dado pela união de malhas retangulares orientadas com espaçamentos sequencialmente menores (Villar, 2007). Este tipo de malha é utilizada neste trabalho, tendo em vista esta vantagem de refinamento. Além disto, é utilizada malha que se adapta dinamicamente ao escoamento, se tornando mais refinada em pontos de interesse, neste caso próximo a fronteira imersa e em regiões que existam estruturas turbilhonares, onde as tensões cisalhantes e flutuações de velocidade são expressivas.

Visando uma economia computacional e uma modelagem mais precisa do escoamento turbulento em torno de geometrias complexas, o presente trabalho propõe resolver escoamentos a elevados número de Reynolds em regiões parietais com troca de energia térmica, utilizando malha cartesiana com adaptatividade dinâmica para modelar o escoamento e a metodologia da fronteira imersa. A economia computacional acontece por se ter uma malha bem fina apenas em regiões onde ela é necessária, e utilizando malha cartesiana pode-se trabalhar com os algoritmos mais baratos para se resolver as equações de Navier-Stokes. Foi utilizado o código AMR3D, código desenvolvido no MFLab/UFU, o qual utiliza malha adaptativa bloco-estruturada com adaptatividade dinâmica, e o problema escolhido foi o escoamento em torno de um cilindro aquecido em meio infinito, a elevado número de Rayleigh. Os resultados encontrados estão qualitativamente satisfatórios, sendo encontradas estruturas coerentes características de um escoamento turbulento.

2. METODOLOGIA

Nessa seção são apresentadas as duas formulações matemáticas utilizadas neste trabalho: a formulação euleriana, a qual modela as equações para o domínio contínuo de fluido, e a formulação lagrangiana, a qual modela as equações referentes ao método da fronteira imersa, utilizada para representar os corpos em meio fluido.

2.1. Formulação diferencial para a fluido dinâmica

Para modelagem do escoamento são resolvidas as equações de Navier-Stokes, na forma não-conservativa. O modelo deve obedecer ao balanço de massa, apresentado na Eq. (1), na forma tensorial:

$$\frac{\partial (u_i)}{\partial x_i} = 0. \quad (1)$$

O modelo ainda resolve a equação da quantidade de movimento para cada componente de velocidade, apresentadas na Eq. (2):

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + f_i, \quad (2)$$

em que p é a pressão, ρ é a massa específica do fluido, μ é a viscosidade dinâmica do fluido, u_i é a componente i do vetor velocidade e f_i é a componente i do termo fonte, onde no método da fronteira imersa é o vetor campo de força euleriano, através do qual uma geometria complexa pode ser representada.

2.2. Formulação diferencial para a equação da energia

Para modelagem da parte térmica é resolvida a equação de transporte para a temperatura T (Eq. (3)):

$$\frac{\partial (\rho T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} T) = \nabla \cdot (\alpha (\vec{x}, t) \nabla T) + f_{TT} (\vec{x}, t), \quad (3)$$

onde T é a temperatura, $\vec{u}$ é o vetor velocidade, ρ é a massa específica, α é a difusividade térmica e f_{TT} é o termo fonte o qual representará a fronteira imersa com propriedades térmicas em meio ao fluido.

2.3. Formulação para a fronteira imersa dinâmica

A metodologia da fronteira imersa utiliza uma malha independente para definir o corpo em meio fluido. Uma das principais vantagens é poder simular escoamentos sobre geometrias complexas utilizando malha cartesiana para o domínio de fluido, ou domínio euleriano. Neste trabalho é utilizada a multi forçagem direta, proposta por Wang et al. (2008).

O termo de força f_i da equação da quantidade de movimento é o responsável por definir a interface imersa. Para calcular esta força utilizamos uma função distribuição, dada pela Eq. (4):

$$f_i (\vec{x}) = \sum_K \vec{F} (\vec{x}_K) D_{ij} (\vec{x} - \vec{x}_K) \Delta V (\vec{x}_K), \quad (4)$$

sendo $\Delta V (\vec{x}_K)$ o volume do elemento lagrangiano e D_{ij} representa uma função de interpolação / distribuição. Neste trabalho é adotada a função gaussiana, a qual possui forma apresentada na Eq. (5):

$$D_{ij} (\vec{x}_K) = \frac{g [(x_K - x_i) / \Delta] g [(y_K - y_j) / \Delta] g [(z_K - z_i) / \Delta]}{\Delta^3}, \quad (5)$$

$$g(r) = \begin{cases} g_1(r), & \|r\| < 1 \\ \frac{1}{2} - g_1(2 - \|r\|), & 1 < \|r\| < 2 \\ 0, & \|r\| > 2 \end{cases}, \quad (6)$$

$$g_1(r) = \frac{3 - 2\|r\| + \sqrt{1 + 4\|r\| - 4\|r\|^2}}{8}, \quad (7)$$

sendo Δ o tamanho característico da malha euleriana. Esta função mostra que quanto mais distantes estão os volumes eulerianos do ponto lagrangiano, menor é o valor da força distribuída naqueles pontos. Uma propriedade importante desta função é que ao integrá-la em todo domínio se obtém o valor unitário, significando que a força é distribuída em sua totalidade (Oliveira, 2006).

Por fim $\vec{F} (\vec{x}_K)$ representa a força no ponto lagrangiano, a qual é distribuída no campo euleriano, delimitando assim a fronteira. Assim como em todo o domínio de cálculo a equação da quantidade de movimento é válida em cada ponto lagrangiano, respeitando assim a hipótese do contínuo, uma vez que estes pontos estão presentes no campo euleriano. Assim reescrevendo a Eq. (2) para cada ponto lagrangiano, considerando fluido incompressível e isolando a força obtemos a Eq. 8:

$$F_i (\vec{X}, t) = \rho \frac{\partial (U_i)}{\partial t} + \rho \frac{\partial (U_j U_i)}{\partial X_j} + \frac{\partial P}{\partial X_i} - \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \right), \quad (8)$$

sendo que as variáveis maiúsculas representam o domínio lagrangiano.

Partindo desta equação e discretizando o termo temporal em um esquema de segunda ordem obtém-se a Eq. (9):

$$F_i (\vec{X}, t) = \frac{\alpha_2 U_i^{t+\Delta t} - \alpha_1 U_i^t + \alpha_0 U_i^{t-\Delta t}}{\Delta t} + RHS_i^t, \quad (9)$$

onde RHS_i^t o lado direito da equação no tempo t , dado pela Eq. (10):

$$RHS_i^t = \frac{\partial (U_i U_j)}{\partial X_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \right) \quad (10)$$

Para realizar este método escolhido soma-se e subtrai-se um parâmetro auxiliar U^* no termo temporal, como apresentado na Eq. (11):

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{\alpha_2 U_i^{t+\Delta t} - \alpha_1 U_i^t + \alpha_0 U_i^{t-\Delta t} - U_i^* + U_i^*}{\Delta t} + RHS_i^t. \quad (11)$$

O passo seguinte é utilizar o princípio da superposição e resolver a equação anterior em duas partes, apresentada nas Eqs. (12) e (13):

$$\frac{U_i^* - \alpha_1 U_i^t + \alpha_0 U_i^{t-\Delta t}}{2\Delta t} + RHS_i^t = 0, \quad (12)$$

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{\alpha_2 U_i^{t+\Delta t} - U_i^*}{\Delta t}, \quad (13)$$

sendo que $U_i^{t+\Delta t}$ representa a velocidade desejada para a fronteira. Se for uma fronteira estacionária o seu valor é nulo. Se for uma fronteira em movimento o seu valor é igual a velocidade da fronteira. Para o cálculo de U_i^* utilizamos a Eq. (14):

$$U_i^* = \sum_{\Omega} u_i^* D_h(x_i - x_K) h^3, \quad (14)$$

onde D_h é representada por uma função interpolação/distribuição com propriedades de uma função gaussiana, u^* é a velocidade no ponto euleriano e h é o volume lagrangiano.

Resumindo, na multi forçagem direta calcula-se a velocidade no ponto lagrangiano, posteriormente calcula-se a força no ponto lagrangiano, e por fim esta força é distribuída no domínio euleriano. Este procedimento é realizado de maneira iterativa, e o critério de parada é a convergência para um valor de resíduo mínimo desejado, para todos os passos de tempo.

2.4. Formulação para a fronteira imersa térmica

Para a solução da fronteira imersa térmica foi utilizada a mesma ideia utilizada na fronteira imersa para a fluido dinâmica, apresentada anteriormente. A diferença é que ao invés de partir da equação do momentum, parte-se da equação da energia. O termo de força f_{TT} da equação da energia é o responsável por definir a interface térmica imersa. Para calcular esta força utilizamos também utilizamos uma função distribuição, apresentada na Eq. (15):

$$f_{TT}(\vec{x}) = \sum_K \vec{F}_T(\vec{x}_K) D_{ij}(\vec{x} - \vec{x}_K) \Delta V(\vec{x}_K), \quad (15)$$

sendo $\Delta V(\vec{x}_K)$ o volume do elemento lagrangiano e D_{ij} representa uma função de interpolação / distribuição, apresentada anteriormente na Eq. (5) e $\vec{F}_T(\vec{x}_K)$ representa a força no ponto lagrangiano, a qual é distribuída no campo euleriano, representando assim a fronteira térmica.

Para a parte térmica também foi utilizada a multi forçagem direta. Para condição de primeira espécie, ou seja, imposição direta da temperatura na fronteira imersa, a força no ponto lagrangiano é calculada de maneira similar a parte dinâmica, primeiro calculando a temperatura no ponto lagrangiano através da equação de interpolação mostrada na Eq. (16):

$$T^* = \sum_{\Omega} T_E D_h(x_i - x_K) h^3 \quad (16)$$

onde T_E é a temperatura no ponto euleriano e T^* é a temperatura no ponto lagrangiano.

Em seguida é calculada a força no ponto lagrangiano, através da Eq. (17):

$$F_T(\vec{X}, t) = \rho C_p \frac{\alpha_2 T^{t+\Delta t} - T^*}{\Delta t} \quad (17)$$

sendo $T^{t+\Delta t}$ a temperatura que desejamos aplicar na fronteira.

Então essa força é distribuída através da Eq. (15). Esse processo é feito iterativamente até a convergência da solução. A seguir serão apresentados resultados.

3. RESULTADOS

A aplicação escolhida para simular escoamento turbulento em convecção natural, a elevado número de Rayleigh, foi o problema do cilindro aquecido em meio infinito. A Figura (1) mostra a malha euleriana utilizada neste problema. Foi definida uma malha inicial com maior refinamento próximo ao cilindro, o qual foi modelado utilizando a metodologia da fronteira imersa. A resolução da malha mais fina é de 64 volumes ao longo do diâmetro do cilindro. A malha lagrangiana do cilindro foi construída de tal maneira que volume do elemento lagrangiano seja igual ao volume euleriano onde o

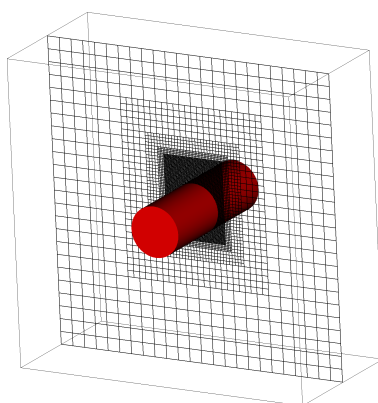


Figura 1: Malha euleriana no plano central normal à z e o cilindro modelado com fronteira imersa.

cilindro está imersa. O tamanho do domínio euleriano é de 4,8 m em x , 4,8 m em y e 2,4 m em z , e a malha possui 5 níveis de refinamento. O cilindro possui diâmetro $D = 0,8$ m e comprimento $L = 2,4$ m.

Como condição de contorno foi imposta uma temperatura no cilindro de $T_H = 30^\circ\text{C}$, e a temperatura ambiente é igual a 25°C . Para as condições de contorno do domínio foi utilizada saída advectiva em todos limites de domínio, exceto nos extremos do cilindro, sendo utilizado nestes velocidade nula e isolamento térmico. As propriedades do fluido foram escolhidas de tal forma que o número de Rayleigh fosse igual a $Ra = 1,5 \cdot 10^{10}$ e o número de Prandtl igual a $Pr = 0,71$. Foi utilizado processamento paralelo, sendo utilizados 32 processadores.

Para ocorrer este movimento foi adotado a Hipótese de Boussinesq, onde um termo a mais, o termo de empuxo, é adicionado na equação da quantidade de movimento na direção de onde se tem gravidade. Esta aproximação dita que a densidade somente varia com a temperatura, e é dado pela equação:

$$E = \rho g \beta (T - T_{ref}) \quad (18)$$

onde g é a gravidade, β é uma constante, T é a temperatura do volume analisado e $T_{ref} = 25^\circ\text{C}$ é a temperatura de referência do problema. A força gravitacional foi imposta somente na região externa ao cilindro, região de interesse.

A Figura (2) apresenta o iso valor do critério Q coloridos com a magnitude da velocidade. O critério Q é um adimensional utilizado para a visualização de estruturas turbilhonares, sendo que quanto maior o valor da iso Q maior será a rotação do fluido. Esta figura apresenta a visualização do escoamento em três ângulos diferentes. É possível notar que ocorre a formação das primeiras estruturas nas paredes do cilindro, surgindo da parte inferior, e são transportadas para a parte superior do cilindro. Estas estruturas são energizadas devida ao empuxo, força a qual é geradora da quantidade de movimentos. Com mais energia cinética o escoamento se torna mais não linear, e logo após o desprendimento das estruturas e o cilindro, as mesmas interagem entre si, gerando ondas instáveis. E conforme o escoamento sobe, continua-se a transição a turbulência, uma vez que a fonte de energia cinética não é interrompida. Isso é evidenciado pela formação de inúmeros grampos de cabelo, que interagem entre si, e assim o escoamento tende a um regime de turbulência desenvolvida.

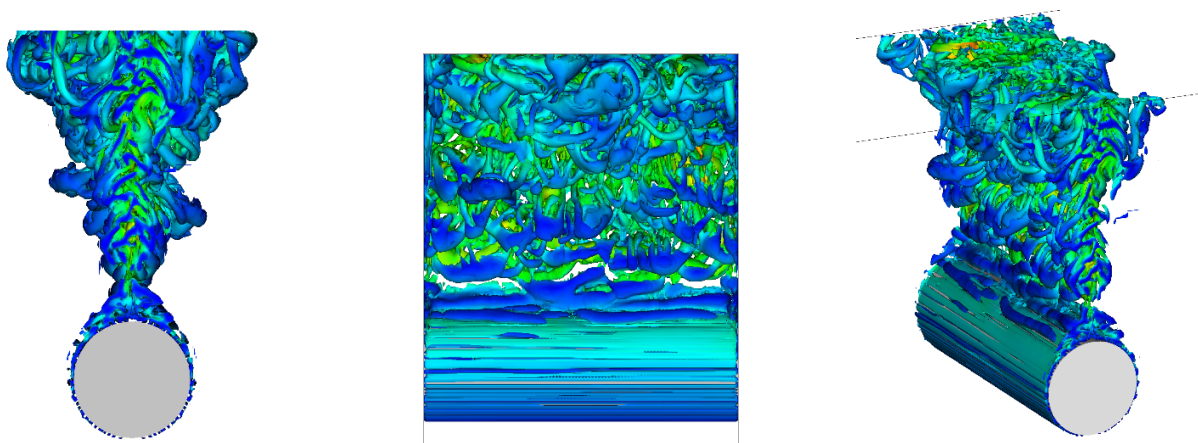


Figura 2: Iso valores do critério Q coloridos com a magnitude de velocidade em três diferentes ângulos.

A Figura (3) apresenta o iso valor de temperatura $T = 26^\circ\text{C}$ e planos de temperatura em $x = 0,5$ m e $z = 0,05$ m. Nota-

se que a camada limite da temperatura é laminar região inferior do cilindro, e conforme essa camada se desenvolve em função do empuxo se torna instável. Com esta figura é possível notar que as estruturas turbilhonares aumentam o transporte de energia térmica oriunda do cilindro para o meio externo.

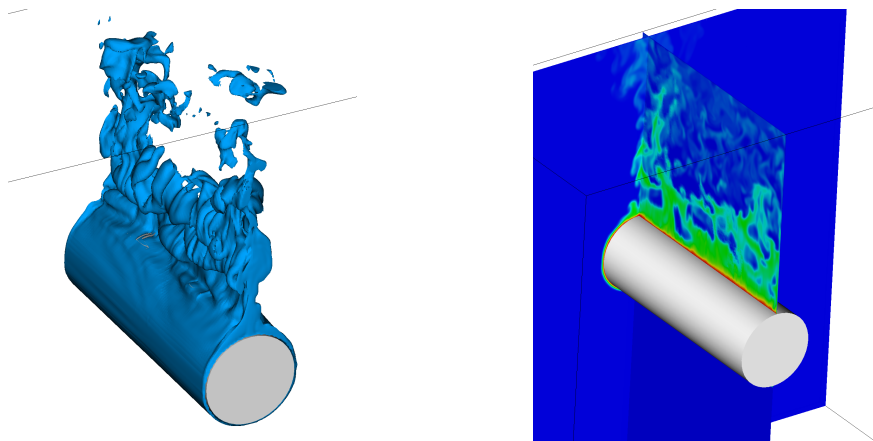


Figura 3: Iso valor de temperatura $T = 26^{\circ}\text{C}$ e planos de temperatura em $x = 0,5 \text{ m}$ e $z = 0,05 \text{ m}$.

Por fim a Fig. (4) apresenta os blocos de maior refinamento e planos apresentando os três níveis mais finos. Observa-se que o refinamento realmente é aplicado em regiões de interesse, as quais seriam a fronteira imersa utilizada para modelar o cilindro, e as estruturas turbilhonares. Com este refinamento adaptativo local e de maneira dinâmica ao longo do tempo resultou em grande economia computacional, comparado um caso parecido utilizando uma malha uniforme refinada em todo domínio.

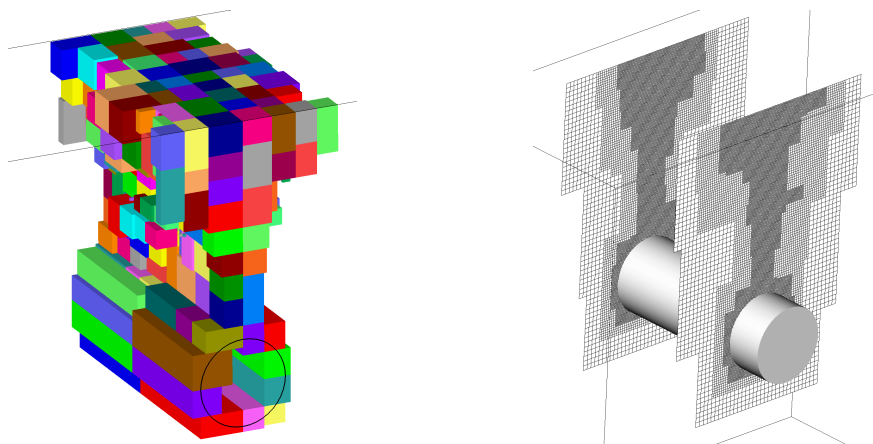


Figura 4: Blocos de maior refinamento e planos apresentando os três níveis mais finos.

4. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou a simulação de escoamento em torno de um cilindro aquecido em meio infinito. A quantidade de movimento acontece a partir da convecção natural, e foi utilizado um número de Rayleigh elevado, condicionando assim o escoamento a um regime turbulento. Foi utilizado o código AMR3D, código desenvolvido no MFLab/UFU, o qual utiliza malha adaptativa bloco-estruturada com adaptatividade dinâmica, gerando economia de processamento e memória utilizada. Esta economia computacional acontece por se ter uma malha bem fina apenas em regiões onde ela é necessária, e utilizando malha cartesiana pode-se trabalhar com os algoritmos mais baratos para se resolver as equações de Navier-Stokes. Os resultados encontrados estão qualitativamente satisfatórios, sendo encontradas estruturas coerentes características de um escoamento turbulento.

5. AGRADECIMENTOS

À CAPES, CNPq, FAPEMIG e PETROBRAS pelo suporte financeiro.

6. REFERÊNCIAS

- J. E. S. Oliveira. *Modelagem matemática para otimização dinâmica de corpos imersos em escoamentos turbulentos*. PhD thesis, Universidade Federal de Uberlândia, 2006.
- A. L. F. L. E. Silva, A. Silveira-Neto, and J. Damasceno. Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. *Journal of Computational Physics*, 189(2):351 – 370, 2003.
- M. M. Villar. *Análise numérica detalhada de escoamentos multifásicos bidimensionais*. PhD thesis, Universidade Federal de Uberlândia, 2007.
- Z. Wang, J. Fan, and K. Luo. Combined multi direct forcing immersed boundary method for simulating flows with moving particles. *International Journal of Multiphase Flow*, 2008.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.