

CONVECÇÃO NATURAL ENTRE CILINDROS CONCÊNTRICOS NA PRESENÇA DE DOIS PARES DE FONTES E SUMIDOUROS DE CALOR

Dálgis Shilton Silva Ferreira, Universidade Federal de Uberlândia, dalglshilton@yahoo.com.br
Elie Luis Martínez Padilla, Universidade Federal de Uberlândia, epadilla@mecanica.ufu.br

Resumo: Nas indústrias nota-se uma crescente no número de problemas envolvendo a dinâmica dos fluidos com transferência de calor. Neste contexto, compreender e quantificar corretamente os processos de transferência de calor nestes ambientes é de suma importância, pois implica em economia energética e melhor aproveitamento dos recursos naturais. O presente trabalho visa promover uma análise numérica bidimensional sobre o problema de transferência de calor por convecção natural em cilindros concêntricos na presença de dois pares discretos de fontes (localizadas nos cilindros internos) e dois pares de sumidouros de calor (localizados no cilindro externo). Dois arranjos distintos variando a localização dos pares de fontes e sumidouros de calor foram utilizados, sendo o fluido de trabalho o ar. O código numérico foi desenvolvido em coordenadas cilíndricas, discretizado utilizando a técnica dos volumes finitos e esquemas temporais e espaciais de segunda ordem, onde o acoplamento pressão-velocidade é feito através do método do passo fracionado. As simulações numéricas foram realizadas compreendendo uma faixa do número de Rayleigh entre 100 e 10000 e Prandtl igual a 0,7. Verificou-se qualitativamente o desenvolvimento da pluma térmica. O número de Nusselt médio foi calculado, obtendo uma boa concordância com as diferentes correlações encontradas na literatura.

Palavras-chave: Transferência de Calor, Convecção Natural, Cilindros Concêntricos, Dois Pares de Fontes e Sumidouros

1. INTRODUÇÃO

Escoamentos envolvendo a transferência de calor por convecção natural entre cilindros aquecidos são encontrados em muitas aplicações industriais, tais como: resfriamento de máquinas rotativas, trocadores de calor, fornos horizontais rotativos, refrigeração de equipamentos eletrônicos, troca de calor em aquecedores solares, resfriamento do núcleo de reatores nucleares, em caldeiras supercríticas e no resfriamento das partes rotativas, como as pás do rotor de turbinas a gás, etc. (Mohammed e Salman, 2006). Ao longo dos anos vários autores estudam a convecção natural em cavidades anulares experimentalmente e numericamente visando, sobretudo compreender e quantificar corretamente este fenômeno.

No processo de convecção natural em cavidades, o escoamento inicia-se devido a um gradiente de temperatura entre as superfícies dos cilindros. O cilindro mais quente aquece o fluido ao seu redor, tornando-o mais leve que o restante do fluido, desta forma, a força de empuxo induz a movimentação do fluido, o qual contorna a superfície do cilindro interno até as proximidades do plano vertical, onde continua movimentando-se em sentido ascendente até atingir o cilindro externo onde retorna, por ambos os lados da cavidade, formando assim, um escoamento recirculante com duas células de recirculação conforme verificado por Padilla (2004), ilustrado na Fig. (1), abaixo:

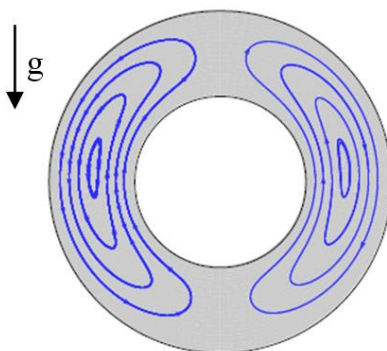


Figura 1: Representação esquemática das células de recirculação devido à convecção natural em cavidades anulares (Padilla, 2004).

O presente trabalho visa, analisar numericamente o fluxo gerado por convecção natural em cilindros concêntricos preenchidos com ar, na presença de pares discretos de fontes e sumidouros de calor. Sendo utilizados dois pares de fontes e sumidouros, distribuídos em duas configurações diferentes.

2. CARACTERIZAÇÃO

A convecção natural é um fenômeno de transporte de calor que ocorre naturalmente, promovido pelas diferenças de densidade do meio e mantido pela força da gravidade. Para o caso da convecção natural entre cilindros concêntricos na presença de pares discretos de fontes e sumidouros de calor, sendo o ar o fluido de trabalho, observa-se uma diferença de densidades entre o ar aquecido próximo a fonte de calor presente no cilindro interno (menos denso) e o ar mais distante em uma temperatura menor (mais denso).

Esta diferença de densidade induz um fluxo de ar quente ascendente, também conhecido como pluma térmica a qual, permite que ocorra o transporte de calor através do movimento do fluido. Desta forma, o processo de convecção é então mantido devido à força da gravidade. (Khanpara, 1990).

O presente trabalho analisou numericamente o fluxo gerado por convecção natural em cilindros concêntricos preenchidos com ar, na presença de pares discretos de fontes e sumidouros de calor aquecidos, através da adequação do código numérico tridimensional CCCil3D (Padilla, 2004) ao problema em questão. Na Figura (2), a seguir, tem-se a representação esquemática do escoamento estudado, considerando as duas configurações utilizadas, com relação à disposição dos dois pares de fontes (localizadas no cilindro interno) e sumidouros de calor (localizados no cilindro externo). A letra (A) representa a configuração, fontes localizadas na direção vertical e sumidouros na direção horizontal e a letra (B) representa o caso em que as fontes localizam-se na horizontal e os sumidouros na vertical.

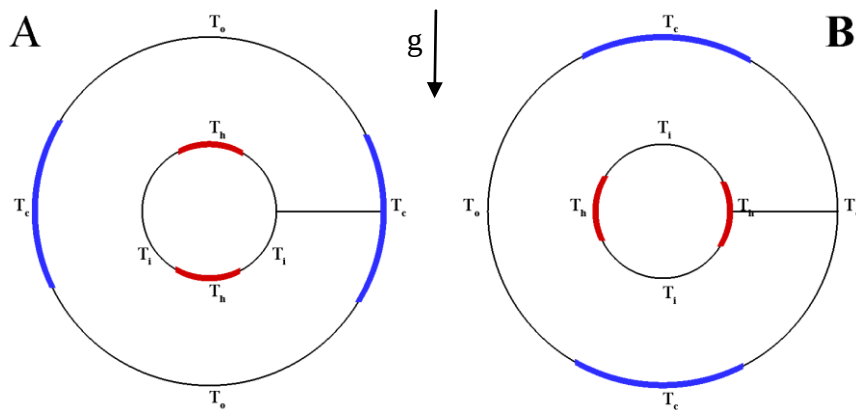


Figura 2: Representação esquemática do problema proposto utilizando dois pares de fontes (parte vermelha) e sumidouros (parte azul). (Mastiani, et al. (2016)).

Conforme verificado na Fig. 2, termicamente o problema proposto apresenta três regiões distintas:

- Parte vermelha – Representa as fontes de calor.

$$T^* = T_h = 1. \quad (1)$$

- Parte Azul – Representa os sumidouros de calor

$$T^* = T_c = 0. \quad (2)$$

- Parte em Preto – Representa a parte adiabática, presente nos dois cilindros.

Cilindro interno:

$$T^* = T_i = \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = 0. \quad (3)$$

Cilindro externo:

$$T^* = T_o = \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = 0. \quad (4)$$

De acordo com a Fig. 2, nota-se que, o cilindro interno, na parte vermelha (fonte de calor) tem sua superfície aquecida com temperatura constante T_h (temperatura quente), o cilindro externo, na parte azul (sumidouro de calor) apresenta uma temperatura constante T_c (temperatura fria) inferior a temperatura quente e o meio fluido (ar) encontra-se a uma temperatura ambiente ($25\text{ }^\circ\text{C}$), resultando num número de Prandtl (Pr) igual a 0,7074, calculado através da Eq. (5), sendo ν a viscosidade cinemática e ρ densidade do fluido, respectivamente.

$$Pr = \frac{\nu}{\rho}. \quad (5)$$

O símbolo (*) presente, nas Eqs. (1) a (4), representam variáveis adimensionais e os símbolos (i) e (o) representam o cilindro interno e externo respectivamente.

3. METODOLOGIA

O modelo matemático utilizado para descrever os escoamentos com transferência de calor em cilindros aquecidos baseia-se nos princípios fundamentais que regem os fenômenos de transporte, ou seja: a conservação da massa, a conservação da quantidade de movimento e a conservação da energia. A seguir, têm-se as equações em coordenadas cilíndricas, já considerando a aproximação de Boussinesq:

Equação da Conservação da Massa

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0. \quad (6)$$

Equação do Balanço da Quantidade de Movimento

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_j} - \beta \Delta T g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \varepsilon \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (7)$$

Equação da Conservação da Energia

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(u_j T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial x_j} \right]. \quad (8)$$

Nas equações de conservação descritas acima, u_i representa a componente i do vetor velocidade, ρ_0 é a densidade tomada à temperatura ambiente e β uma propriedade termodinâmica conhecida como coeficiente de expansão térmica do fluido a pressão constante, definida por:

$$\beta = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p. \quad (9)$$

Os termos ν_ε e α_ε são a viscosidade efetiva e a difusividade térmica efetiva, respectivamente. A viscosidade efetiva é a soma das viscosidades molecular e a turbulenta, sendo a última calculada através do Modelo Sub-malha Dinâmico desenvolvido por Germano, et al. (1991).

De forma análoga a difusividade térmica efetiva também representa a soma das difusividades térmicas molecular e turbulenta, onde utiliza-se o número de Prandtl turbulento ($Pr_t = \nu_t / \alpha_t$) igual a 0,6 (Silveira Neto et. al, 1993) para representar a difusividade turbulenta.

O presente trabalho adaptou o código numérico CCCil3D (Padilla, 2004) às novas condições de contorno que permitiram ao mesmo, simular adequadamente o fenômeno da convecção natural entre cilindros aquecidos na presença pares de fontes e sumidouros de calor. O código numérico é tridimensional desenvolvido em coordenadas cilíndricas, discretizado utilizando a técnica dos volumes finitos e esquemas temporais e espaciais de segunda ordem, onde o acoplamento pressão-velocidade é feito através do método do passo fracionado. O escoamento é considerado incompressível com propriedades físicas constantes, exceto para o termo de empuxo, o qual está ligado com a variação de densidade. As variações de densidade são provocadas principalmente pela expansão térmica do fluido. Fato que é resolvido modelando a densidade no termo de empuxo através da aproximação de Boussinesq.

A malha foi dimensionada utilizando 30 divisões na direção radial, 138 na direção tangencial e 2 divisões na direção axial. Sendo não uniforme na direção radial, refinada nas proximidades da superfície do cilindro (variação baseada no arco formado por $\Delta\theta$) e uniforme na direção tangencial.

Os números de Rayleigh (Ra) demonstrado na Eq. (10) e de Nusselt médio total (Nu_m) representado na Eq. (11), são os dois parâmetros adimensionais utilizados para comparar os dados disponíveis da literatura.

$$Ra = \frac{g\beta(T_i - T_o)L^3}{\nu\alpha} \quad (10)$$

onde β é o coeficiente de expansão volumétrica, ν é a viscosidade molecular e α a difusividade molecular, todos, características do fluido. O termo L representa uma característica da geometria, sendo a diferença entre o raio do cilindro externo e o raio do cilindro interno, T_i e T_o são as temperaturas internas e externas e g representa a gravidade.

O Nusselt médio total Nu_m é calculado por:

$$Nu_m = \frac{Nu_{mi} + Nu_{mo}}{2} \quad (11)$$

sendo Nu_{mi} (Nusselt médio interno) e Nu_{mo} (Nusselt médio externo) são calculados da seguinte forma:

$$Nu_{mi} = \frac{1}{2\pi\Gamma} \int_0^{2\pi} \int_0^\Gamma Nu_i d\theta dz. \quad (12)$$

$$Nu_{mo} = \frac{1}{2\pi\Gamma} \int_0^{2\pi} \int_0^\Gamma Nu_o d\theta dz. \quad (13)$$

o termo Γ representa a razão de aspecto, ou seja, a razão entre a diferença entre os raios externo e interno ($R_o - R_i$) e o comprimento axial (Z). Nu_i (Nusselt local interno) e Nu_o (Nusselt local externo) são respectivamente:

$$Nu_i = R_i \ln \left[\frac{R_o}{R_i} \right] \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \bigg|_{r=R_i}. \quad (14)$$

$$Nu_o = R_o \ln \left[\frac{R_o}{R_i} \right] \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \bigg|_{r=R_o}. \quad (15)$$

onde a barra sobre o termo T , representa a temperatura local filtrada.

4. RESULTADOS

Todos os resultados foram obtidos considerando duas dimensões (r e θ), ficando a terceira dimensão (z) com um mínimo de volumes, desta forma, dividiu-se o domínio em $30 \times 138 \times 2$ volumes correspondentes às direções radial (r), tangencial (θ) e axial (z), respectivamente. Todas as simulações foram realizadas considerando uma relação de raios de ($R_o / R_i = 2,6$) e razão de aspecto ($\Gamma = 1$). Duas configurações foram estudadas utilizando dois pares de fontes e sumidouros, conforme demonstra a Fig. 2.

Na Figura 3, tem-se o desenvolvimento do campo térmico para uma faixa de Ra de 10^2 a 10^5 , na parte (A) têm-se as fontes na vertical e os sumidouros na horizontal (caso (A) Fig. (2)) e na parte (B) as fontes estão localizadas na horizontal e os sumidouros dispostos na vertical (caso (B) Fig. (2)). Nota-se que em ambos os casos, a camada limite térmica e a pluma do fluido aquecido tornam-se cada vez mais finas conforme o Ra aumenta, este fato retrata a realidade física do problema, pois quanto maior for a temperatura imposta no cilindro, maior será a força de empuxo correspondente e como consequência, maiores serão as velocidades alcançadas. Observa-se também que no caso (A), a partir do $Ra = 10^4$ há uma ligeira assimetria vertical do lado direito quando comparado ao esquerdo da cavidade, caracterizando assim, as primeiras perturbações do escoamento, contudo, no caso (B), em $Ra = 10^3$ essa assimetria já é vista. Para este caso, em $Ra = 10^4$ o escoamento é instável e a pluma térmica começa a se movimentar.

As isotermas e linhas de corrente do escoamento relativas ao caso (A) e (B) da Fig. (2) encontram-se na Fig. (4). Os dados relativos ao caso (A) apresentaram uma excelente concordância com os resultados obtidos por Mastiani, et al. (2016), em todos os Ra apresentados. No caso (B), para Ra abaixo de 10^4 , o escoamento ainda encontra-se laminar e os dados apresentam-se semelhante à literatura, contudo nota-se que para Ra maiores há uma discrepância nos resultados,

acredita-se que este fato se deve principalmente ao comportamento oscilatório da pluma térmica observado nas simulações para Ra maiores que o mencionado, ou seja, a partir de 10^4 o escoamento torna-se instável, desta forma, verifica-se uma ausência de um padrão definido para as isotermas bem como um comportamento aleatório das recirculações.

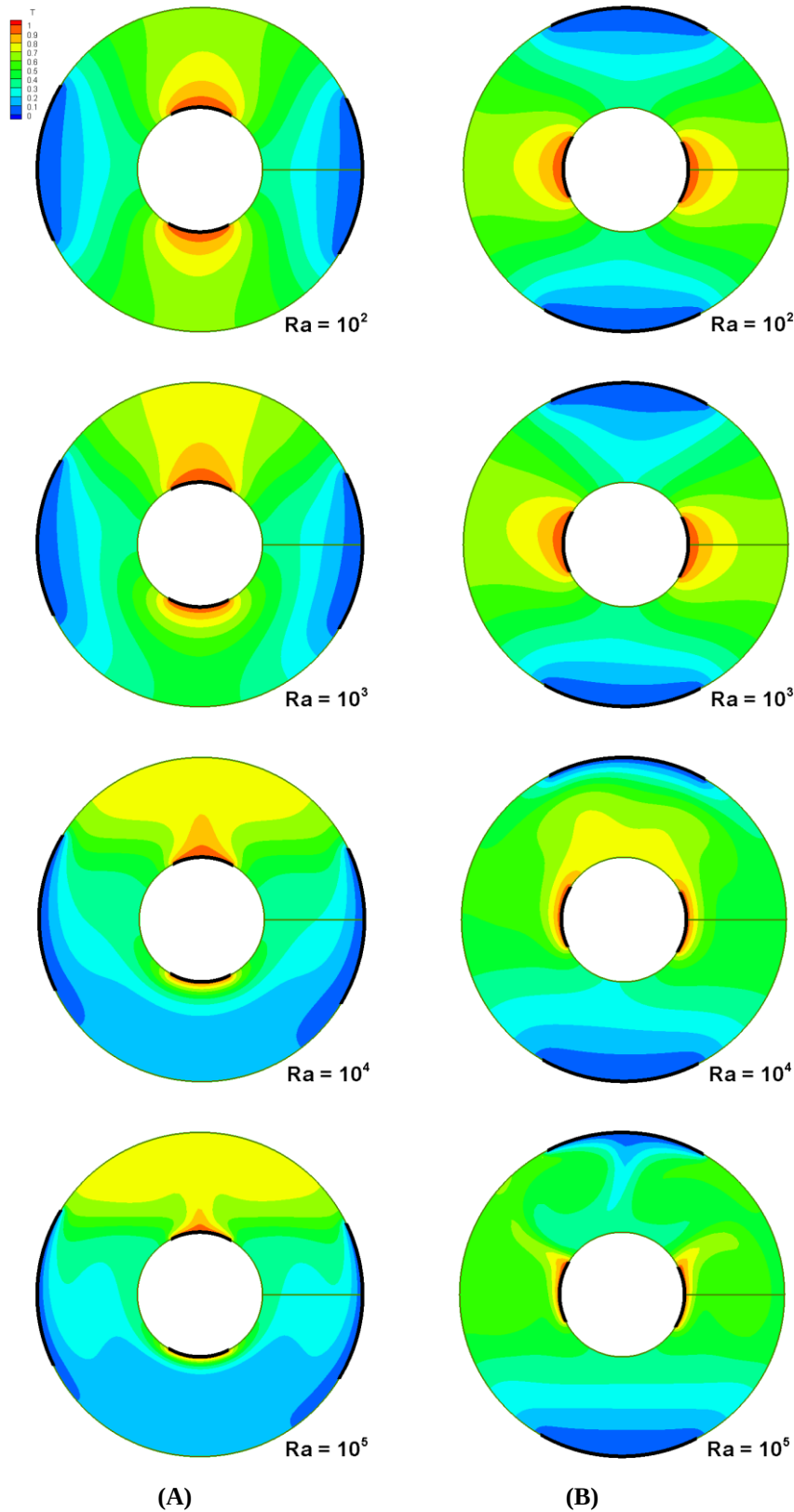


Figure 3. Desenvolvimento do campo térmico para uma faixa de Ra de 10^2 a 10^5 , a coluna (A) corresponde ao caso (A) da Fig. (2), e a coluna (B) ao caso (B) da Fig. (2).

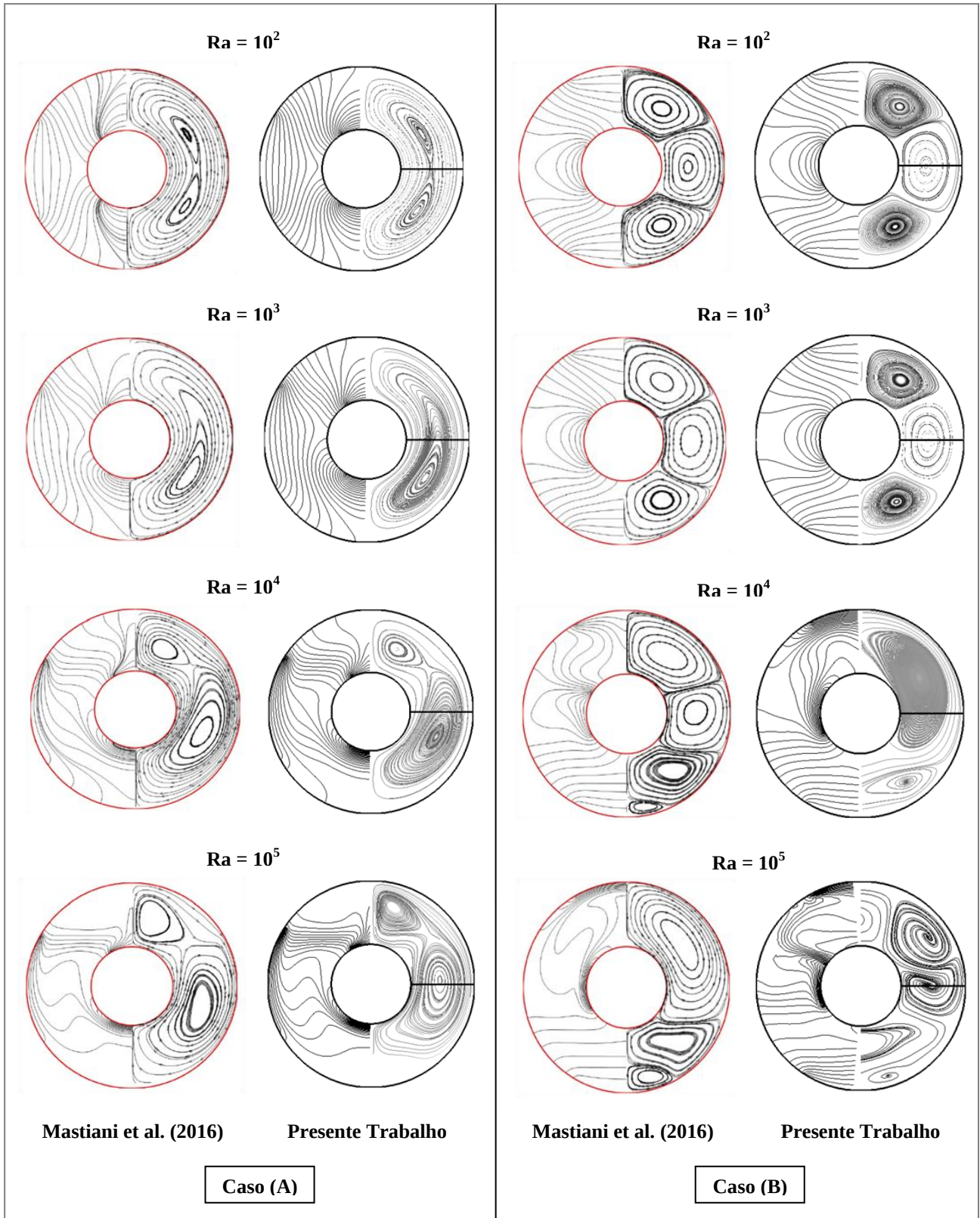


Figure 4. Comparação qualitativa dos casos (A) e (B) da Fig. (2) – Presente Trabalho (Contorno Preto) e Mastiani et al. (2016) (Contorno Vermelho) sendo o lado esquerdo de todas as figuras as isothermas e o lado direito as linhas de corrente.

Para representar quantitativamente a influência da troca térmica relativa à convecção natural, calculou-se o Nu médio global de todos os casos estudados compreendendo uma faixa de Ra entre 10^2 e 10^5 , bem como o erro relativo de cada caso com relação à referência da literatura, conforme observa-se na Tab. (1).

Na Tabela (1), verifica-se que o Nusselt médio global aumenta conforme o Rayleigh (Ra) aumenta, sendo o maior valor obtido referente à configuração onde as fontes estão localizadas na horizontal e os sumidouros na vertical (caso (A)) para $Ra = 10^5$, essa configuração representa a maior troca térmica entre todas estudadas. Observa-se também na Tab. (1) que o caso onde as fontes estão localizadas na horizontal e os sumidouros na vertical (caso (B)) para Ra acima de 10^4 , apresentam os maiores erros relativos. Nesta faixa têm-se escoamentos instáveis, necessitando-se assim de um melhor refino de malha e o uso de modelos de turbulência sub-malha adequados.

Tabela 1: Nusselt Médio Global

Caso	Ra	Nusselt Presente Trabalho	Nusselt Mastiani, et al. (2016)	Erro Relativo (%)
A	10^2	2,0161	1,8399	9,6
	10^3	2,3317	2,2178	5,1
	10^4	4,3908	4,1071	6,9
	10^5	7,6933	6,9423	10,8
B	10^2	1,9776	1,8399	7,5
	10^3	2,0519	1,9449	5,5
	10^4	3,9079	2,9102	34,3
	10^5	5,4062	7,1732	-24,6

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho realizou-se uma análise qualitativa e quantitativa do processo de transferência de calor por convecção natural em cilindros concêntricos na presença de pares discretos de fontes e sumidouros de calor, sendo o fluido de trabalho o ar, através de um código numérico tridimensional desenvolvido em coordenadas cilíndricas, discretizado utilizando a técnica dos volumes finitos. Todos os resultados foram obtidos em duas dimensões: radial e tangencial, sendo duas configurações de arranjos de pares fonte-sumidouro de calor estudadas: caso (A), fontes na vertical e sumidouros na horizontal e caso (B), fontes na horizontal e sumidouros na vertical. Os dados encontrados apresentaram uma boa concordância com a literatura, sobretudo para uma faixa de Ra abaixo de 10^4 , contudo, para Ra maiores os resultados demonstraram uma ligeira discrepância, evidenciando assim a necessidade de refinamento da malha. Obteve-se também o Nusselt médio global, evidenciando-se que a posição dos pares fonte-sumidouro influencia fortemente na transferência de calor, sendo que o caso (B) para $Ra = 10^5$ apresentou a maior transferência térmica, quando comparado aos demais casos.

6. AGRADECIMENTOS

À FAPEMIG, PROEX, CAPES e CNPq pelo auxílio financeiro.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., Cabot, W. H. “A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model”. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, Vol. 3, N° 7, 1991, pp. 1760-1765.
- Khanpara, J.C. “Natural Convection Heat Transfer From a Horizontal Cylinder Survey of Measurements, Analysis, and Experience – Part I”. *Journal of Thermal Insulation, Technomic Publishing Co., Inc.*, Vol. 13, 1990.
- Mastiani, M. et al. “Natural Convection in a Horizontal Annulus With a Different Number and Arrangements of Discrete Heat Source-Sink Pairs”. *Heat Transfer Research*, Vol. 47, 2016, pp. 403-421.
- Mohammed, H.A, & Salman, Y.K. “Experimental Investigation of Mixed Convection Heat Transfer for Thermally Developing Flow in a Horizontal Circular”, *Numerical Heat Transfer*, Selangor/Malaysia, 2006.
- Padilla, E.L.M. “Simulação de Grandes Escalas da Transição à Turbulência em Sistemas Rotativos com Transferência de Calor”. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil, 2004.
- Silveira-Neto, A., Grand, D., Métais, O., Lesieur, M. “A Numerical Investigation of the Coherent Structures of Turbulence Behind a Backward-Facing Step”. *Int. Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 256, 1993, pp. 1-25.

8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído neste trabalho.