

PROBLEMA INVERSO E CONTROLE ÓTIMO DE SISTEMA TÉRMICO

Bruno Luiz Pereira, Universidade Federal de Uberlândia, brunolp.meca@gmail.com

Leonardo Sanches, Universidade Federal de Uberlândia, lsanches@ufu.br

Resumo: O trabalho propõe a obtenção da função de transferência de um sistema térmico por meio de 2 algoritmos de otimização: algoritmo genético e evolução diferencial. Verifica-se que para tal problema a evolução diferencial mostrou-se mais eficaz que o algoritmo genético. Propõe-se também a aplicação do método da seção áurea para a obtenção do sinal de controle tal que a planta consiga seguir um sinal de referência dado por um polinômio de terceiro grau.

Palavras-chave: algoritmo genético, evolução diferencial, método da seção áurea.

1. INTRODUÇÃO

A otimização de sistemas é uma área do conhecimento que desperta interesse tanto na área acadêmica quanto nas indústrias devido ao seu propósito de melhorar o que já existe, ou de estar diretamente envolvida no projeto de novos sistemas que aliem alta eficiência e baixo custo.

É possível encontrar na literatura aplicações de métodos de otimização tanto em problemas diretos, em que são conhecidas a entrada do sistema, o modelo matemático e busca-se a saída do mesmo; em problemas inversos do tipo 1, quando dispõe-se da entrada, saída e busca-se o modelo matemático do sistema; e em problemas inversos do tipo 2, em que há o conhecimento do modelo, da saída e procura-se obter a entrada deste (Cezaro et al., 2008; Stryk, et al., 1992; Ramm, et al., 2005).

Dentre os tipos de algoritmos de otimização mais utilizados, pode-se citar os de otimização clássica e os evolutivos. Os algoritmos de otimização clássica são caracterizados por serem embasados pelas teorias do cálculo diferencial, sendo subdivididos em métodos de ordem zero – em que não são utilizadas as informações das derivadas da função objetivo (por exemplo, o método de Powell) – métodos de primeira ordem – em que é utilizada a informação do gradiente da função objetivo (por exemplo, os métodos da máxima descida, direções conjugadas e de métrica variável) – e por fim o método de Newton (de segunda ordem) – no qual leva-se em consideração tanto o gradiente quanto a hessiana da função objetivo (Vanderplaats, 1984).

Todos os métodos acima são caracterizados por fornecerem uma direção a partir da qual será realizada a busca de um ponto de mínimo, e essa busca é feita geralmente pelo método da seção áurea, o qual reduz o intervalo de busca do mínimo a cada iteração a uma razão fixa e aproximadamente igual a 0,618034. Esse método é extensamente utilizado haja vista que ele minimiza o número de avaliações da função objetivo, procedimento caro computacionalmente.

Os algoritmos evolutivos, ao contrário dos clássicos, não têm origem nas teorias do cálculo diferencial. São métodos de ordem zero, baseados na ideia darwiniana da sobrevivência do mais bem adaptado. Como exemplos de algoritmos evolutivos, pode-se citar o algoritmo genético e a evolução diferencial.

O algoritmo genético é um método heurístico, baseado na analogia com a biologia evolutiva. A cada iteração (geração), novo conjunto de criaturas artificiais é gerado, usando as melhores características dos indivíduos da geração anterior e, oportunamente, algumas inovações. Este método de otimização possui três operadores básicos, Fig. (1): seleção, em que se utiliza algum critério (ranking, roleta, torneio, dentre outros) para determinar quais indivíduos da população anterior permanecem, e quais são descartados da mesma; crossover (ou cruzamento), no qual 2 indivíduos são escolhidos aleatoriamente (pais) e são substituídos por outros 2 (filhos) cujas características são uma combinação das características desses; e por último a mutação, operador em que são introduzidas eventualmente inovações em alguma variável de alguns indivíduos da população (Haupt et al., 2004).

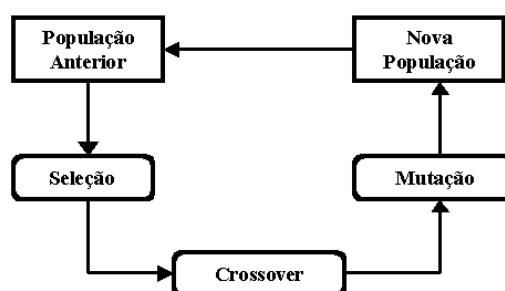


Figura 1: Representação esquemática de um algoritmo genético (UEM, 2016).

A evolução diferencial é um algoritmo que embora seja evolutivo, não apresenta inspiração em processos naturais. Este método possui um mecanismo de busca que se baseia no operador de mutação diferencial (soma vetorial), Eq. (1):

$$V = I_n + F(I_m - I_p) \quad (1)$$

em que V é um vetor que representa um indivíduo candidato a pertencer à população, I_n , I_m e I_p são indivíduos escolhidos de forma aleatória dentro da mesma, e F é o fator denominado fator de perturbação (geralmente, apresenta valores dentro do intervalo $[0,2]$). O esquema do algoritmo encontra-se na Fig. (2).

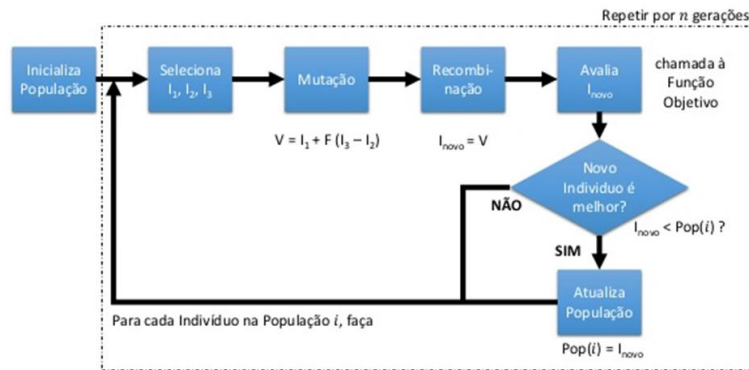


Figura 2: Representação esquemática da evolução diferencial (MÓR et al., 2016).

Para que haja o entendimento de como se realizará o estudo do sistema térmico após a obtenção do modelo matemático deste, é necessária a compreensão de que controle é o conjunto de técnicas desenvolvidas que objetivam fazer com que um processo evolua da forma requerida, sendo que essas técnicas são aplicadas geralmente em um controlador, implementado via hardware ou software. A Figura (3) ilustra uma malha de controle, em que podem ser identificados o sinal de referência, o sinal de erro, o sinal de controle, a saída do sistema e a realimentação deste.

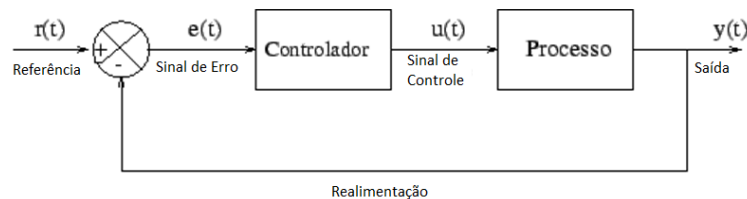


Figura 3: Exemplo de malha de controle.

Quando busca-se obter o sinal de controle $u(t)$ tal que minimize a função objetivo, definida como sendo o sinal de erro $e(t)$ ao quadrado, utilizando para tal algoritmos de otimização, trabalha-se com uma área específica do controle denominada controle ótimo.

A obtenção do sinal de controle é realizada através do método da seção áurea. A tarefa da seção áurea é a de descartar, a cada passo, 61,8% ou 38,2% do segmento considerado (seguindo dessa forma a razão áurea 0,618) no qual o mínimo da função objetivo necessariamente não se encontra.

2. OBJETIVOS

O trabalho objetiva obter, por meio de um algoritmo genético e evolução diferencial desenvolvidos, a função de transferência $G(s)$ que melhor caracteriza o processo referente a um sistema térmico, e comparar o resultado destes dois métodos com o obtido pelo toolbox Ident do MATLAB.

Além disso, deseja-se minimizar o erro do sistema para um sinal de referência descrito por um polinômio de terceiro grau através do método da seção áurea, e isso se justifica devido à dificuldade de se realizar o mesmo procedimento através de controladores clássicos.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

O sistema térmico a ser controlado, Fig. (4a), tem como entrada $X(s)$ a tensão de alimentação do resistor, controlada via PWM (intervalo: $[-0,5; 0,5]$) e como saída $Y(s)$ a diferença de temperatura em relação à temperatura inicial (intervalo: $[-8; 8]$ K). A Figura (4b) representa o sistema térmico sob a forma de diagrama de blocos.

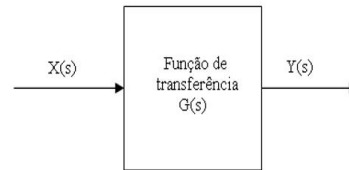
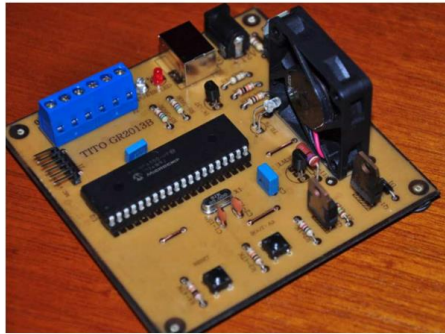


Figura 4: (a) Dados experimentais (em vermelho) e resposta do modelo (em azul) e (b) Representação do sistema térmico.

Dispõe-se de uma amostra contendo valores impostos à entrada u da planta, valor relacionado à tensão aplicada nesta, Fig. (5a), e a respectiva resposta do sistema, expressa por meio da variação de temperatura ΔT , Fig. (5b). A taxa de amostragem da temperatura da planta é de 1 s.

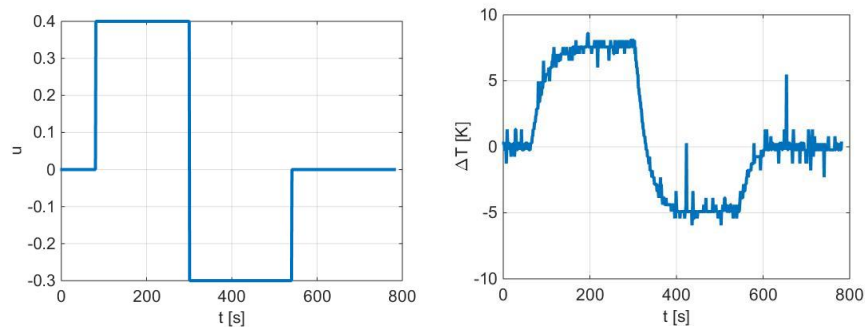


Figura 5: (a) Entrada imposta ao sistema e (b) Saída da planta microcontrolada.

E a partir desta amostra foi possível obter, por meio do toolbox Ident do MATLAB, a função de transferência da planta, Eq. (2).

$$G(s) = \frac{0,5718}{s+0,03112} \quad (2)$$

O erro médio quadrático EM^2 da saída do sistema, obtida a partir do modelo, em relação aos dados experimentais da saída é de 0,3956. A Figura (6a) indica a qualidade do ajuste do modelo matemático à planta. Através de um algoritmo genético e da evolução diferencial, procura-se da mesma forma a obter o modelo matemático.

Após obtido o modelo, o método da seção áurea busca obter o sinal de controle necessário para seguir o sinal de referência dado pela Eq. (3), ilustrado na Fig. (6b).

$$r(t) = -\frac{t^3}{25000} + \frac{t^2}{250} \quad (3)$$

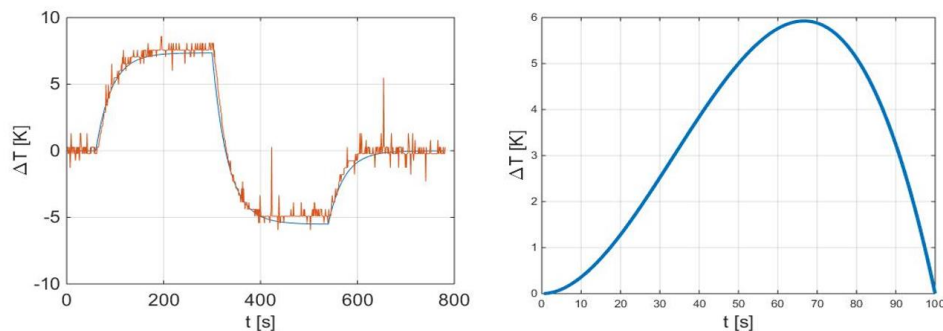


Figura 6: (a) Dados experimentais (em vermelho) e curva de ajuste do modelo aos dados (em azul) e (b) Sinal de referência a partir do qual a variação da temperatura do sistema deve seguir.

4. DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento do trabalho está dividido em: obtenção do modelo matemático via algoritmo genético, obtenção do modelo matemático via evolução diferencial e método da seção áurea na busca pelo sinal de controle do sistema térmico.

4.1. Obtenção do Modelo Matemático Via Algoritmo Genético

O algoritmo genético desenvolvido trabalha com variáveis contínuas, e são utilizados quatro operadores: elitismo, em que uma porcentagem da população - com maior adaptação em relação à função objetivo - possui presença garantida na geração corrente; seleção, através do método de ranking; cruzamento, sendo o valor de cada variável do filho uma combinação linear dos valores assumidos pelos pais; e mutação.

Os valores dos parâmetros utilizados encontram-se na Tab. (1).

Tabela 1: Valores dos Parâmetros Utilizados no Algoritmo Genético.

Parâmetros	Valores
Número Máximo de Gerações	300
Número de Indivíduos	200
Elitismo	0,10
Probabilidade de Cruzamento	0,95
Probabilidade de Mutação	0,02
Limites de Busca	[0,1]
Tolerância Absoluta	1×10^{-5}
Tolerância Relativa	1×10^{-3}

4.2. Obtenção do Modelo Matemático Via Evolução Diferencial

O algoritmo de evolução diferencial utilizado tem como base a obtenção de novos indivíduos da forma:

$$I_n^{k+1} = I_n^k + F(I_m^k - I_p^k) \quad (4)$$

sendo k a iteração corrente. Os valores dos parâmetros utilizados encontram-se na Tab. (2).

Tabela 2: Valores dos Parâmetros Utilizados na Evolução Diferencial.

Parâmetros	Valores
Número Máximo de Iterações	300
Número de Indivíduos	200
Probabilidade de Ocorrência da Soma Vetorial	0,95
Fator de Perturbação F	0,4
Limites de Busca	[0,1]
Tolerância Absoluta	1×10^{-5}
Tolerância Relativa	1×10^{-3}

4.3. Método da Seção Áurea na Busca pelo Sinal de Controle do Sistema Térmico

Para a construção do algoritmo em questão, os seguintes parâmetros e considerações foram adotados:

Tabela 3: Parâmetros e Considerações do Algoritmo.

Parâmetros e Considerações	Valores/Imposições
Tolerância	0,01
Intervalo de Busca de u	$[-0,5; 0,5]$
Período de Amostragem Δt	1 s
Estimação de u^*	Média entre os extremos do intervalo resultante

Ressalta-se que a estimação de u^* foi dada pela média entre os extremos do intervalo de busca resultante devido ao menor custo computacional em relação a outros métodos como interpolação polinomial cúbica, fato desejável devido à melhor adaptação do método caso seja necessário que o algoritmo seja executado em um microcontrolador.

5. RESULTADOS

Os resultados são apresentados em três subseções, uma referente ao algoritmo genético, em seguida referente à evolução diferencial e em sequência trata-se dos resultados obtidos através do método da seção áurea.

5.1. Algoritmo Genético

Admitindo que o modelo, assim como o obtido pelo toolbox Ident, tenha a forma descrita pela Eq. (5):

$$G(s) = \frac{a}{s+b} \quad (5)$$

Os valores de a , b , erro médio quadrático EM^2 , e o número de gerações $nGer$ em cada replicação do algoritmo genético projetado encontram-se na Tab. (4). A média de EM^2 nas 5 replicações foi de $0,6483 K^2$ e desvio padrão de $0,2546 K^2$.

Tabela 4: Resultados do Algoritmo Genético.

Replicação	a	b	$EM^2 [K^2]$	$nGer$
1	0,9321	0,0542	0,9726	62
2	0,4164	0,0336	0,4164	68
3	0,7581	0,0428	0,6215	139
4	0,5674	0,0308	0,3947	36
5	0,8691	0,0498	0,8362	81

Verifica-se que na replicação 4 o EM^2 relacionado ao modelo estimado é inferior ao obtido pelo Ident, sugerindo a capacidade do algoritmo genético de resolver o problema em questão. A Figura (7a) é o gráfico do erro médio quadrático do indivíduo mais bem adaptado em função da geração e a Fig. (7b) indica a qualidade do ajuste do modelo matemático à planta.

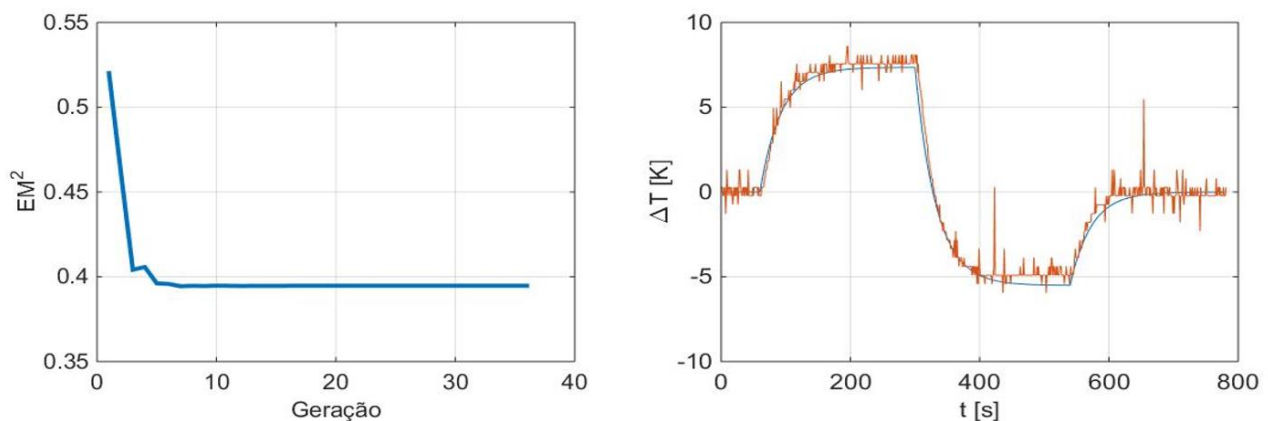


Figura 7: (a) EM^2 em função da geração e (b) Dados experimentais (em vermelho) e resposta do modelo (em azul).

5.2. Evolução Diferencial

Admitindo o modelo também com a forma da Eq. (5), os valores de a , b , EM^2 e o número de iterações $nIter$ em cada replicação do algoritmo de evolução diferencial encontram-se na Tab. (5). A média de EM^2 nas 5 replicações foi de 0,3975 e desvio padrão de 0,0068.

Tabela 5: Resultados da Evolução Diferencial.

Replicação	a	b	$EM^2 [K^2]$	$nIter$
1	0,5622	0,0305	0,3944	116
2	0,5676	0,0317	0,4096	21
3	0,5616	0,0304	0,3945	71
4	0,5608	0,0304	0,3944	85
5	0,5619	0,0305	0,3944	93

Em todas as replicações, exceto a segunda, a evolução diferencial obtém menor erro médio quadrático em relação ao obtido pelo Ident e pelo algoritmo genético. A Figura (8a) é o gráfico do erro médio quadrático do indivíduo mais bem adaptado em função da iteração e a Fig. (8b) indica a qualidade do ajuste do modelo matemático à planta.

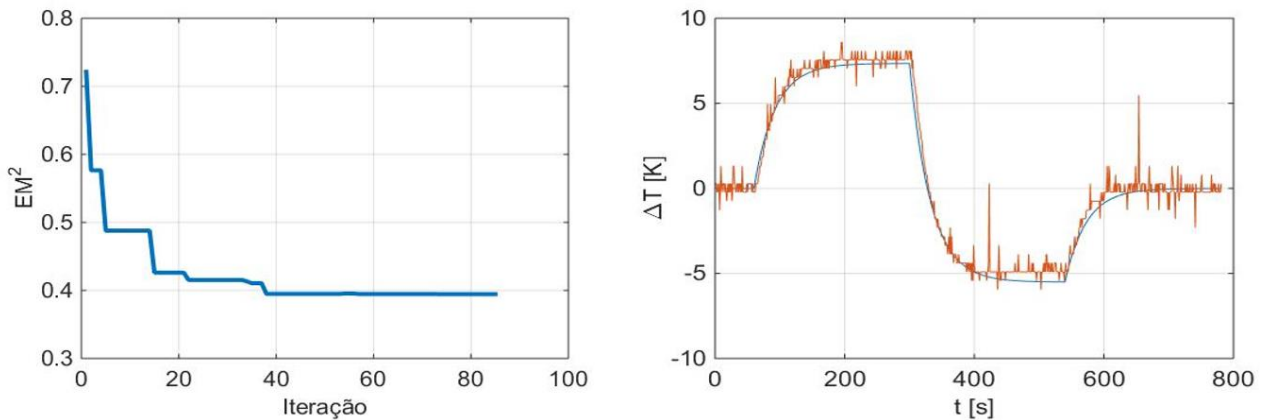


Figura 8: (a) EM^2 em função da iteração e (b) Dados experimentais (em vermelho) e resposta do modelo (em azul).

5.3. Método da Seção Áurea

Dado o sinal de referência indicado pela Eq. (3), através da utilização do método da seção áurea obtém-se o sinal de controle $u(t)$ aplicado à planta, Fig. (9).

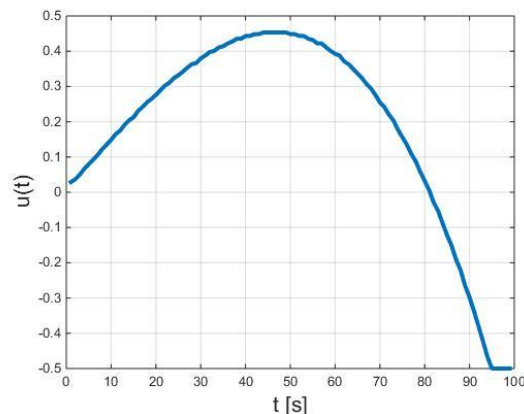


Figura 9: Sinal de controle $u(t)$ aplicado à planta.

O sinal de erro $e(t)$, bem como a resposta do sistema comparada ao sinal de referência são dados respectivamente pelas Figs. (10a e 10b).

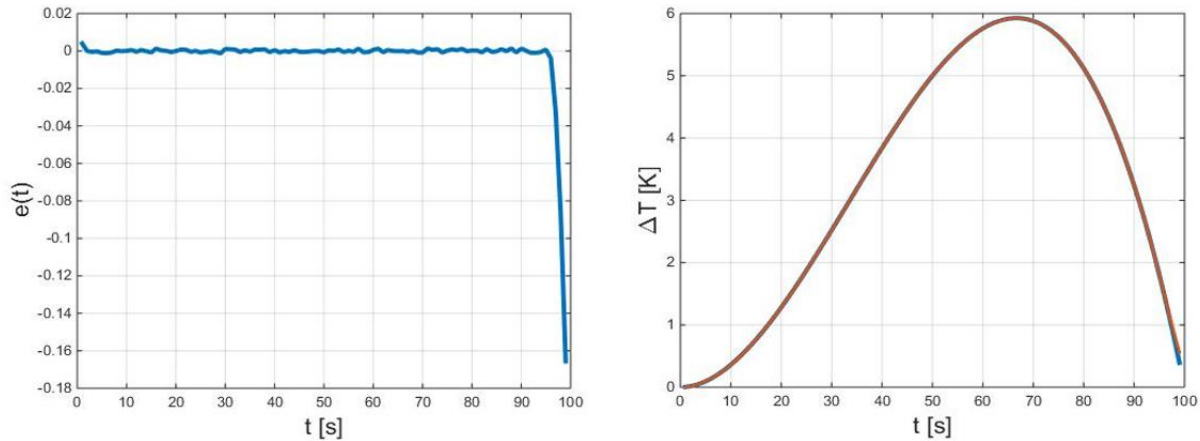


Figura 10: (a) Sinal de erro $e(t)$ da malha de controle e (b) Resposta do sistema (em vermelho) comparada ao sinal de referência (em azul).

6. CONCLUSÕES

O algoritmo genético e evolução diferencial obtêm resultados melhores que o obtido pelo toolbox Ident do MATLAB, sobretudo o algoritmo de evolução diferencial, por atingir níveis de erro médio quadrático inferiores ao outro algoritmo para o problema proposto.

O método da seção áurea obteve o sinal de controle requerido para fazer com que o sistema seguisse de forma satisfatória o sinal de referência, no caso um polinômio de terceiro grau, tendo apenas certo desvio no fim do tempo de simulação devido à limitação do hardware, cujo limite inferior do sinal de controle é de -0,5.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq, CAPES e FAPEMIG o suporte financeiro e também agradecem à FEMEC e ao MAPL – Manufacturing Automated Planning Lab – o suporte técnico e científico.

8. REFERÊNCIAS

- Cezaro, A. “Problemas Inversos: Uma Introdução”. Universidade Federal do Rio Grande, 2008, 165 p.
- Haupt, R. L. and Haupt, S. E. “Practical Genetic Algorithms”. 2. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2004, 272 p.
- Mór, F. “Uma Abordagem Paralela da Evolução Diferencial em GPU”. 15 de setembro de 2016. <<http://pt.slideshare.net/TTYMan1/uma-abordagem-paralela-da-evolucao-diferencial-em-gpu>>.
- Ramm, A. G., Gutman, S. “Optimization Methods in Direct and Inverse Scattering”, 2005, 60 p.
- Stryk, O. V., Bulirsch, R. “Direct and Indirect Methods for Trajectory Optimization”. Annals of Operations Research, 1992, pp. 357-373.
- Universidade estadual de maringá. “Controle Autônomo de um Robô Móvel”. 5 de setembro de 2016. <<http://www.din.uem.br/ia/control/ex4.html>>.
- Vanderplaats, G. N. “Numerical Optimization Techniques for Engineering Design”. Ed. McGraw-Hill, New York, 1984, 394 p.

9. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído neste trabalho.