

INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE REYNOLDS EM UM CILINDRO FIXO COM ROTAÇÃO

Túlio Alves Rodrigues, Universidade Federal de Uberlândia, tulio.rodrigues@ufu.br

Fabrizio Soares Bezerra, Universidade Federal de Uberlândia, fabrizio.bezerra@ufu.br

Elie Luis Martínez Padilla, Universidade Federal de Uberlândia, epadilla@ufu.br

Resumo: Neste trabalho é apresentado a validação do método de diferenças finitas em um escoamento incompressível sobre um cilindro circular fixo com rotação, para número de Reynolds 60 e 100. Utilizou-se para modelagem do cilindro o método da fronteira imersa. Os valores médios dos coeficientes de arrasto e sustentação são comparados com resultados de outros trabalhos presentes na literatura.

Palavras-chave: Fronteira Imersa, Método de Diferenças Finitas, Escoamento sobre cilindro, Cilindro com rotação.

1. INTRODUÇÃO

Escoamentos em torno de corpos sólidos são objeto de inúmeros estudos teóricos, numéricos e experimentais devido a grande frequência em que estes podem ser encontrados na natureza e em aplicações tecnológicas. Quando uma estrutura está em contato com um escoamento, a mesma encontra-se submetida a uma pressão fluidodinâmica, à qual pode deformar ou iniciar seu movimento. Na medida em que ocorre movimentação e deformação, há alteração nos campos de pressão e velocidade do escoamento alterando, assim, as forças que incidem na estrutura. Este tipo de interação é denominado interação fluido-estrutura (IFE) (Nascimento, 2016).

Dentro desse tipo de interação, tem-se o fenômeno de vibração induzida por vórtices (VIV) de uma estrutura, que consiste na interação de estruturas com o escoamento de fluidos externos a mesma. Este é objeto de pesquisa em várias áreas de engenharia, como por exemplo, aeroespacial, civil e de petróleo. Para engenharia aeroespacial é de suma importância evitar que as asas das aeronaves submetidas a flutter alcancem grandes amplitudes, levando a falha dessas estruturas. Na engenharia civil, pode resultar na vibração de pontes e chaminés, graças à interações com o vento. Na indústria de petróleo, pode ser aplicada à risers, que graças às correntes oceânicas podem levar os oleodutos a falha (Chern et al., 2014).

Devido à complexidade do fenômeno, por muito tempo utilizaram-se experimentos controlados em túneis de vento e testes de campo. Nas últimas décadas, o uso da simulação numérica vem se intensificando bastante nesse campo de estudo (Nascimento, 2014), logo é de grande importância ter-se ferramentas numéricas adequadas e bem implementadas, já que experimentos demandam grandes investimentos e tempo.

O estudo do desprendimento de vórtices de um cilindro, submetido a escoamentos, foi objeto de vários estudos de engenharia, devido a sua grande importância. Dentro desses estudos, são abordadas algumas configurações principais para estudo, que são: cilindros fixos, cilindros ancorados por sistemas mola-amortecedor (com um ou dois graus de liberdade), cilindros fixos com rotação e o que é um pouco menos comum de ser abordado e encontrado na literatura, cilindros com rotação submetidos a vibração. A velocidade de rotação do cilindro apresenta grande importância na esteira formada do mesmo, devido ao escoamento. Entendendo bem como a mesma influencia o escoamento ao redor do cilindro, pode-se alterar as estruturas formadas e até mesmo inibir a formação das mesmas.

Esse estudo combina a metodologia de Fronteira Imersa, que basicamente utiliza uma malha euleriana fixa em todo o domínio, acoplada a uma malha lagrangeana, que representa a interface imersa e método de multi forçagem, com o objetivo de estudar o escoamento sobre um cilindro fixo, submetido a diferentes taxas de rotação (α), variando de $0,5 \leq \alpha \leq 2,5$, para números de Reynolds 60 e 100.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

As simulações realizadas nesse trabalho, utilizam o método de Fronteira Imersa (*Immersed Boundary Method*) proposto por Peskin (1977). O método consiste em representar um corpo por meio de campo de forças que, de alguma forma, é inserido às equações do fluido, fazendo assim com que o corpo seja modelado indiretamente. Nessa metodologia, utiliza-se em conjunto uma formulação euleriana e lagrangiana, sendo a euleriana (fixa) responsável por descrever o escoamento e a lagrangiana (podendo ou não ser fixa) por descrever o corpo imerso. Essas duas formulações são acopladas por meio de um campo de força obtido nos pontos lagrangianos e, então, distribuídos sobre os pontos eulerianos na vizinhança (Rosa and Lima, 2011). Na Figura (1) pode-se ver ambas as malhas, para um domínio 2D com uma interface arbitrária, onde $\vec{x}$ representa o vetor posição para a malha euleriana e $\vec{x}_k$ representa o vetor posição para a malha lagrangiana.

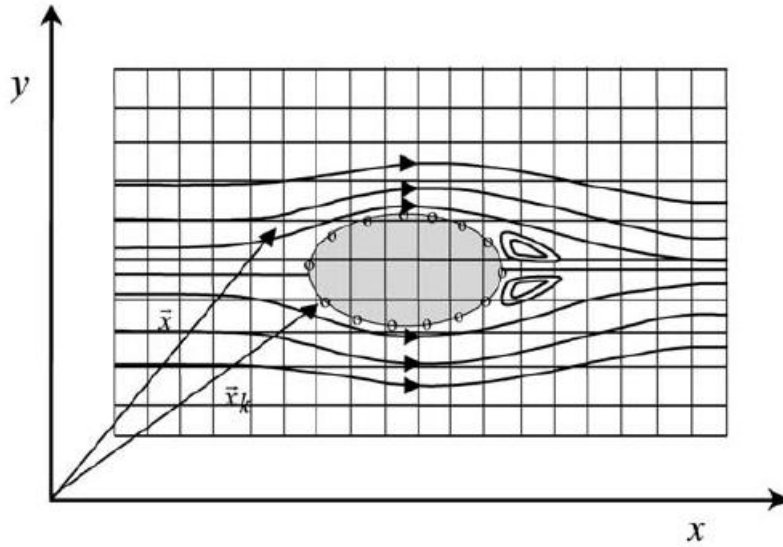


Figura 1: Ilustração das malhas eulerianas e lagrangianas (Lima E Silva et al., 2003).

2.1. Formulação Matemática para o Fluido

As equações de Navier-Stokes são resolvidas em todo domínio de cálculo. Estas equações podem ser escritas na forma tensorial para escoamentos isotérmicos e incompressíveis, como:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + f_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \quad (2)$$

onde ρ [kg/m^3] e ν [m^2/s] são a massa específica e viscosidade cinemática, respectivamente; u_i [m/s] é a i -ésima componente da velocidade, p [N/m^2] é a pressão e f_i [N/m^3] é a i -ésima componente da força euleriana, que é calculada pela distribuição das componentes do vetor de forças Lagrangianas $F(x_k)$ [N/m^3], conforme pode-se ver na Eq. (3). Os termos de força eulerianos existem apenas nos pontos eulerianos coincidentes ou próximos à malha lagrangiana, sendo zero para os outros pontos do domínio.

$$f(x) = \sum_k D_{ij}(\vec{x} - \vec{x}_k) F(\vec{x}_k) \Delta S^2(\vec{x}_k), \quad (3)$$

Na Eq. (3), tem-se $\vec{x}$ [m] e $\vec{x}_k$ [m], que representam os vetores posição euleriano e lagrangiano, respectivamente; ΔS [m] é o espaçamento entre os nós discretizados do domínio lagrangiano e D_{ij} [m^{-2}] é a função distribuição /interpolação, proposta por Peskin and McQueen (1994):

$$D_{ij}(x_k) = \frac{f[(x_k - x_i)/h] f[(y_k - y_i)/h]}{h^2}, \quad (4)$$

$$f(x) = \begin{cases} f_1(r) & \text{se } \|r\| \leq 1 \\ 1/2 - f_1(2 - \|r\|) & \text{se } 1 < \|r\| \leq 2 \\ 0 & \text{se } \|r\| > 2 \end{cases} \quad (5)$$

onde $f_1(r) = \left(3 - 2\|r\| + \sqrt{1 + 4\|r\| - 4\|r\|^2} \right) / 8$ e r é o raio de influência da função distribuição, podendo ser calculado de duas formas $(x_k - x_i)/h$ e $(y_k - y_i)/h$, dependendo da direção para qual a propriedade é distribuída. h é o tamanho da malha euleriana e (x_i, y_i) corresponde às coordenadas eulerianas do ponto.

2.2. Cálculo da Força Lagrangiana

Dentro da metodologia da fronteira imersa, é necessário descrever o modelo de cálculo da força lagrangiana $\vec{F}(\vec{x}_k, t)$. O presente trabalho utiliza o método de imposição direta da força (*Direct Forcing - DF*).

Primeiro, determina-se o campo de força euleriano, isolando f_i na Eq. (1), obtendo-se:

$$f_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (6)$$

Como a Eq. (6) foi desenvolvida a partir da hipótese do contínuo e o domínio lagrangiano está contido no euleriano, esta pode ser reescrita conforme a Eq. (7)

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{\partial U_i}{\partial t} + \underbrace{-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} - \left[\frac{\partial U_i U_j}{\partial X_j} \right] + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \right]}_{\text{RHS}} \quad (7)$$

onde as variáveis maiúsculas dizem respeito ao domínio lagrangiano. A Eq. (7) representa a segunda lei de Newton aplicada às partículas de fluido que estão localizadas na interface fluido-fluido e fluido-sólido. Discretizando a derivada temporal da Eq. (7) através de um esquema de Euler explícito (Nascimento, 2016), obtêm-se:

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} + RHS_i^n \quad (8)$$

onde Δt é o passo de tempo. Assim, o método DF consiste em somar e subtrair um parâmetro temporário U_i^* no operador discretizado do tempo, ou seja:

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{U_i^{n+1} + U_i^* - U_i^n}{\Delta t} + RHS_i^n, \quad (9)$$

sendo U_i^* a velocidade estimada. Decompondo a Eq. (9) em duas no mesmo passo de tempo, obtêm-se:

$$\frac{U_i^* - U_i^n}{\Delta t} + RHS_i^n = 0, \quad (10)$$

$$F_i(\vec{X}, t) = \frac{U_i^{n+1} - U_i^*}{\Delta t} + RHS_i^n = 0. \quad (11)$$

A Eq. (10) é definida para os domínios lagrangiano e euleriano. Assim, pode-se obter o parâmetro temporário u_i^* resolvendo-se a Eq. (12), como segue:

$$\frac{u_i^* - u_i^n}{\Delta t} + rhs_i^n = 0, \quad (12)$$

Conhecendo-se esse parâmetro temporário, e posteriormente obtendo-se o termo fonte f_i , faz-se a correção do campo u_i^* , ou seja, o campo de velocidade euleriano recebe a informação do campo de força:

$$u_i^{n+1} = u_i^* + \Delta t f_i, \quad (13)$$

A Eq. (11) requer o cálculo de U_i^* , o que vem do processo de transferência de informação do domínio euleriano para o domínio lagrangiano. Para isso é utilizada a função de interpolação, dada por:

$$U_i^* = \sum_k u_i^* D_{ij}(\vec{x} - \vec{X}_k) F(\vec{x}_k) h^2. \quad (14)$$

A função interpolação é uma função que realiza o processo oposto ao de distribuição, ou seja, transfere informação dos pontos eulerianos vizinhos para um ponto lagrangiano. Essa transferência é ponderada pela distância entre os pontos, $(\vec{x} - \vec{X}_k)$, através da função D_{ij} , já mencionada.

3. MODELAGEM NUMÉRICA

As equações de momentum e continuidade são resolvidas utilizando método de diferenças finitas, por meio do método de passo fracionado, baseado no conceito de correção de pressão. Utilizando os campos iniciais de velocidade, pressão e força, obtêm-se um campo de velocidade estimado. Esses campos estimados são utilizados para calcular a correção de pressão, resolvendo-se um sistema linear (Rosa and Lima, 2011). A equação de Poisson permite o acoplamento entre as Eqs. (1) e (2). Essa equação também retorna os valores de pressão, que permite que as componentes de velocidade obtidas pela solução das equações de Navier-Stokes satisfaçam a conservação de massa. A discretização temporal foi feita utilizando o método de Runge-Kutta de segunda ordem.

Uma estimativa da velocidade é calculada, como segue:

$$\frac{\tilde{u}_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \underbrace{-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} - \left[\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} \right]^n + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]^n}_{\text{RHS}} + f_i^n = \text{RHS} + f_i^n, \quad (15)$$

$\tilde{u}_i$ [m/s] é a componente estimada da velocidade, Δt [s] é o passo de tempo computacional e n é o índice do subpasso. A equação de Poisson para correção de pressão, p'^{n+1} , com o termo fonte, obtido pelo divergente da velocidade estimada, é obtido por:

$$\nabla^2 p'^{n+1} = \rho \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{u}^{n+1}}{\Delta t}, \quad (16)$$

O campo de velocidade é atualizado resolvendo-se a seguinte equação:

$$u_i^{n+1} = \tilde{u}_i^{n+1} - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial p'^{n+1}}{\partial x_i}. \quad (17)$$

O campo de pressão anterior, p^n , e a correção de pressão, p'^{n+1} , são utilizados para calcular o valor atualizado do campo de pressão, seguindo a seguinte equação:

$$p^{n+1} = p^n + p'^{n+1}. \quad (18)$$

4. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Para o presente trabalho, utilizou-se as seguintes dimensões: cilindro de diâmetro D , com centro localizado a uma distância de $15D$ do começo do domínio e $12,5D$ de altura. As dimensões do domínio computacional são de $45D$ de largura e $25D$ de altura, conforme visto na Fig. (2).

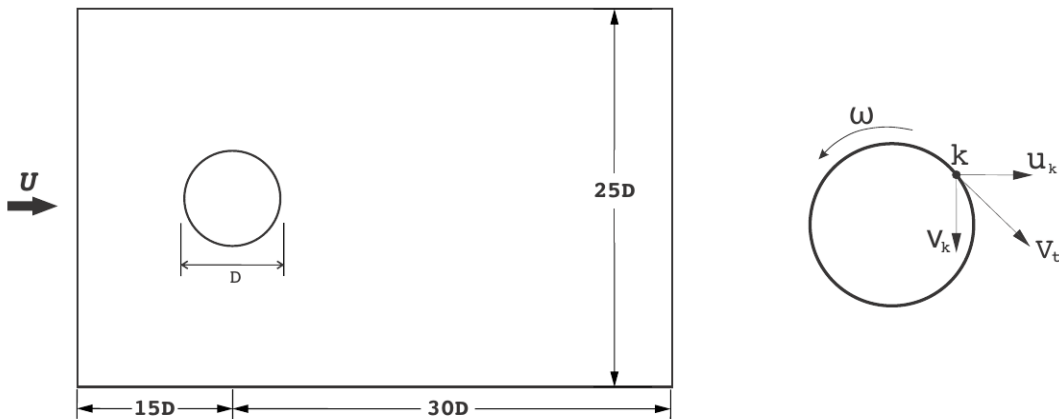


Figura 2: Esquema de descrição do problema físico.

Pode-se observar também na Fig. (2) uma velocidade V_t imposta sobre cada ponto lagrangiano k , definida por $V_t = \omega D/2$, onde ω é obtido por meio da taxa de rotação α , definida por:

$$\alpha = \frac{\omega D}{2U}, \quad (19)$$

onde ω [rad/s] representa a velocidade angular, D o diâmetro do cilindro e U representa a velocidade imposta do escoamento.

As condições de contorno na entrada do domínio para velocidade foram: $u = U$ e $v = 0$ e pressão $p = 0$; na saída para velocidade $\partial u / \partial t + u \partial u / \partial x = 0$ e para Neuman para pressão; para as partes superiores e inferiores do domínio: para as velocidades $\partial u / \partial x = 0$ e para pressão $p = 0$.

5. RESULTADOS

Nessa seção, os resultados são apresentados, partindo de um estudo de independência de malha, à avaliação da interferência do número de Reynolds (Re) do escoamento sobre os coeficientes de arrasto (CD) e sustentação (CL).

Foi realizado o refinamento da malha, ou seja, alterando o valor de n_x que representa a quantidade de pontos na direção x , partindo da configuração de $n_x = 250$ à $n_x = 450$, com $Re = 100$ e taxa de rotação $\alpha = 0,5$, conforme visto na Tab. (1). Pode-se perceber que a partir de $n_x = 350$, o $\overline{CD}$ se estabiliza, levando a configuração com $n_x = 400$ a ser escolhida para todas as simulações presentes nesse trabalho.

Tabela 1: Coeficientes médios de arrasto $\overline{CD}$ e de sustentação $\overline{CL}$ para diferentes malhas.

malha	$\overline{CD}$	$\overline{CL}$
$n_x = 250$	1,5023	-2,0367
$n_x = 300$	1,1398	-1,1476
$n_x = 350$	1,3427	-1,5277
$n_x = 400$	1,3488	-1,3345
$n_x = 450$	1,3427	-1,4064
(Kang,1999)	1,27	-1,149
(Rosa,2011)	1,267	-1,171

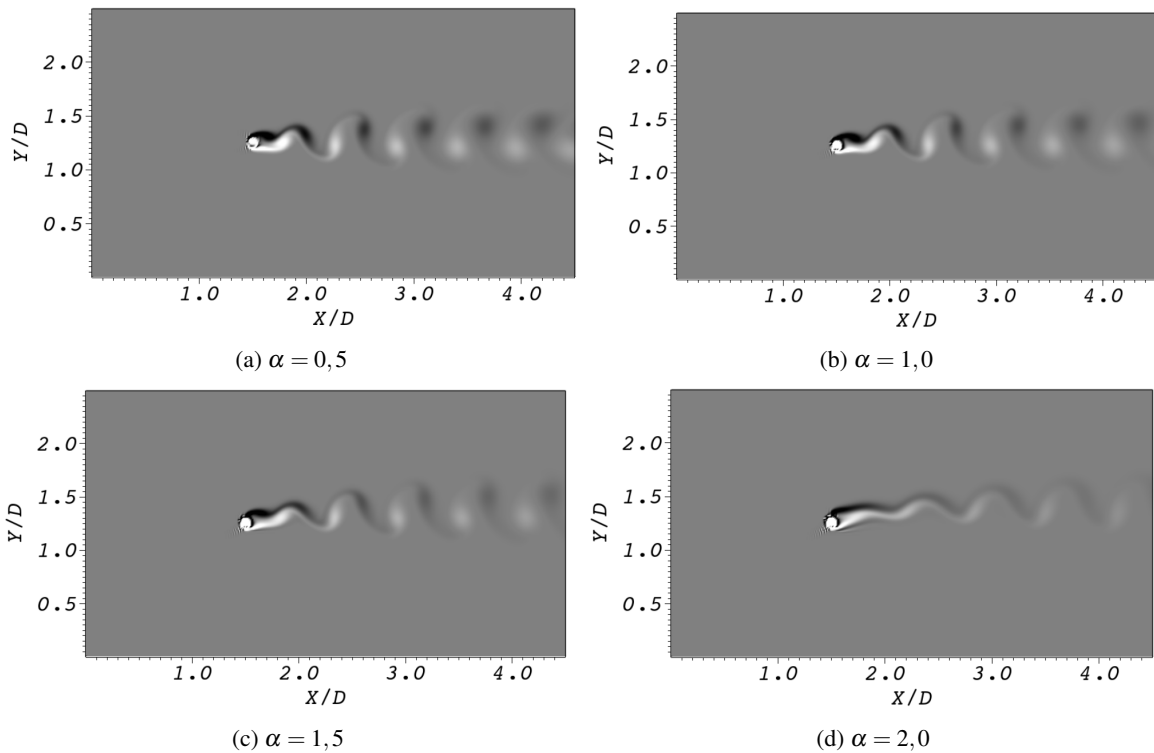


Figura 3: Campos de vorticidade para $0,5 \leq \alpha \leq 2$.

Foram realizadas simulações para $Re = 60$ e $Re = 100$. O passo de tempo utilizado foi $\Delta t = 10^{-4}$. Foi utilizada a malha com 400×222 pontos em x e y , respectivamente. No começo da simulação, a geometria não está bem definida,

portanto, optou-se por adicionar rotação após $t = 1[s]$, permitindo assim que o fluido delimite bem a superfície do cilindro (Rosa and Lima, 2011).

Conforme a Fig.(3), que representa campos instantâneos de vorticidade, para $0,5 \leq \alpha \leq 2$, pode-se fazer uma análise qualitativa da interferência do parâmetro α sobre a esteira formada após o cilindro. Percebe-se que na medida que a rotação aumenta, uma assimetria é formada na esteira, que devido ao sentido anti-horário de rotação, tende a se deslocar para cima. Além da assimetria mencionada, pode-se perceber que com o aumento da rotação, os vórtices tendem a se formar mais longe do cilindro e com amplitude menor, tendendo a uma esteira lisa, conforme outros trabalhos presentes na literatura (Rosa and Lima, 2011) (Kang et al., 1999).

Na Fig.(4), tem-se uma comparação quantitativa de como as simulações realizadas nesse trabalho se comportam em relação à literatura. Percebe-se na Fig.(4a) que para $Re = 100$ e $\alpha \leq 1,5$, as médias do coeficiente de arrasto se aproximam bem dos resultados de Kang et al. (1999), porém se afastam para $\alpha > 2,0$. Na Fig.(4b) pode-se perceber um adiantamento nesse comportamento para as médias do coeficiente de sustentação, ocorrendo para $\alpha > 1,5$. Outra análise que a Fig.(4) permite fazer de forma geral é que para $Re = 60$, os resultados tendem a ter um comportamento mais próximo da referência.

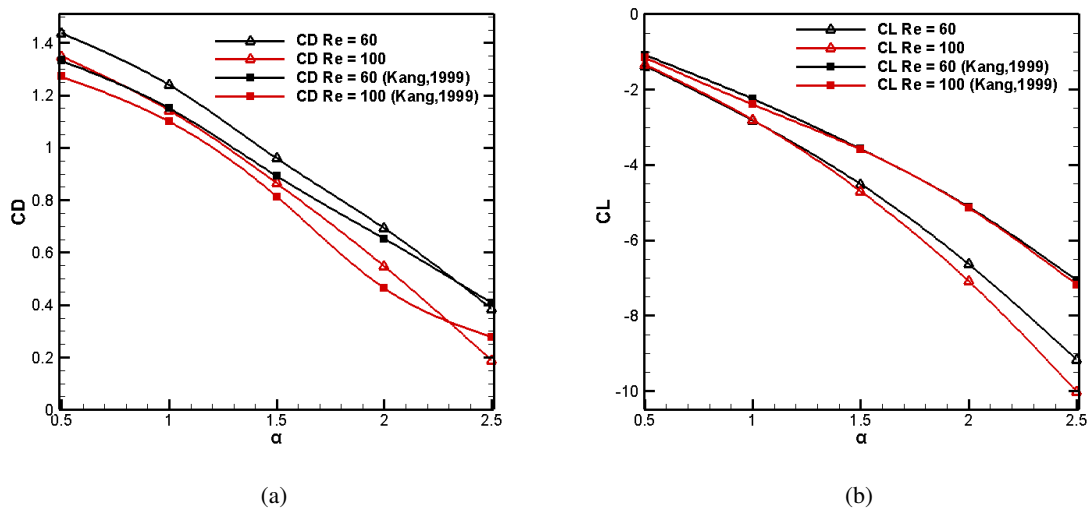


Figura 4: Comparação entre os coeficientes de arrasto (a) e sustentação (b) para diferentes α com a literatura.

6. CONCLUSÕES

Com base nos dados apresentados, tem-se que para $n_x = 400$ com baixas taxas de rotação, os resultados apresentam boa concordância com as referências na literatura, para $Re = 100$. Para os próximos estudos, deve-se investigar melhor o motivo desse comportamento, para que os resultados se aproximem também para maiores rotações.

7. AGRADECIMENTOS

Agradeço ao apoio do meu orientador, professor Elie, ao meu colega Fabrizio e ao MFLAB e PETROBRAS que propiciaram o desenvolvimento desse trabalho.

8. REFERÊNCIAS

- Chern, M. J., Kuan, Y. H., Nugroho, G., Lu, G. T., and Horng, T. L. Direct-forcing immersed boundary modeling of vortex-induced vibration of a circular cylinder. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 134:109–121, 2014. ISSN 01676105. doi: 10.1016/j.jweia.2014.08.015. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.jweia.2014.08.015>.
- Kang, S., Choi, H., Lee, S., and Lee, S. Laminar flow past a rotating circular cylinder. 3312(1999), 1999. doi: 10.1063/1.870190.
- Lima E Silva, A. L. F., Silveira-Neto, A., and Damasceno, J. J. R. Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. 189:351–370, 2003. doi: 10.1016/S0021-9991(03)00214-6.
- Nascimento, A. A. *Métodos pseudoespectral de Fourier e fronteira imersa aplicados escoamentos presentes em engenharia de perfuração*. PhD thesis, Universidade Federal de Uberlândia, 2016.
- Peskin, C. S. and McQueen, M. C. A general method for the computer simulation of biological systems interacting with fluids. *Proceedings of the SEB Symposium on Biological Fluid Dynamics*, 1994.

Peskin, S. Numerical Analysis of Blood Flow in the Heart. 1977.

Rosa, A. and Lima, A. M. G. D. Numerical Simulations of Flows over a Rotating Circular Cylinder Using the Immersed Boundary Method. XXXIII(1):99–106, 2011.

9. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído neste trabalho.