

Reconstrução de superfícies tridimensionais utilizando curvas B-Splines com peso e baixo número de pontos de controle

Carlos Eduardo Fanti, Laboratório de Automação e Robótica, carlosfanti@gmail.com

João Carlos Mendes Carvalho, Laboratório de Automação e Robótica, jcmendes@mecanica.ufu.br

Resumo. A metodologia de reconstrução de superfícies a partir de uma nuvem de pontos proposta nesse artigo se baseia na técnica de seções transversais. A partir de cada fatia transversal da nuvem de pontos é realizado o ajuste de uma B-Spline com peso para, posteriormente, fazer a união destas curvas ajustadas obtendo a superfície reconstruída. A nuvem de pontos utilizada para estudo e validação da metodologia é obtida pelo digitalizador 3D. Os métodos desenvolvidos para a reconstrução da superfície a partir desta nuvem de pontos são: método de redução de pontos pelo cálculo de centros de massa para uma redução expressiva da quantidade de pontos lidos pelo digitalizador 3D; o cálculo do número ótimo de pontos de controle através de uma análise multi-objetivo; a determinação do melhor ponto para início da curva; a determinação dos vetores tangentes para fechamento das curvas com continuidade e a análise de pesos por meio de raios da circunferência formada por três centros de massa consecutivos. A partir desses dados é possível ajustar a curva B-Spline com peso para cada cota da nuvem de pontos. Utilizando os pontos de controle e os vetores de nós calculados, os pontos da superfície são obtidos para a reconstrução da superfície.

Palavras chave: Reconstrução de superfície, B-Spline, B-Spline com peso, Nuvem de pontos

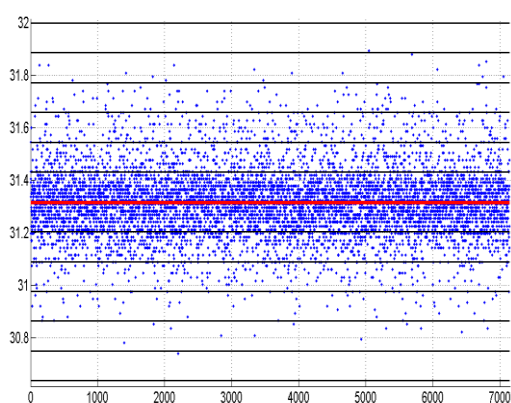
1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por finalidade resumir o projeto de mestrado que propõe uma metodologia de reconstrução de uma superfície 3D a partir de uma nuvem de pontos obtida pelo digitalizador de superfícies tridimensionais do Laboratório de Automação e Robótica (Díaz, 2011). A metodologia se baseia na reconstrução de uma superfície tridimensional a partir de uma nuvem de pontos desorganizada (Curless, 1997), (Mencl, 2001). Onde é aplicado a técnica de seções transversais para dividir a nuvem em seções que serão ajustadas e por fim calculado os pontos da superfície (Kels e Dyn, 2011). A metodologia é explicada passo-a-passo desde a obtenção da nuvem até a superfície renderizada.

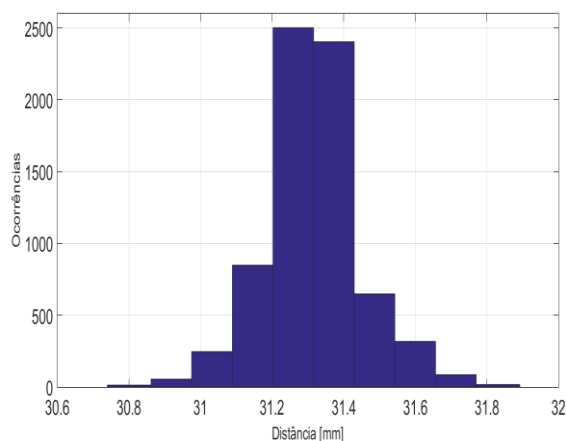
2. GERAÇÃO DA NUVEM DE PONTOS

Como ainda não é possível a obtenção de uma nuvem de pontos de uma superfície 3D utilizando o digitalizador, foi necessário gerar uma nuvem de pontos que apresente as mesmas características do digitalizador. Para determinar essa característica de leitura, foi realizado a leitura de um segmento reto de uma superfície plana, Fig. (1a).

Para realizar a análise destes pontos, foi utilizado o conceito de rugosidade R_a , que calcula a média das amplitudes de picos e vales da distribuição dos pontos. Com essa rugosidade foi contabilizada a quantidade de pontos para cada intervalo de R_a , Fig. (1b), e a densidade superficial de pontos para cada faixa de intervalo de $\pm n \cdot R_a$, com $n=1$ a 5.



(a)



(b)

Figura 1. (a) Dispersão de pontos; (b) Histograma com faixas distantes de R_a

Com os valores de densidade foi gerada uma nuvem de pontos em torno de um conjunto de pontos que representa um objeto a ser reconstruído. Para isso foi utilizado um gerador randômico para agregar aleatoriedade a nuvem de pontos. Sendo um exemplo da aplicação apresentado na Fig. (2).

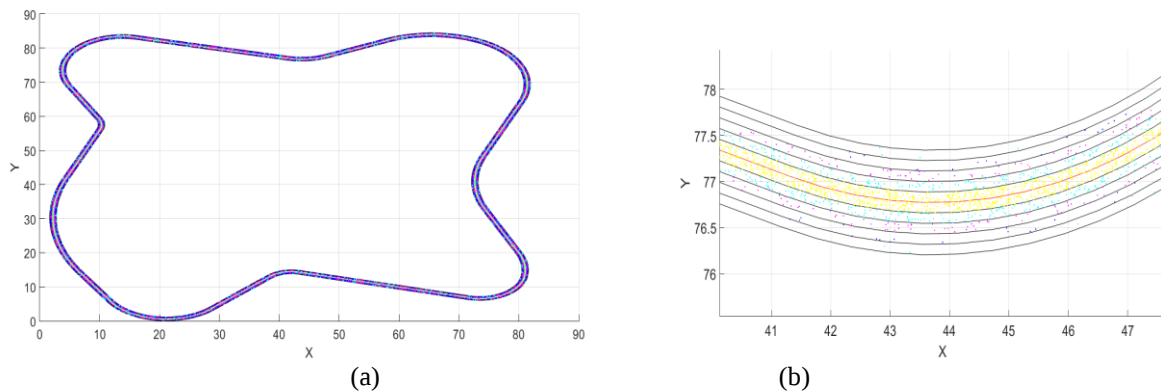


Figura 2. Nuvem de pontos gerada em função da densidade obtida no digitalizador. a) Representação da seção de um objeto por meio de uma nuvem de pontos; b) detalhe de uma região da nuvem de pontos.

3. SELEÇÃO DAS SEÇÕES

A primeira etapa da metodologia tem como função a separação dos pontos pertencentes a cada seção transversal. Utilizando o valor da sensibilidade R_a calculada no item anterior, a altura total da nuvem de pontos é dividida em seções com largura menor ou igual a R_a , Eq. (1).

$$n_{seções} = \frac{\max(Z) - \min(Z)}{R_a}$$

$$n_{seções} = \begin{cases} \text{inteiro}(n_{seções}) & , \text{ se } n_{seções} \text{ é inteiro} \\ \text{inteiro}(n_{seções}) + 1 & , \text{ se não} \end{cases} \quad (1)$$

4. MÉTODO DE REDUÇÃO DE PONTOS

As nuvens de pontos apresentam uma grande quantidade de pontos, sendo portanto, inviável utilizar todos os pontos para aproximar as curvas das seções e consequentemente a superfície. Para contornar este problema é necessário fazer uma redução da quantidade de pontos. O método se baseia na definição de micro-regiões retangulares em função da sensibilidade R_a para todas as seções. Para cada micro-região é calculado seu centro de massa (CM), considerando cada ponto da nuvem com massa unitária.

Dentre estes conjuntos de centros de massas é necessário ainda a seleção dos CM com maior chance de pertencerem ao conjunto ideal de pontos para realizar o ajuste. Para a seleção dos centros de massa mais prováveis é utilizado o procedimento do produto entre a distância entre eles e a densidade de pontos em cada região (Aquino, 2009, Aquino et al., 2009).

Primeiramente seleciona o CM da micro-região com maior densidade de pontos. Por seguinte avalia o produto da distância entre o centro de massa de referência e os centros de massa vizinhos pela quantidade de pontos na sua micro-região. A micro-região que apresentar o maior valor do produto será o CM selecionado e utilizado como nova referência. Os demais CM são retirados do conjunto para não serem selecionados nas próximas iterações. O processo é repetido até que não reste mais CM a serem avaliados.

5. PRÉ-CÁLCULO PARA O AJUSTE DE CURVA

Antes da aplicação do ajuste para os pontos selecionados no método de redução de pontos aplicado a cada seção é necessário determinar a quantidade de pontos de controle que serão utilizados para realizar a aproximação, o ponto de início para o conjunto de pontos, e a determinação do vetor tangente do ponto de início para que seja realizado o fechamento da curva com continuidade C^{p-1} e o cálculo do peso a ser aplicado a cada ponto ajustado.

5.1. Determinação do número de pontos de controle

A determinação do número de pontos de controle (npc) é realizado com a análise multi-objetiva considerando três objetivos relevantes para o projeto: Erro de ajuste de curva, número de pontos de controle e tempo de cálculo para

realização do ajuste. Todos os objetivos são estimados para todos os números de pontos de controles possíveis para o conjunto de pontos, ou seja, $p + 1 \leq npc \leq n$, onde p é o grau da curva e n o número de pontos ajustados, (Fanti, Carvalho, 2015).

5.2. Ponto de início do conjunto de pontos

Para determinar onde é o melhor início da curva, é verificado quais os três pontos consecutivos mais alinhados. Para isso é calculado o ângulo formado a cada três pontos consecutivos. Os pontos que estão mais alinhados definem o início da curva.

5.3. Cálculo do vetor tangente para fechamento de curva

Uma vez definido o ponto de início, o vetor tangente unitário é obtido pela soma dos vetores $\overrightarrow{QnQ1}$ e $\overrightarrow{Q1Q2}$, e dividido pela magnitude do resultado.

5.4. Cálculo do peso aplicado aos pontos ajustados

De acordo com Pereira (2014), para a determinação dos pesos é realizado o cálculo do raio da circunferência formada para cada três pontos consecutivos. Com os valores calculados é então estimado a média $\bar{r}$ e o desvio padrão s para assim definir o raio máximo como sendo, Eq. (2).

$$r_{max} = \bar{r} + s \quad (2)$$

Os raios que são superiores ao raio máximo são modificados para o valor máximo. A partir dos valores dos raios, o peso para cada ponto utilizando a Eq. (3):

$$w_i = \frac{r_{max}}{r_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

6. AJUSTE DE CURVA B-SPLINE COM PESO PARA AS SEÇÕES

O algoritmo utilizado para ajustar a curva *B-Spline* com peso utiliza a técnica dos mínimos quadrados (Piegl e Tiller, 1997), (Ferreira, 2011) e (Pereira, 2014). Neste algoritmo é possível definir a quantidade de pontos de controle, o método de escolha dos nós, quais os pontos que devem ser aproximados e quais devem ser interpolados e ainda definir a derivada nos pontos. Como dito anteriormente, para que a curva seja contínua em sua totalidade, foram utilizadas as derivadas nos pontos inicial e final bem como a interpolação destes, já para os demais pontos não foram feitas restrições, apenas o peso aplicado a cada ponto.

7. CÁLCULO DOS PONTOS DA SUPERFÍCIE TRIDIMENSIONAL

Sendo conhecidas as curvas das seções transversais do objeto, pode-se construir a superfície para posterior renderização. A primeira maneira de se calcular os pontos da superfície é utilizando a equação de superfícies *B-Splines* não-rationais, Eq. (4).

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j} \quad (4)$$

Onde os pontos de controles calculados para cada cota, correspondente à cada seção transversal, são então utilizados como uma rede de pontos de controle para a determinação de cada ponto na superfície, Fig. (3).

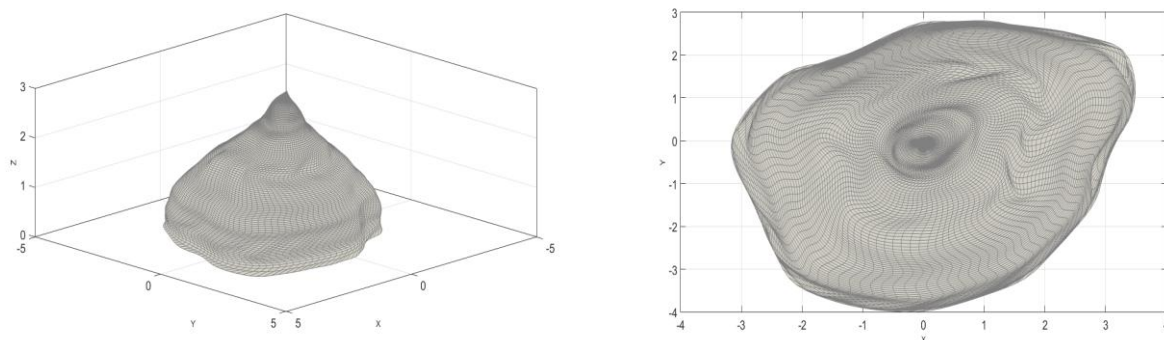


Figura 3. Superfície calculada através da equação de superfícies *B-Spline*

Porém, pode ser notado um efeito de torção na superfície. Isto acontece porque as curvas ajustadas para cada cota não iniciam em pontos alinhados.

Outro problema deste método é o tempo elevado para cálculo dos pontos da superfície. Para a superfície da Fig. (3) foram gastos 153,03 segundos.

Os próximos métodos tentam reduzir o tempo gasto e também melhorar o efeito de torção. Eles se baseiam em selecionar conjuntos de pontos contendo um ponto de cada cota de forma a permitir efetuar a interpolação para obter as curvas transversais. Assim, essas curvas passam sobre cada cota e permite também a criação de cotas para os espaços vazios entre as cotas interpoladas. A seleção dos pontos não segue a mesma sequência dos pontos calculados no ajuste, pois as cotas possuem tamanhos diferentes e origens diferentes, o que causa o efeito de torção na superfície gerada.

O primeiro método se baseia na seleção dos pontos em função da menor distância entre pontos de cotas vizinhas. O método aplica essa definição para a seleção de um ponto de cada cota analisando a menor distância entre pontos, assim definindo os pontos iniciais de cada cota. Os demais pontos seguem a ordem de acordo com a referência selecionada, Fig. (4).

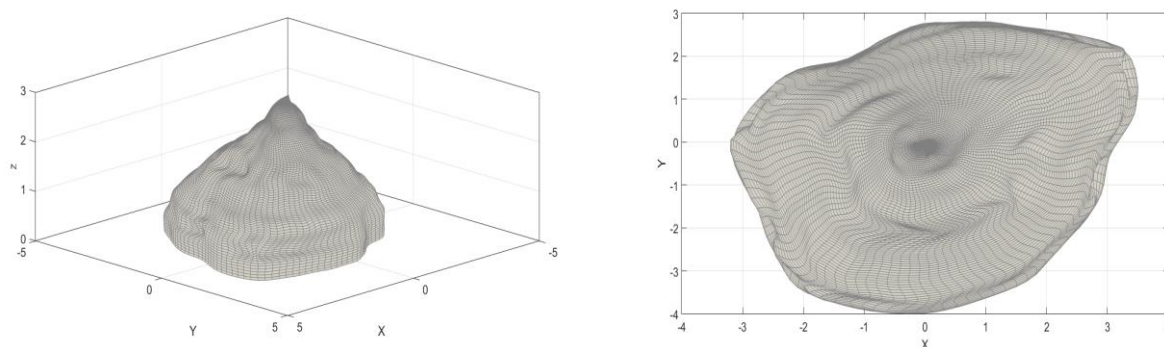


Figura 4. Superfície calculada sem modificação no conjunto de pontos e baseado na menor distância entre pontos

Este método reduziu drasticamente o tempo de cálculo para 1.23 segundos, porém ainda é possível visualizar uma pequena torção na superfície.

Para eliminar o efeito de torção foi então desenvolvido um outro método que seleciona os pontos para cada cota que fazem parte da intersecção com um plano longitudinal, Fig. (5). Para a obtenção destes pontos é necessário a utilização do método de bissecção até que se defina o ponto mais próximo da intersecção, já que a solução via equação não é tão direta uma vez que o cálculo de uma *B-Spline* utiliza de um somatório do produto da função de base que também é calculado por um somatório.

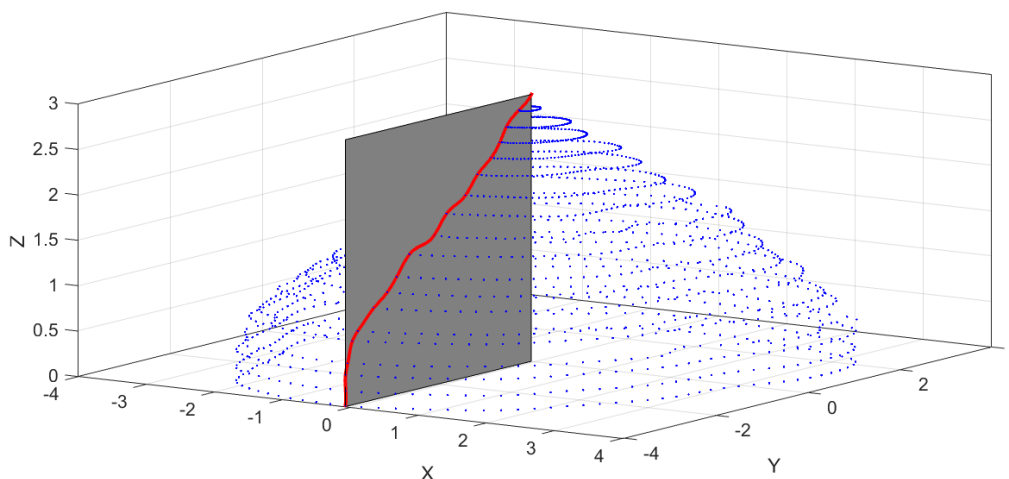


Figura 5. Plano longitudinal para alinhamento de pontos com base em um plano longitudinal

O resultado deste método pode ser visualizado na Fig. (6).

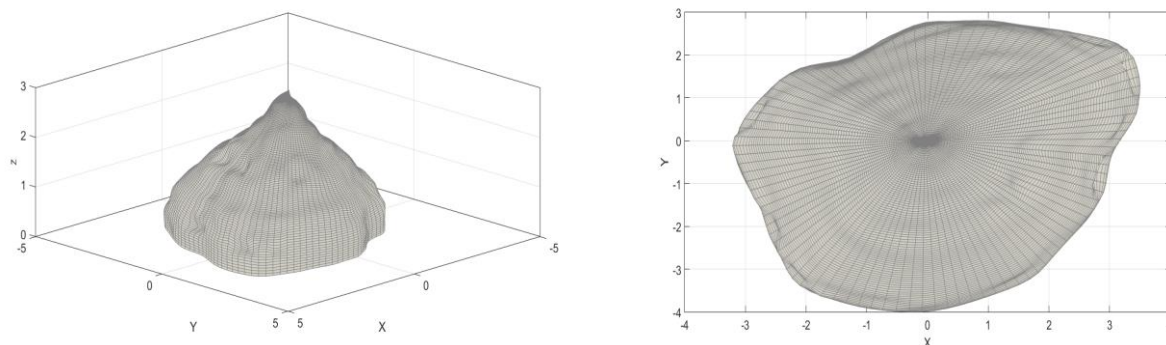


Figura 6. Superfície calculada após o uso dos planos longitudinais

Pode se notar que a superfície calculada não apresenta mais o efeito de torção, e ainda foram gastos apenas 2.56 segundos para o cálculo da superfície, tempo este aceitável uma vez que é muito menor que quando utilizado a equação de superfície e pouco coisa maior do que o método baseado na distância.

8. REFERÊNCIAS

- Aquino, D.M., 2009, “Reconstrução gráfica de objetos tridimensionais com superfícies cônicas”, Relatório final PIBIC, Projeto C-019/2008, pp. 22.
- Aquino, D.M., Fonseca Jr, J.N. Carvalho, J.C.M., 2009. “Three-Dimensional Surface Reconstruction Using NURBS”. In *20th International Congress of Mechanical Engineering COBEM 2009*.
- Curless, B.L., 1997, “New Methods for Surface Reconstruction from Range Images”, PhD Thesis, Stanford University, USA.
- Díaz, J. E. R., 2011, “Modelagem Cinemática e Dinâmica de uma Estrutura RRP+PR”, 164f. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica – Departamento de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia.
- Fanti, C. E., Carvalho, J. C. M., 2015, “Reduction of control points number and least square error in a curve fitting *B-Spline* by optimization techniques”. 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering- COBEM2015.
- Ferreira, W. R. B., 2011, “Planejamento de Trajetórias Robóticas Utilizando *B-splines*”. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia. 139p.
- Kels S.; Dyn N., 2011, “Reconstruction of 3D objetos from 2D cross-sections with the 4-points subdivision scheme adapted to sets”, In *Computers & Graphics* 35, p.741 - 746, Elsevier.
- Mencl, R., 2001, “Reconstrution of Surfaces from Unorganized 3D Points Clouds”. PhD Thesis, Dortmund University, Germany.
- Pereira, L.R., Carvalho, J.C.M, 2014, Método de Ajuste de Curvas Usando *B-spline* com Peso, VIII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM 2014.
- Piegl, L.; Tiller, W., *The NURBS Book*. 2. ed. N.Y: Springer, 1997. 641 p.

9. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES, CNPQ e FAPEMIG pelo apoio financeiro.

10. ABSTRACT

The surface reconstruction methodology from a cloud of points proposal in this article is based on the cross-section technique. From each cross-section is made the fitting of a weighted B-Spline for, after, make the connection of these fitted curves getting the reconstructed surface. The point cloud used for study and validation of the methodology is obtained by the 3D scanner. The methods developed for the surface reconstruction from this cloud of points are: method for reducing points by calculating the centers of mass for a significant reduction in the number of points read by the 3D scanner, calculating the optimal number of control points via a multi-objective analysis, determining the best point to start the curve, to determine the tangent vectors for the closure of curves with continuity, and analysis by radius of the circle formed by three consecutive centers of mass. From this data, it can adjust the weighted B-spline curve for each share of the point cloud. Using the calculated control points and knot vector, the surface points are obtained for the surface reconstruction.

Keywords: Surface reconstruction, B-Spline, Weighted B-Spline, Point cloud

11. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.