

ESTIMATIVA DA LOCALIZAÇÃO DA GERAÇÃO DE CALOR BIDIMENSIONAL VIA SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DE PENNES

Alisson Augusto Azevedo Figueiredo, UFU, alissonfigueiredo@hotmail.com.br

Gilmar Guimarães, UFU, gguima@mecanica.ufu.br

Luís Henrique da Silva Ignácio, UFU, luishenrique.meta@yahoo.com.br

Resumo. Este trabalho visa realizar a estimativa da localização da geração de calor 2D via solução numérica usando a equação de Pennes. A geração de calor estimada refere-se ao tumor incluso num tecido mamário simulado usando coordenadas retangulares no COMSOL. A estimativa deste parâmetro será feita usando apenas informações de uma superfície externa do modelo simulado. O método da correlação foi usado para a estimativa da geração de calor. Os resultados demonstram que a técnica obteve a localização exata do tumor.

Palavras chave: geração de calor, tumor, localização, correlação, bidimensional

1. INTRODUÇÃO

A primeira relação quantitativa que descreveu o transporte de energia em tecidos vivos e incluiu os efeitos do fluxo sanguíneo na temperatura tecidual em uma base contínua, foi apresentada por Harry H. Pennes em 1948. A equação derivada deste estudo, originalmente concebida para prever os campos de temperatura no antebraço humano, é a representação mais comum da distribuição espacial e temporal da temperatura nos sistemas biológicos e é denominada "equação da biotransferência de calor" ou "equação de Pennes" (CHARNY, 1992).

Em 1956, Lawson descobriu que a temperatura da pele sobre um câncer na mama era maior que a do tecido normal. Ele também mostrou que o sangue venoso que drena o tumor maligno é frequentemente mais quente do que o fornecido pelo sistema arterial (AMALU et al., 2006).

Segundo o Instituto Nacional do Câncer - INCA, o crescente aumento do número de casos novos de câncer fará com que não haja recursos suficientes para dar conta das necessidades de diagnóstico, tratamento e acompanhamento. O câncer de mama é o segundo tipo mais frequente no mundo e o mais comum entre as mulheres (INCA, 2015).

Portanto, este trabalho propõe um estudo numérico bidimensional para a realização da estimativa da localização da geração de calor metabólica (que na realidade seria um tumor cancerígeno) de um tecido humano. Faz-se necessário mencionar que a técnica desenvolvida neste trabalho compreende apenas uma parte do projeto que está sendo desenvolvido por vários pesquisadores, afim de buscar futuramente uma técnica para diagnóstico precoce do câncer de mama usando apenas informações de temperaturas superficiais do corpo através de imagens termográficas.

Justifica-se, assim, a importância do estudo para o desenvolvimento e aperfeiçoamento das técnicas usadas na prevenção e tratamento da doença, constituindo uma questão de saúde pública.

2. EQUAÇÃO DE PENNES

A Equação que caracteriza a transferência de calor nos organismos vivos, também conhecida como equação de Pennes (PENNES, 1948), pode ser escrita como

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + Q_p + Q_m + Q_e = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

onde k é a condutividade térmica do tecido, ρ a massa específica do tecido, c o calor específico do tecido, Q_p é a fonte de calor devido a perfusão sanguínea, Q_m é a taxa volumétrica de geração de calor metabólica e o Q_e é referente à uma fonte de calor externa.

A fonte de calor devida à perfusão (Q_p) caracteriza-se pela transferência de calor convectiva efetuada pelo sangue através da vascularização capilar presente nos tecidos vivos, que é proporcional a diferença de temperatura do sangue arterial que entra no tecido e da temperatura do sangue venoso que sai do tecido (CHARNY, 1992). Este termo é dado por

$$Q_p = w \rho_s c_s (T_a - T) \quad (2)$$

onde w é a taxa de perfusão sanguínea, ρ_s a massa específica do sangue, c_s o calor específico do sangue, T_a a temperatura arterial e T a temperatura do tecido.

2.1. Solução Numérica Bidimensional Transiente

A Figura (1) representa um modelo bidimensional do tecido (mama) com todas as superfícies expostas a um meio convectivo, exceto a face interna que possui a temperatura prescrita T_c . Nesse caso, o tumor é representado como um termo de geração superficial (Q_{m2}) em uma determinada região, enquanto o metabolismo normal do corpo humano é representado por uma geração uniforme em todo o restante do domínio (Q_{m1}).

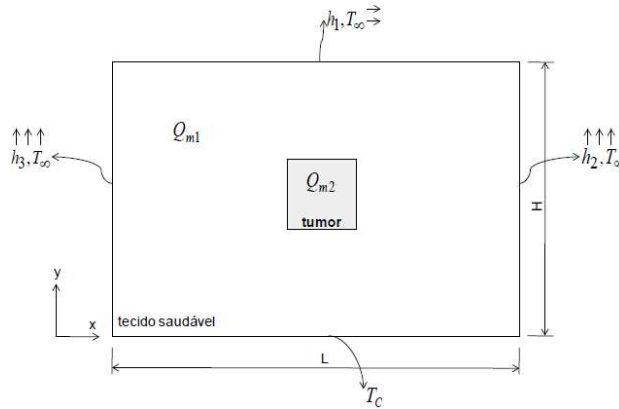


Figura 1. Modelo bidimensional de um tecido exposto a um meio convectivo

Dividindo a Eq. (1) por k e considerando a difusividade térmica como sendo $\alpha = k/\rho c$, a equação de Pennes bidimensional transiente pode ser integrada usando o método dos volumes finitos (MALISKA, 1995), como

$$\int_{\Omega} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} d\Omega + \int_{\Omega} \frac{Q_p}{k} d\Omega + \int_{\Omega} \frac{Q_m}{k} d\Omega + \int_{\Omega} \frac{Q_e}{k} d\Omega = \frac{1}{\alpha} \int_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega \quad (3)$$

Após a discretização, e aproximando os volumes finitos através da interpolação linear baseada no esquema de diferenças centradas (FERZIGER; PERIC, 2002), temos a solução explícita da equação bidimensional transiente de Pennes:

$$T_P^{n+1} = T_P^n + \alpha \Delta t \left[\frac{T_E^n - 2T_P^n + T_W^n}{\Delta x^2} + \frac{T_N^n - 2T_P^n + T_S^n}{\Delta y^2} + \frac{Q_p}{k} + \frac{Q_m}{k} + \frac{Q_e}{k} \right] \quad (4)$$

onde T_P, T_E, T_W, T_N e T_S são as temperaturas na célula onde pretende-se calcular a temperatura de fato, e os outros termos referem-se as temperaturas das quatro vizinhanças. O índice 'n' refere-se a temperaturas calculadas anteriormente, já o 'n+1' a temperaturas atuais. O Δt é o passo de variação no tempo, Δx e Δy são os tamanhos das células discretizadas na direção x e y.

2.2. Método da Correlação Adimensional

A estimativa da localização da geração de calor metabólica para um modelo 2D foi obtida usando o coeficiente de correlação de Pearson entre as temperaturas superficiais obtidas numericamente usando o software comercial COMSOL e as temperaturas superficiais obtidas através da solução numérica por volumes finitos adimensionalizada para cada possível localização pré-estabelecida.

A correlação de Pearson foi calculada usando a função *corr* do MATLAB. Segundo Gibbons and Chakraborti (2003), os resultados do coeficiente de Pearson pode ser interpretado como

- $\text{corr} = 1$: Correlação positiva perfeita entre as duas variáveis.
- $\text{corr} = -1$: Correlação negativa perfeita entre as duas variáveis. Isto é, se uma aumenta, a outra diminui.
- $\text{corr} = 0$: As variáveis não possuem dependência linear entre si.

3. RESULTADOS

O método da correlação foi usado para a estimativa da localização da geração de calor metabólica para um problema 2D transiente simulado no *COMSOL*. As propriedades usadas para o tecido simulado foram retiradas a partir do estudo de Gautherie (1980), como mostra a Tab. (1).

Tabela 1. Propriedades térmicas do tecido mamário (Gautherie, 1980)

Propriedades	Tecido saudável	Tumor
Condutividade térmica (W/mK)	0,42	0,42
Perfusão sanguínea (s ⁻¹)	0,00018	0,009
Massa específica (kg/m ³)	920	920
Calor específico (J/kgK)	3000	3000
Geração de calor metabólica (W/m ³)	450	29000

Para este trabalho, consideramos a perfusão sanguínea inexistente no modelo simulado, assim como não foi inserido a geração de calor devido a fonte externa, ou seja, Q_p e Q_e são nulas.

O tecido simulado possui dimensões $5\text{ cm} \times 5\text{ cm}$. O tumor inserido possui dimensões $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$, e a atividade metabólica está localizada em x de $2\text{ a }3\text{ cm}$ e em y de $3\text{ a }4\text{ cm}$. A temperatura inicial e prescrita são iguais a $25\text{ }^{\circ}\text{C}$. A temperatura ambiente é $25\text{ }^{\circ}\text{C}$. O coeficiente de convecção térmica foi considerado igual a $10\text{ W/m}^2\text{K}$. A Fig. (2) apresenta a distribuição de temperaturas em todo o domínio do tecido após 900s.

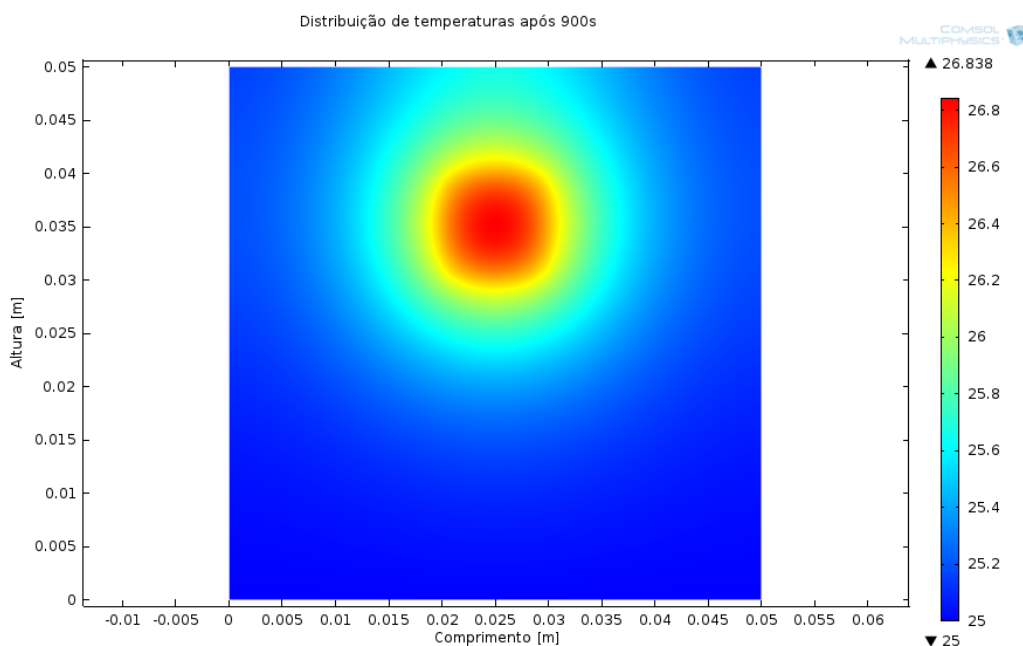


Figura 2. Distribuição de temperaturas no domínio do tecido simulado após 900s

A Fig. (3) apresenta a evolução das temperaturas superficial externa ao longo dos 900s, lembrando que estes dados superficiais são os únicos usados pelo método para a estimativa do parâmetro.

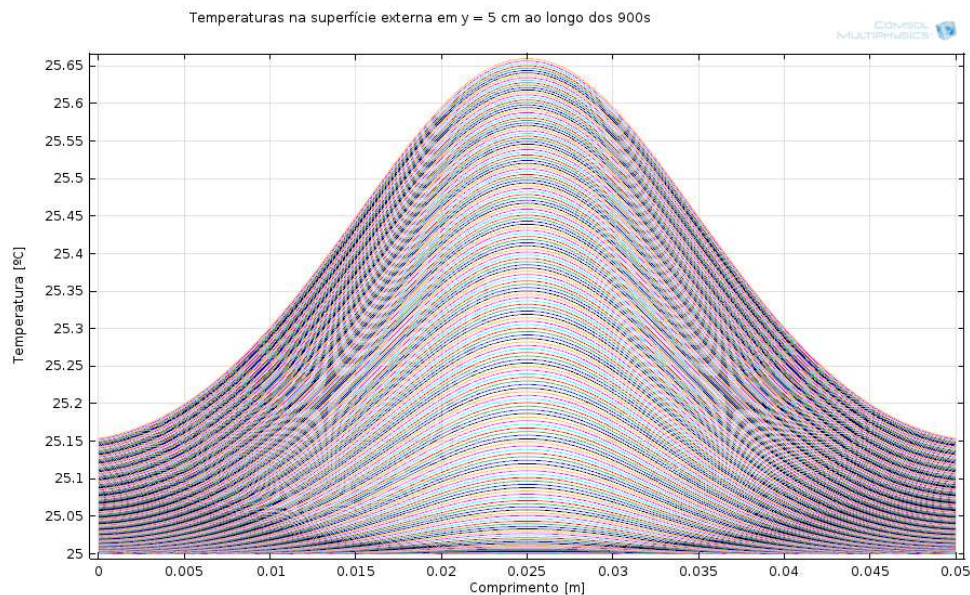


Figura 3. Temperaturas na superfície externa em $y = 5$ cm ao longo dos 900s

Observando a Fig. (3), percebe-se que desde o tempo inicial, onde a temperatura é uniforme e igual a 25°C , até o tempo final (900 s), onde nota-se que em certa região existe uma temperatura mais elevada. Esta região de temperatura mais elevada será considerada como a provável direção onde o tumor está posicionado na direção x .

Sendo ainda mais criterioso, pode-se afirmar que no ponto $x = 0,25$ m situa-se o maior valor de temperatura após 900s. Dessa forma, conclui-se que para o caso de apenas uma inclusão (tumor), este ponto deve indicar a direção central no eixo x do tumor.

Como a técnica está em fase de desenvolvimento, considera-se neste trabalho que é conhecido o tamanho do tumor, ou seja, sabe-se que mede $1\text{cm} \times 1\text{cm}$. Neste caso, pode-se garantir que a geração de calor, no eixo x , está situada de $x = 0,02$ m até $x = 0,03$. Portanto, resta apenas encontrar onde o tumor está situado ao longo do eixo y usando apenas informações de temperaturas superficiais externas em $x = 0,025$ m e $y = 0,05$ m, conforme mostra a evolução de temperaturas da Fig. (4).

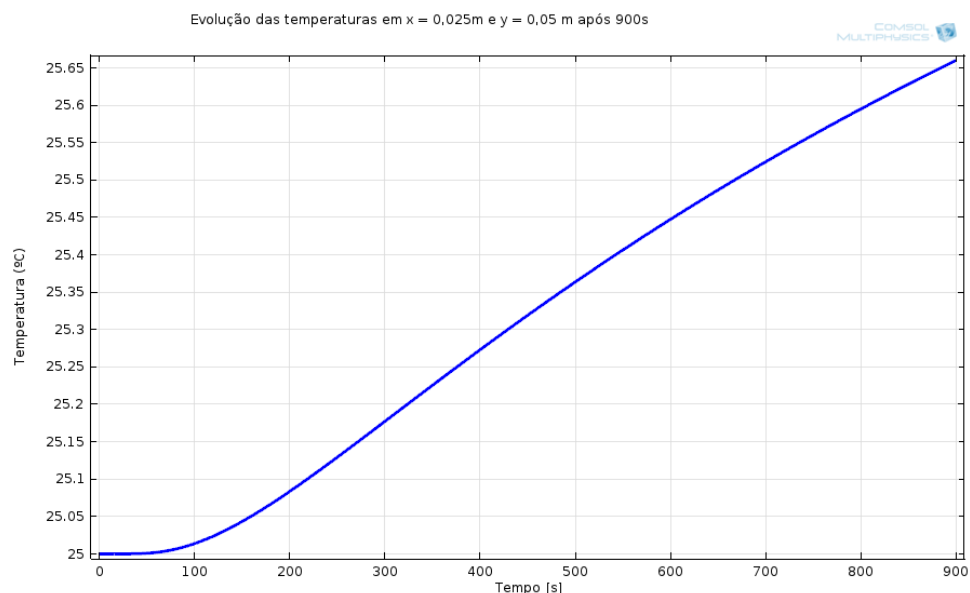


Figura 4. Evolução das temperaturas em $x = 2,5$ cm e $y = 5$ cm após 900s

A próxima etapa será criar vários possíveis intervalos na direção y onde o tumor possa estar localizado. Para cada possível intervalo será gerado uma distribuição de temperaturas no ponto $x=2,5$ cm e $y=5$ cm após 900s. A distribuição de temperaturas que obtiver a maior correlação com os dados obtidos via solução no COMSOL (Fig. (4)) determinará a localização real do tumor.

A Tabela (2) apresenta os coeficientes de correlação obtidos para sete possíveis localizações em y. Observa-se que o maior coeficiente de correlação de Pearson obtido foi para a localização pré-estabelecida de $x = 3$ cm até $x = 4$ cm, exatamente o intervalo onde foi inserido o tumor na simulação do *COMSOL*.

Tabela 2. Correlações obtidas para cada intervalo pré-estabelecida

Localizações pré-estabelecidas	Correlação
[0,5 a 1] cm	0,8468
[1 a 1,5] cm	0,8857
[1,5 a 2,5] cm	0,9247
[2 a 3] cm	0,9602
[2,5 a 3,5] cm	0,9876
[3 a 4] cm	0,9999
[3,5 a 4,5] cm	0,9824
[3,9 a 4,9] cm	0,9520

4. CONCLUSÃO

Após a apresentação dos resultados das correlações, conclui-se que a técnica em desenvolvimento foi capaz de realizar a estimativa da localização da geração de calor metabólica com exatidão. Lembrando que considerou-se conhecido o tamanho do tumor. As expectativas para a continuação deste trabalho é a estimativa também do tamanho, assim como a intensidade da geração de calor para dados simulados e experimentais.

5. REFERÊNCIAS

- AMALU, W. C., Hobbins, W. B., Head, J. F. e Elliot, R. L., 2006, "The biomedical engineering handbook - medical devices and systems", Infrared The Biomedical Engineering Handbook - Medical devices and systems, 3 ed.
- CHARNY, C. K, 1992, "Bioengineering heat transfer", Academic Press, Vol. 22, Cap. Mathematical models of bioheat transfer, pp. 19-155.
- FERZIGER, J. H. e PERIC, M, 2002, "Computational methods for fluid dynamics", Springer-Verlag, 3 ed.
- GAUTHERIE, M, 1980, "Thermopathology of breast cancer: Measurement and analysis of in vivo temperature and blood flow", Annals of the New York Academy of Sciences, Vol. 335, pp. 383-415.
- INCA. 23 Outubro 2015 <<http://www2.inca.gov.br/wps/wcm/connect/tiposdecancer/site/home/mama> >.
- PENNES, H. H, 1948, "Analysis on tissue arterial blood temperature in the resting human forearm", Applied Physiology, Vol. 1, pp. 93-122.

6. AGRADECIMENTOS

Às agências financiadoras CAPES, CNPq e FAPEMIG, e ao Programa de Pós-Graduação da Engenharia Mecânica da UFU.

7. ABSTRACT

This study aims at an estimated location of the generation of heat via 2D numerical solution using the equation of Pennes. The generation of heat to be estimated refers to an enclosed simulated breast tumor in a tissue using rectangular coordinates in COMSOL. The estimate of this parameter is made using only information from an external surface of the simulated model. The correlation method was used to estimate the heat generation, and the results showed that the art was able to obtain the exact location of the tumor.

8. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.