

ESTUDO DA ANÁLISE DE COMPONENTE INDEPENDENTE APLICADA EM UMA VIGA DE EULER BERNOULLI

Marlipe Garcia Fagundes Neto, LAV, marlipeg@yahoo.com.br
Marcus Antonio Viana Duarte, LAV, mvduarte@mecanica.ufu.br

Resumo. Analisa-se o procedimento de separação cega de fontes via análise de componentes independentes em um modelo conhecido, viga Euler-Bernoulli, para fins comparativos. Para tanto, apresenta-se como o procedimento funciona e quais são suas limitações. Em sequência, simula-se a viga com duas forças harmônicas e deslocamento conhecido em dois pontos, após aplicação do procedimento consegue-se estimar as forças aplicadas bem como cada força contribui para o deslocamento da viga.

Palavras chave: Identificação Cega de Fontes, Análise de Componente Independente, Viga Euler Bernoulli

1. INTRODUÇÃO

O conhecimento das fontes e condições de vibração e ruído é sem dúvida um ponto fundamental no projeto de máquinas. Identificar corretamente as características dessas fontes e o caminho de transmissão, assim como estimar sua contribuição na resposta são essenciais na redução e controle de vibração e ruído.

Na prática, transdutores de vibração e pressão são usados para coletar informações do campo vibroacústico das máquinas. Porém os dados adquiridos constituem de uma mistura entre as várias fontes e caminhos de transmissão. Ademais, pouca ou nenhuma informação tem-se sobre as fontes e como foram misturadas.

Hyvärinen et al. (2001) apresenta o Cocktail Party como exemplo clássico, onde várias fontes estão presentes em um ambiente e o problema resume-se na separação de cada uma dessas fontes, com base apenas nos sinais adquiridos pelos sensores. O problema Cocktail Party foi primeiramente mencionado em 1953 por Cherry, no contexto da capacidade humana de reconhecimento de mensagens de voz. Desde então, muitos autores têm buscado novas formas de representar esse problema: Lee, 1998, Ebata, 2003 e Haykin, 2005 (Moreto, 2008).

Diante de tal situação, o problema do conhecimento ou estimação das fontes sem informação referente às mesmas é conhecido como Separação Cega de Fontes (Blind Source Separation - BSS). Onde a análise de componentes independentes (Independent Component Analysis - ICA), método de BSS, extrai fontes de sinais baseado exclusivamente na independência estatística dos sinais de resposta. ICA tem sido aplicado com sucesso em campos inumeráveis tais como a ciência médica (Wollny et al, 2012), processamento de imagens (Fuentes, 2007) e várias outras.

Dessa forma, o presente trabalho objetiva avaliar o ICA para estimação e identificação de fontes em um sistema conhecido e controlado.

2. METODOLOGIA

Esquemáticamente, o problema do conhecimento ou estimação das fontes é representado na Fig. (1).



Figura 1 – Esquema do problema de separação de fontes

Para simplificação de exposição do problema, consideram-se três fontes de sinais s_1 , s_2 e s_3 e três sinais observados x_1 , x_2 e x_3 , matricialmente pode-se formular a mistura dos sinais em Eq. (1).

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Onde a_{ij} são os coeficientes da matriz de mistura A , que dependem das distâncias entre as fontes e os sensores. Nota-se que o método é conhecimento cego, pois se tem pouca ou nenhuma informação referente a matriz de mistura e das fontes, portanto os sensores adquirem os sinais misturados. Deve-se atentar para o fato de que os sinais observados x_1, x_2 e x_3 são misturas lineares das fontes s_1, s_2 e s_3 .

O objetivo, desse modo, é determinar os coeficientes w_{ij} da matriz de separação W , que possibilitam a partir dos sinais misturados a construção dos sinais originais, ou três fontes estimadas y_1, y_2 e y_3 conforme exemplo. A Eq. (2) apresenta matricialmente o problema.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Segundo Hyvärinen (2001), pode-se assumir que os coeficientes da matriz de mistura são diferentes o suficiente para que a matriz de mistura possua inversa, de tal modo que a matriz W seja a inversa da matriz A , e, por consequência, as fontes estimadas sejam semelhantes as fontes originais.

A estratégia para solução do problema é dividir a matriz A em matrizes mais simples, via técnica da álgebra linear conhecida como Decomposição em Valores Singulares (Singular Value Decomposition - SVD), onde toda matriz pode ser decomposta em três operações lineares simples, conforme Eq. (3).

$$A = U\Sigma V^T \quad (3)$$

As operações segundo Eq. (3) são: a rotação U , a escala ao longo dos eixos e uma segunda rotação U . Cada matriz no SVD é considerada simples, pois cada matriz contém menos parâmetros para inferir e cada matriz é trivial para inverter: U e V são matrizes de rotação (ou matrizes ortogonais) e Σ é uma matriz diagonal com valores reais e não negativos. Figura (2) apresenta uma interpretação ilustrativa da técnica do SVD.

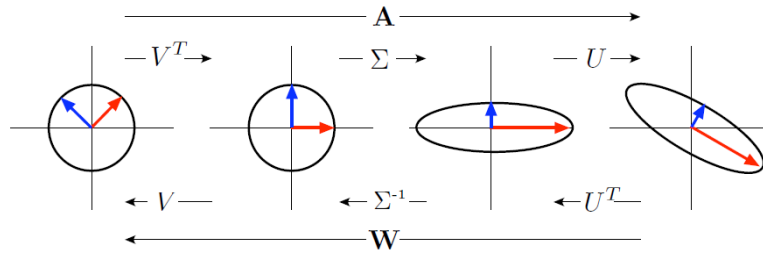


Figura 2 – Descrição gráfica da SVD

Dessa forma, a matriz de mistura A e sua inversa W são estimadas recuperando cada parte da decomposição individualmente, a Eq. (4) apresenta a formulação.

$$W = A^{-1} = V\Sigma^{-1}U^T \quad (4)$$

Observe que a inversa de uma matriz de rotação é sua transposta e se A apresenta inversa por suposição, Σ^{-1} existe e é bem definida.

O procedimento para determinação da matriz de separação W envolve dois estágios sucessivos:

1. Examinar a covariância dos sinais misturados para calcular analiticamente U e Σ .
2. Admitir a independência das fontes s para determinar V .

A matriz V não apresenta solução analítica e necessita ser determinada numericamente via procedimento de otimização. A otimização é inerentemente difícil devido aos mínimos locais da função objetivo, complicando qualquer procedimento com base em um gradiente ascendente. Além disso, estimar a grandeza que deve ser otimizada (a entropia de uma distribuição) a partir de um número finito de pontos de dados é extremamente difícil. Estes dois desafios são abordados estimando a entropia via estatística (por exemplo, correlação) que torna o processo de otimização mais fácil com base em um conjunto de dados finitos. Para uma explicação mais detalhada do processo de determinação da matriz de separação W , recomenda-se o trabalho de Shlens (2004) e o livro de Hyvärinen et al. (2001).

Por fim, para avaliar o procedimento ICA utiliza-se uma viga de Euler Bernoulli com propriedades, dimensões, forças e sensores definidos e conhecidos. Considera-se uma viga de alumínio na condição engastada livre e para solução

da mesma admite-se participação dos três primeiros modos de vibração. Figura (3) ilustra a viga e suas características, em seguida apresentam-se na Tab. (1) os valores para modelagem da viga de Euler Bernoulli.

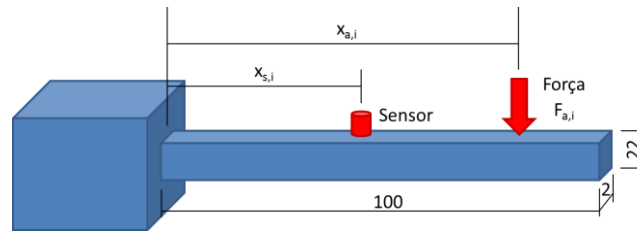


Figura 3 – Viga de Euler Bernoulli, dimensões em [mm]

Tabela 1 – Principais características da viga de Euler Bernoulli.

Grandeza	Variável	Valor	Unidade
Módulo de Elasticidade	E	70	[MPa]
Densidade	ρ	2750	[Kg/m ³]
Frequências naturais	f_1	14	[Hz]
	f_2	88	[Hz]
	f_3	247	[Hz]

Onde $x_{s,i}$ e $x_{a,i}$ indicam a posição dos sensores e aplicação das forças, respectivamente, e $F_{a,i}$ representa a característica da força aplicada.

3. RESULTADOS

Simula-se o modelo durante 1 s com frequência de aquisição em 163840 Hz, totalizando 1638406 pontos para um intervalo temporal de $6,1 \cdot 10^{-6}$ s. Consideram-se duas forças harmônicas atuando na barra com dois sensores medindo o deslocamento. Na Tab. (2) listam-se as posições e forças aplicadas.

Tabela 2 – Dados da simulação.

Grandeza	Sinal	Valor	Unidade
Sensor	$x_{s,1}$	50	[mm]
	$x_{s,2}$	70	[mm]
Força	$x_{a,1}$	100	[mm]
	$F_{a,1}$	$100 * \cos(2 * \pi * 8875 * t)$	[N]
	$x_{a,2}$	20	[mm]
	$F_{a,2}$	$60 * \cos(2 * \pi * 4875 * t - 1)$	[N]

Apesar dos sensores adquirirem o deslocamento pontual, os sinais de mistura para o procedimento ICA são apresentados como aceleração, calculados via derivação numérica do vetor de deslocamento, objetivando simular um acelerômetro. Para avaliar os resultados, apresentam-se na Fig. 4 as forças aplicadas e as componentes estimadas via ICA.

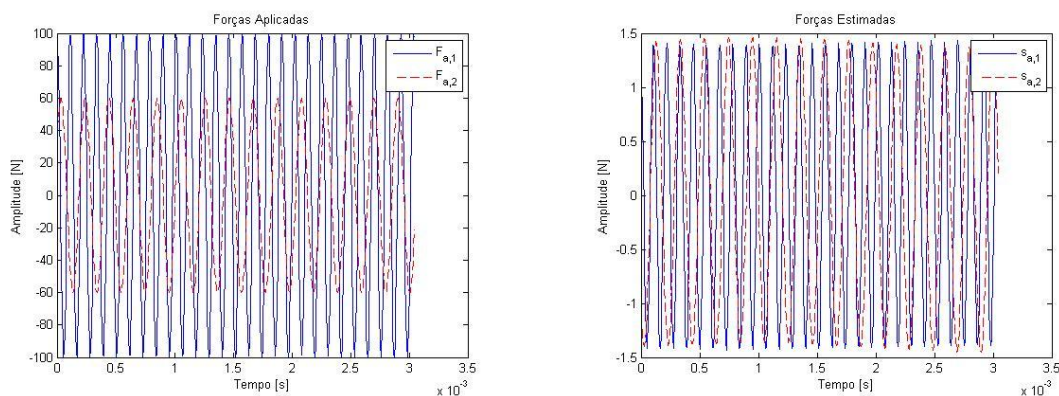


Figura 4 – Forças aplicadas e componentes estimadas.

Observa-se que as fontes estimadas apresentam amplitudes diferentes das fontes aplicadas, porém as frequências naturais aplicadas são observadas nas componentes estimadas, por fim visualiza-se que as fases possuem alguma mudança. Para tanto, apresenta-se na Tab. (3) as amplitudes, frequências naturais e fase dos sinais para comparação.

Tabela 3 – Características das forças aplicadas e estimadas.

Sinal	Amplitude [N]	Frequência Natural [Hz]	Fase [rad]
$F_{a,1}$	100	8875	0,00
$F_{a,2}$	60	4875	1,00
$y_{a,1}$	1,40	8875	0,29
$y_{a,2}$	1,42	4875	-0,82

Verifica-se que a periodicidade das forças aplicadas é mantida nas componentes estimadas, porém nota-se uma defasagem, principalmente no segundo componente onde praticamente inverte a fase. Acredita-se que tal fato tem duas justificativas: o procedimento matemático para cálculo da aceleração, que utiliza três pontos do vetor de deslocamento para determinar um ponto no vetor de aceleração, e segundo Shlens (2014) qualquer componente independente pode ser invertida segundo sua origem durante o procedimento ICA.

Uma vez que o ICA estima as fontes e a matriz de mistura, pode-se analisar a contribuição de cada fonte no sinal de mistura. Para tanto, basta substituir algumas colunas da matriz de mistura por zero, de modo que a aceleração em um ponto seja afetada apenas por uma fonte. Mas para análise comparativa das acelerações, simula-se o mesmo problema, porém apenas com uma força. As Figs. (5) e (6) apresentam os resultados das acelerações para cada uma das forças iniciais e nas Tabs. (4) e (5) têm-se os valores da amplitude, frequência natural e fase para comparativo.

Tabela 4 – Características das acelerações medidas e estimadas para força harmônica de 8875 Hz.

Aceleração	Sinal	Amplitude [N]	Frequência Natural [Hz]	Fase [rad]
Medida	$x_{s,1}$	3369	8875	-0,33
	$x_{s,2}$	3643	8875	-0,34
Estimada	$x_{s,1}$	3376	8875	-0,34
	$x_{s,2}$	3645	8875	-0,34

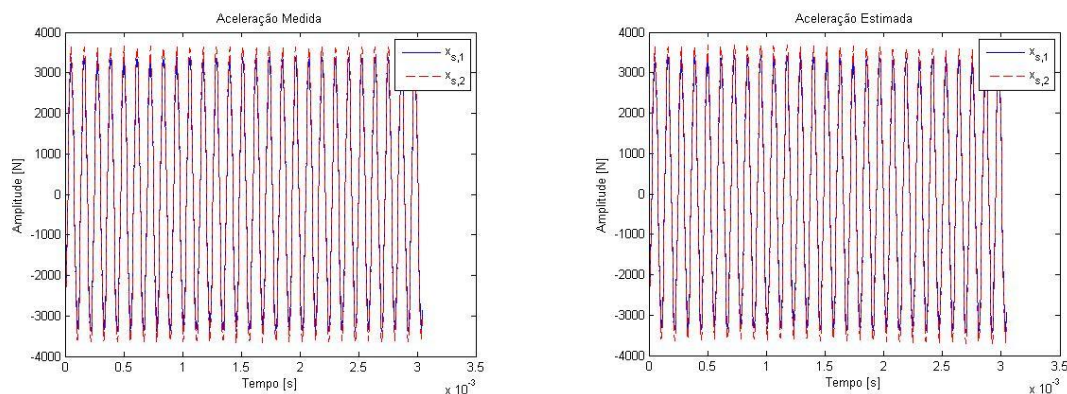


Figura 5 – Comparativo das acelerações para força harmônica de 8875 Hz.

Tabela 5 – Características das acelerações medidas e estimadas para força harmônica de 4875 Hz.

Aceleração	Sinal	Amplitude [N]	Frequência Natural [Hz]	Fase [rad]
Medida	$x_{s,1}$	1438	4875	0,81
	$x_{s,2}$	1555	4875	-0,83
Estimada	$x_{s,1}$	1434	4875	0,81
	$x_{s,2}$	1546	4875	-0,82

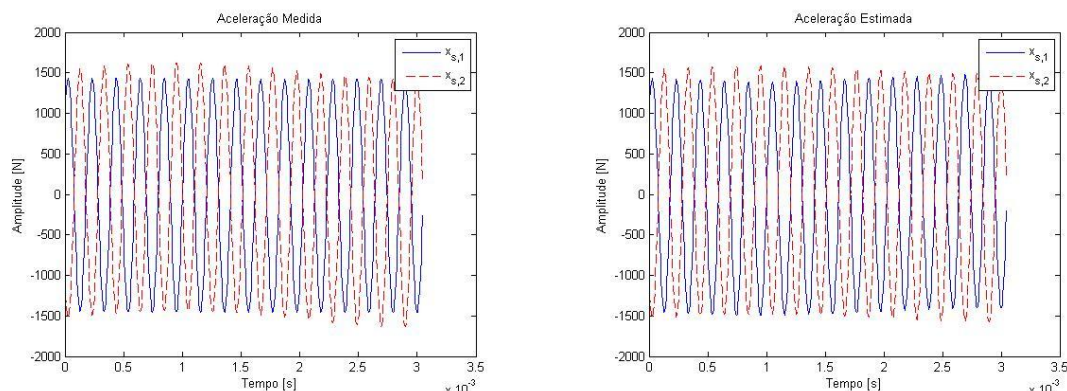


Figura 6 – Comparativo das acelerações para força harmônica de 4875 Hz.

Verifica-se que as acelerações medidas e estimadas apresentam valores em amplitude, frequência natural e fase bastante similares, onde as diferenças encontradas em erro percentual são próximas de 1 % ou menores. Desse modo, o procedimento ICA consegue estimar as fontes aplicadas, bem como a matriz de mistura, que representa o caminho de transmissão da fonte até o sensor de medição. Ao comparar a força aplicada com a estimada, percebe-se que apenas a frequência é mantida. Entretanto, ao multiplicar pela matriz de mistura têm-se amplitude, frequência natural e fase coerentes com os valores medidos.

4. CONCLUSÕES

Com base nos resultados apresentados é possível concluir que:

- Desse modo, o procedimento ICA consegue estimar as fontes aplicadas, bem como a matriz de mistura, que representa o caminho de transmissão da fonte até o sensor de medição.
- Ao comparar a força aplicada com a estimada, percebe-se que apenas a frequência é mantida.
- Ao multiplicar as forças estimadas pela matriz de mistura, parte-se para análise comparativa das acelerações que têm-se amplitude, frequência natural e fase coerentes com os valores medidos.

5. REFERÊNCIAS

- Fuentes, J. J. M., 2007, Independent Component Analysis in the Blind Watermarking of Digital Images, Neurocomputing, Vol. 70, pp. 2881-2890.
- Wollny, G., et al., 2012, Automatic Motion Compensation of Free Breathing Acquired Myocardial Perfusion Data by Using Independent Component Analysis, Medical Image Analysis, Vol. 16, pp. 1015-1028.
- Hyvärinen, A., et al., 2001, Independent Component Analysis, John Wiley & Sons.
- Moreto, F. A. L., 2008, Análise de Componentes Independentes Aplicada à Separação de Sinais de Áudio, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Shlens, J., 2014, A Tutorial on Independent Component Analysis, Google Research Mountain View, CA 94043

6. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer a FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais), FAU (Fundação de Apoio Universitário), FEMEC (Faculdade de Engenharia Mecânica) da UFU (Universidade Federal de Uberlândia) pelo suporte.

7. ABSTRACT

Blind sources separation procedure is analyzed by independent component analysis in a known model, Euler Bernoulli beam, for comparison purposes. Thus, the operation and limitations of the procedure are presented. In sequence, the beam with two harmonic forces and known displacement is simulated at two points and after procedure application the forces applied and the contribute of each force to the displacement of the beam are estimates.

8. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores é são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.