

UMA NOVA ABORDAGEM PARA AVALIAÇÃO DA INCERTEZA DO R_a

José Eduardo Silveira Leal, FEMEC-UFU, zeduardoleal@yahoo.com.br

Rosenda Valdés Arencibia, FEMEC-UFU, arvaldes@mecanica.ufu.br

Resumo. Este trabalho tem como objetivo avaliar a incerteza de medição associada à rugosidade média aritmética (R_a) a partir das ordenadas dos pontos do perfil. Para tanto, a rugosidade média R_a foi medida em duas peças por meio de um rugosímetro eletromecânico, fabricado pela Taylor Hobson, modelo Surtronic 3+. Em seguida foi calculada a incerteza associada à medição utilizando o método de Monte Carlo adaptado (MCA). Para avaliar a confiabilidade do método os resultados obtidos foram comparados com aqueles encontrados por meio do GUM. Observou-se que o MCA forneceu valores de incerteza similares aos obtidos pelo GUM, as diferenças encontradas são da ordem de 0,5% para a Peça 1 e de 1,2% para a Peça 2. O critério de convergência foi atendido com 22 e 91 simulações de Monte Carlo para as Peças 1 e 2, respectivamente.

Palavras chave: método de Monte Carlo adaptado, GUM, rugosidade

1. INTRODUÇÃO

Ao medir uma determinada grandeza é encontrado um valor que não corresponde ao valor verdadeiro, isto ocorre porque toda medição está sujeita a erros. Dessa forma, para que os resultados de medição possam ser comparados é obrigatório que seja dada alguma indicação quantitativa da qualidade dos mesmos, de forma tal que aqueles que o utilizam possam avaliar sua confiabilidade. O parâmetro metroológico utilizado para esta finalidade é a incerteza de medição.

Assim sendo, em 1993 a ISO publicou a primeira versão do guia intitulado “*Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)*” e simultaneamente foi inserido no “*International vocabulary of basic and general terms in metrology (IMV)*” a primeira definição formal do termo “incerteza de medição”. Os documentos mais recentes, atualmente em vigor são: “*International vocabulary of metrology - Basic and general concepts and associated terms (IVM)*” (BIPM et al. 2008a) e “*Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement*” (BIPM et al. 2008b) e suas versões em português publicadas pelo INMETRO, “Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM)” e “Avaliação de dados de medição - Guia para a expressão de incerteza de medição – GUM 2008”.

Em 2004 foi publicado um documento, popularmente conhecido como GUM S1, que apresenta os métodos de Monte Carlo e Monte Carlo adaptado (MCA) (BIPM et al., 2004) e tem como principal objetivo aumentar o campo de aplicação do GUM. A versão mais recente do GUM S1 foi publicada em 2008 sob o título “*Evaluation of Measurement Data Supplement 1 to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement-Propagation of distributions using a Monte Carlo method*” (BIPM et al., 2008c).

O GUM S1 baseia-se na simulação de Monte Carlo (MC) e está livre da maioria das limitações do GUM, além disso, não contradiz as recomendações nele apresentadas.

Dentre as características do método de MC tem-se: apresenta uma estrutura simples, como regra geral utiliza um programa para realização de uma prova aleatória, depois esta prova repete-se M vezes de modo que cada experimento seja independente dos outros. Por tal motivo, este método é conhecido também como método de provas estatísticas.

Entretanto, como todo método, apresenta limitações, dentre elas: necessidade de utilizar um gerador de números pseudo-aleatórios de qualidade e efetuar um número M de iterações bastante grande para promover resultados adequados, em alguns casos, excedendo a capacidade operacional de muitos computadores, tornando sua aplicação inviável em diversas situações práticas. Assim, resulta necessário estabelecer um compromisso entre a qualidade dos resultados desejada e as disponibilidades de *hardware* e de tempo.

Para superar estas limitações o BIPM et al., (2008c) apresenta, além, o método de Monte Carlo adaptado que se baseia na realização de uma sequência de simulações ou cálculos de Monte Carlo (h), contendo cada uma um número relativamente pequeno de iterações, por exemplo, $M = 10^4$ iterações. Para avaliar a convergência do método são utilizados quatro parâmetros, a saber, $y^{(h)}$ (média de Y), $u(y^{(h)})$ (desvio-padrão de Y), $y_{min}^{(h)}$ (menor valor de Y), e $y_{max}^{(h)}$, e uma tolerância numérica previamente definida.

Pelo exposto este trabalho tem como objetivo avaliar a incerteza de medição da rugosidade média aritmética (R_a) a partir das coordenadas de todos os pontos do perfil de rugosidade efetivo.

2. METODOLOGIA

A rugosidade média aritmética (Ra) de duas peças de alumínio foi medida utilizando-se um rugosímetro eletromecânico, portátil, fabricado pela Taylor Hobson, modelo Surtronic 3+. Este equipamento possui uma ponta de diamante de raio igual a 5 µm, resolução de 0,01 µm, incerteza expandida associada à calibração de 0,03 µm para k = 2,31 e 8 graus de liberdade efetivos.

O rugosímetro e a peça objeto de medição foram posicionados sobre um despenho de granito. Cindo medições de rugosidade foram efetuadas em diferentes posições utilizando o *software* TalyProfile Gold 4.0®. Em cada medição, além dos valores de Ra, foram coletados o perfil de rugosidade e as coordenadas dos pontos que definem o mesmo. O comprimento de amostragem (*cut-off*), foi de 0,8 mm para a Peça 1 e de 2,5 mm para a Peça 2.

A medição foi realizada a temperatura de (20,0±1,0) °C. Para monitorar a temperatura foi utilizado um termohigrômetro digital com resolução de 0,1 °C e faixa nominal de (-20 a 60) °C. A incerteza expandida associada à calibração é de 0,3 °C para k igual a 2,00 e infinitos graus de liberdade

Como o parâmetro Ra foi calculado a partir 8 000 pontos para a Peça 1 e 12 501 pontos para a Peça 2, então o valor de Ra depende da incerteza associada às ordenadas de todos os pontos coletados em cada caso. Assim, para o cálculo da incerteza associada à Ra, inicialmente realizou-se o cálculo da incerteza-padrão combinada para as ordenadas dos pontos que compõem o perfil de rugosidade (ucP), em cada ciclo de medição.

Observou-se que a distribuição de probabilidades dos pontos que definem o perfil de rugosidade não segue um comportamento normal e, portanto, a aplicação da lei de propagação de incertezas via GUM não é adequada neste caso e pode ocasionar discrepâncias significativas em relação à metodologia MCA.

A propagação das incertezas foi efetuada segundo as metodologias GUM e MCA, em ambos os casos foram estimados os fatores de influência relevantes para avaliação da incerteza associada a cada ponto P, são eles: variabilidade dos pontos do perfil (ΔsP); resolução do rugosímetro (R); raio da ponta da agulha (r), deformação da peça durante a medição (D), e a incerteza associada à calibração do rugosímetro (IC). Para o MCA, utilizou-se o *Matlab* para gerar os vetores com provas aleatórias para todas as fontes de incerteza, com exceção de ΔsP. Neste caso, fez-se uso direto dos valores das ordenadas dos pontos do perfil e para que a incerteza-padrão fosse atingida, o valor de cada ponto foi dividido pela raiz quadrada do número de pontos apalpados em cada ciclo de medição.

Em seguida, os valores de incerteza ucP dos 5 ciclos de medição foram propagados entre si e com a incerteza-padrão associada à variabilidade das leituras de Ra, resultando na incerteza-padrão combinada (uc) e na incerteza expandida de medição (U).

Este procedimento limita o número máximo de iterações em cada simulação de MCA em 8 000 (Peça 1) e 12 501 (Peça 2), no entanto possui a vantagem de manter a função densidade de probabilidade característica destes pontos.

Assim, o modelo matemático para avaliação da incerteza de medição da ordenada y do ponto P é dado pela Eq. (1).

$$P_y = \Delta R + \Delta IC + \Delta r + \Delta D \quad (1)$$

Onde: P_y é a ordenada y do ponto P; ΔR é a correção associada à resolução do rugosímetro; ΔIC é a correção associada à incerteza da calibração do rugosímetro; Δr é a correção associada ao raio da ponta e ΔD é a correção associada à deformação do material durante a medição.

Posteriormente, a incerteza-padrão combinada associada ao Ra foi determinada a partir da variabilidade das indicações de Ra e da incerteza-padrão combinada da coordenada y dos pontos do perfil.

2.1. Avaliação da incerteza-padrão

Para avaliar a incerteza-padrão associada à resolução do rugosímetro, ao raio da ponta da agulha do rugosímetro (r) e à deformação (D) da amostra foram adotadas distribuições retangulares, com infinitos graus de liberdade conforme mostram as Eq. (2) a (4). Na Eq. (3) considerou-se que a parcela de contribuição do raio da ponta é da ordem de 2% do raio da ponta do apalpador. Onde P representa o valor do raio da ponta do apalpador. Por sua vez, o valor da deformação experimentada pela amostra durante a medição, neste trabalho, foi adotado como sendo 20 nm.

$$u(R) = \frac{R}{2\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$u(r) = \frac{0,02 \cdot P}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$u(D) = \frac{D}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

A incerteza expandida associada à calibração do rugosímetro $U(C)$ está declarada no Certificado de Calibração deste equipamento considerando-se uma distribuição t-Student. A padronização da incerteza expandida foi efetuada por meio da Eq. (5). Onde $U(C)$ é a incerteza expandida e k o fator de abrangência declarado no Certificado de Calibração. Enquanto que para determinação da incerteza-padrão associada à variabilidade das leituras foi utilizada a distribuição t-Student, conforme indica a Eq. (6). Em que s é o desvio-padrão experimental e n é o número de ciclos de medição efetuados.

$$u(C) = \frac{U(C)}{k} \quad (5)$$

$$u(s) = \sqrt{\frac{s^2}{n}} \quad (6)$$

Para verificar a convergência do MCA foram verificados quatro quesitos em cada simulação, são eles: média aritmética, desvio-padrão, valores máximo e mínimo do intervalo. Desta maneira, o erro-padrão de cada quesito foi calculado, este valor não pode ser superior à tolerância numérica calculada segundo a Eq. (7). Onde l é o número de casas decimais da resolução do instrumento de medição.

$$\delta = \frac{1}{2} 10^l \quad (7)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tab. 1 mostra os valores de R_a obtidos para ambas as peças, ainda são apresentados a média aritmética e o desvio-padrão.

Tabela 1. Resultados da medição de R_a

	Peça 1	Peça 2
Indicação	R_a (μm)	R_a (μm)
1	0,90	11,04
2	0,88	10,88
3	0,88	10,94
4	0,86	11,02
5	0,86	10,92
Média	0,88	10,96
Desvio-padrão	0,02	0,07

Na Tab. 1, observa-se que os valores médios de R_a obtidos foram de $0,88 \mu\text{m}$ e $10,96 \mu\text{m}$ para as peças 1 e 2, respectivamente. Isto denota que o acabamento superficial das peças é muito diferente. Constata-se, ainda, que a peça 2 apresentou o maior valor de desvio-padrão. Para ambas as peças pode-se concluir que os resultados são precisos.

As Figs. 1 e 2 mostram respectivamente o perfil de rugosidade efetivo da primeira medição efetuada nas Peças 1 e 2, respectivamente. Observa-se, no perfil da Peça 1, a presença de ondulações de caráter periódico, além de vales pontiagudos e picos mais ovalizados indicando a predominância dos picos. Enquanto que o perfil da Peça 2 apresenta picos estreitos e isolados causando uma maior concentração de material na parte inferior do perfil e, conseqüentemente, a linha média situa-se mais próxima dos vales do perfil.

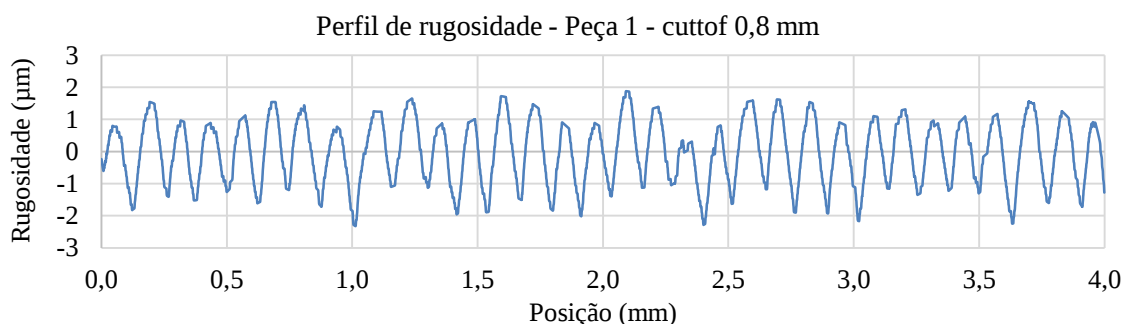


Figura. 1. Perfil bidimensional da rugosidade da Peça 1

Perfil de rugosidade - Peça 2 - cuttof 2,5 mm

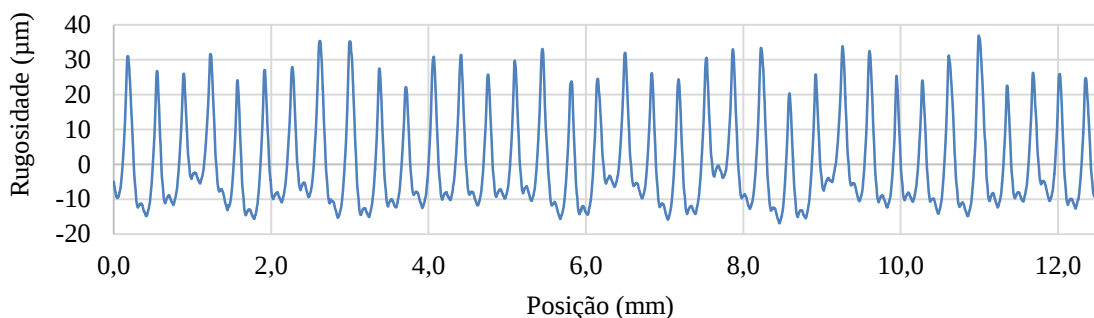


Figura. 2. Perfil bidimensional da rugosidade da Peça 2

A Fig. 3 mostra os histogramas das ordenadas dos pontos de cada perfil de rugosidade.

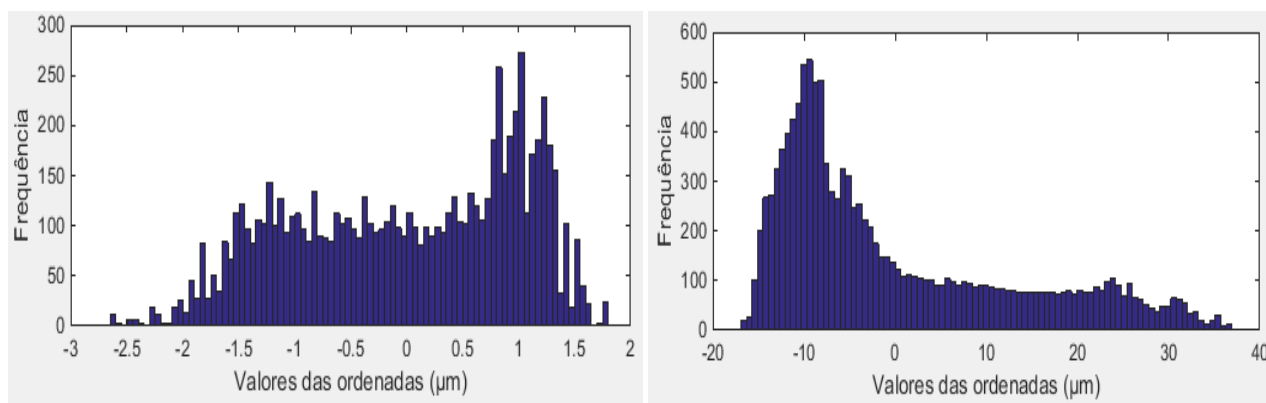


Figura 3. Histogramas das ordenadas da primeira medição das Peças 1 e 2, respectivamente.

Observa-se na Fig. 3 que a variável de saída apresenta um comportamento diferente em cada caso, e que os formatos das distribuições são diferentes da distribuição normal.

A Fig. 4 mostra os valores dos parâmetros de convergência do MCA obtidos.

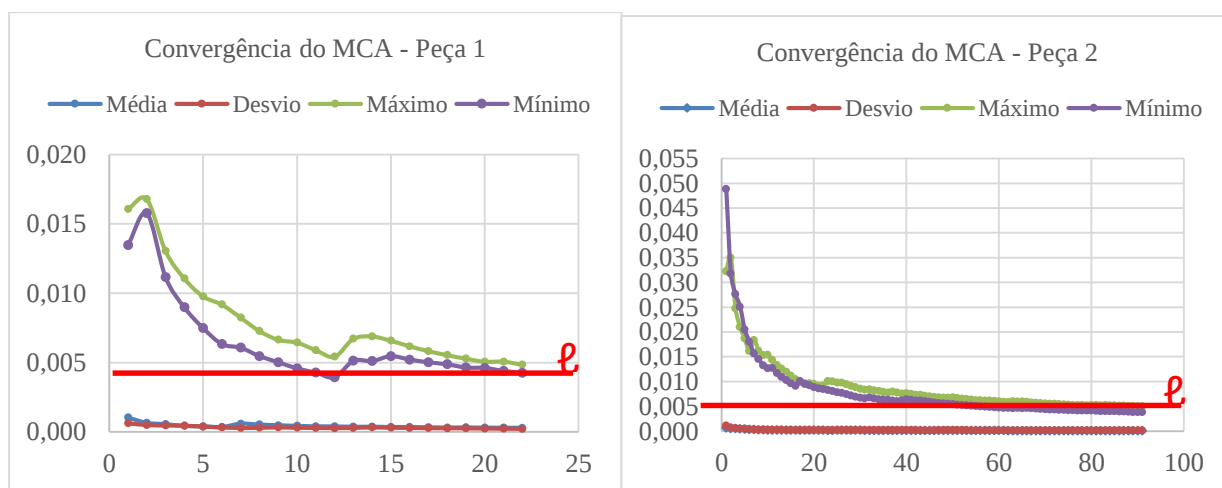


Figura 4. Valores dos parâmetros de convergência do método de MCA para o Ra – Peças 1 e 2, respectivamente.

A partir da Fig. 4, se conclui que todos os parâmetros utilizados para avaliar a convergência atendem a tolerância numérica especificada de 0,005 μm na 22ª simulação para a Peça 1, enquanto que para a Peça 2 o critério de convergência é alcançado na 91ª simulação.

Tabela 2. Incerteza expandida (95%) associada à medição de Ra – Resultados expressos em μm

	Ra	U (MCA)	U (GUM)
Peça 1	0,88	0,2737	0,2750
Peça 2	10,96	0,5871	0,5944

Observa-se que os valores de incerteza expandida obtidos por meio da aplicação do GUM e GUM S1 são similares, sendo que aqueles fornecidos pelo GUM são ligeiramente maiores. As diferenças encontradas são da ordem de 0,5% para a Peça 1 e de 1,2% para a Peça 2.

4. CONCLUSÃO

Os valores das ordenadas do perfil de rugosidade, que servem como base para a avaliação da incerteza de medição do Ra, não seguem uma distribuição normal de probabilidade e, portanto, o GUM não é recomendado para avaliar a incerteza de medição neste caso.

Os valores de incerteza expandida obtidos por meio da aplicação do GUM e GUM S1 são similares, sendo que aqueles fornecidos pelo GUM são ligeiramente maiores. Embora a distribuição dos pontos não possua uma função densidade de probabilidade normal, a proximidade dos resultados do GUM e MCA indica que a metodologia do GUM pode também ser utilizada. Esta paridade deve-se ao fato do modelo matemático da medição de Ra ser linear, entretanto para modelos matemáticos mais complexos a aplicação do GUM pode se tornar inviável.

O critério de convergência obteve valores menores que a tolerância numérica com 22 e 91 simulações para as Peças 1 e 2, respectivamente. A convergência mais demorada para a Peça 2 ocorre devido ao maior desvio-padrão das leituras de Ra e da maior variabilidade dos pontos que compõem o perfil.

5. REFERÊNCIAS

- BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 2004, Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM) — Supplement 1: Numerical methods for the propagation of distributions.
- BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 2008a, International Vocabulary of Metrology—Basic and General Concepts and Associated Terms (IVM). JCGM 200, 104p.
- BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 2008b, Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. JCGM 100:2008, 131p.
- BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 2008c, Evaluation of Measurement Data Supplement 1 to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement-Propagation of distributions using a Monte Carlo method. Bureau International des Poids et Mesures. JCGM 101, 90p.
- BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 2011, Evaluation of Measurement Data-Supplement 2 to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement-Extension to any number of output quantities. Bureau International des Poids et Mesures. JCGM 102.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem às instituições CNPq, CAPES-PROEX e à FAPEMIG.

7. ABSTRACT

This work aims to evaluate the measurement uncertainty associated with the arithmetic average roughness (Ra) from the ordinates of the profile points. For this intention, the average roughness Ra of two pieces was measured using an electro-mechanical digital portable roughness tester an electro-mechanical manufactured by Taylor Hobson model surtronic 3+. The uncertainty associated with the measurement was calculated using the adaptive Monte Carlo method (MCA). Then it calculated the uncertainty associated with the measurement using the adaptive Monte Carlo method (AMC). To evaluate the reliability of the method the results obtained were compared with those obtained by the GUM. It was observed that the MCA provided similar uncertainty values to those obtained by the GUM, the differences are of the order of 0.5% for Piece 1 and 1.2% for Piece 2. The convergence criterion has been met with 22 and 91 Monte Carlo simulations for Pieces 1 and 2, respectively.

8. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.