

AVALIAÇÃO NUMÉRICA DE UM AMORTECEDOR DE MASSA AUXILIAR SINTONIZÁVEL UTILIZANDO AMORTECEDOR POR ATRITO

Humberto Tronconi Coelho, Laboratório de Sistemas Mecânicos, humbertohtc@doutorado.ufu.br

Francisco Paulo Léopore Neto, Laboratório de Sistemas Mecânicos, flepore@mecanica.ufu.br

Marcelo Braga dos Santos, Laboratório de Sistemas Mecânicos, mbsantos@mecanica.ufu.br

Resumo. *Sabe-se que o desempenho de Amortecedores de Massa Auxiliar (AMA) é susceptível a alterações na frequência ou na natureza da força de excitação. Portanto, para aprimorar a robustez de um AMA é necessário projetar novos sistemas que se adaptem à excitação. Nesse trabalho um amortecedor por atrito, que é uma associação em série de uma mola e um acoplamento por atrito, é utilizado para ajustar o AMA ao mesmo tempo que dissipa a energia mecânica da massa principal, ou seja, modificando a força normal no riscador o amortecedor por atrito altera o coeficiente de amortecimento equivalente e a rigidez da suspensão do AMA. Três estratégias de controle da força normal e duas combinações entre elas são estudadas: i) Assume-se que a força normal é constante; ii) A força normal é obtida através da solução da equação do movimento assumindo-se um deslocamento nulo da massa principal; iii) A força normal é obtida baseada nas condições das variáveis de estado do sistema vibratório, garantindo que a direção da força de atrito promova o movimento da massa principal rumo à sua posição de equilíbrio estático. O desempenho do AMA sintonizável proposto é avaliado baseado nas suas curvas de receptância e na resposta temporal à uma excitação tipo varredura em frequência.*

Palavras chave: *Amortecedor de Massa Auxiliar Sintonizável, Absorvedor Amortecido Variável, Atenuação de Vibração e Amortecedor por Atrito.*

1. INTRODUÇÃO

Absorvedores dinâmicos promovem uma solução barata e eficiente na redução de vibração de muitos sistemas complexos, de virabrequins à linhas de transmissão, carcaças de máquinas, painéis estruturais, grandes conjuntos de turbomáquinas, entre outros (Espindola *et al*, 2009). Massas auxiliares são frequentemente anexadas à sistemas vibratórios por molas e amortecedores para reduzir as amplitudes de vibração do sistema. Dependendo da aplicação, esses sistemas de massa auxiliar recaem em duas classes distintas. Um Absorvedor Dinâmico de Vibração (ADV) é uma massa auxiliar em uma mola, cujo fator de amortecimento é tão pequeno quanto possível, uma vez que ele é ajustado para a frequência de excitação uma antirressonância é inserida no sistema nessa frequência reduzindo as amplitudes de vibração do sistema primário. E, quando é necessário prover amortecimento, um sistema auxiliar é anexado à estrutura funcionando como uma forma particular de amortecedor, chamado de Amortecedor de Massa Auxiliar (AMA), que é uma extensão do conceito do ADV (Harris e Piersol, 2002).

Um dispositivo como esse possui seus parâmetros físicos ajustáveis, e associado à lei de controle correta é possível tirar vantagem dessa capacidade e se adaptar à diferentes tipos de excitações impostas, mitigando a vibração excessiva. Para casos especiais, quando perfeitamente ajustado à frequência da força de excitação, ele pode eliminar por completo a vibração através da criação de uma antirressonância na frequência de vibração (Chatterjee, 2010). Adicionalmente, a necessidade de energia para o ajuste do AMA é muito menor que a energia necessária para alcançar a mesma atenuação utilizando atuadores ativamente.

Neste trabalho é apresentado o modelo físico-matemático do amortecedor por atrito, as estratégias de controle para a força normal do amortecedor por atrito e resultados numéricos comparando as estratégias. Uma avaliação das curvas de receptância e da resposta temporal a uma excitação tipo varredura em frequência é feita e utilizada para quantificar o desempenho do AMA.

2. ABORDAGEM TEÓRICA

O modelo numérico do sistema vibratório acoplado por uma junta de atrito ao Amortecedor de Massa Auxiliar Sintonizável (AMAS) é baseado na integração numérica das equações de movimento da estrutura utilizando a metodologia proposta por Lu *et al* (2006) que utiliza a formulação em espaço de estados do sistema linear, formulando as forças de natureza não linear como parte das forças de excitação.

Neste trabalho um amortecedor por atrito, que é uma associação de uma mola e um acoplamento por atrito, é utilizado para ajustar o AMAS ao mesmo tempo que dissipa a energia mecânica da massa principal, ou seja,

modificando a força normal no riscador o amortecedor por atrito altera o coeficiente de amortecimento equivalente e a rigidez da suspensão do AMAS.

O sistema vibratório simulado nesse trabalho apresentado na Fig. (1a) possui dois Graus de Liberdade (GDL), uma para cada uma das massas m_1 e m_2 representados pelos deslocamentos x_1 e x_2 , respectivamente. A suspensão do sistema vibratório é composta pela rigidez k_1 e pelo amortecimento c_1 . A do AMAS é composta pela rigidez k_2 e o amortecimento c_2 , como elementos lineares, e pelos componentes não lineares caracterizados pela rigidez tangencial k_T e o acoplamento por atrito cujo valor limite da força de atrito estático é $\mu N(t)$.

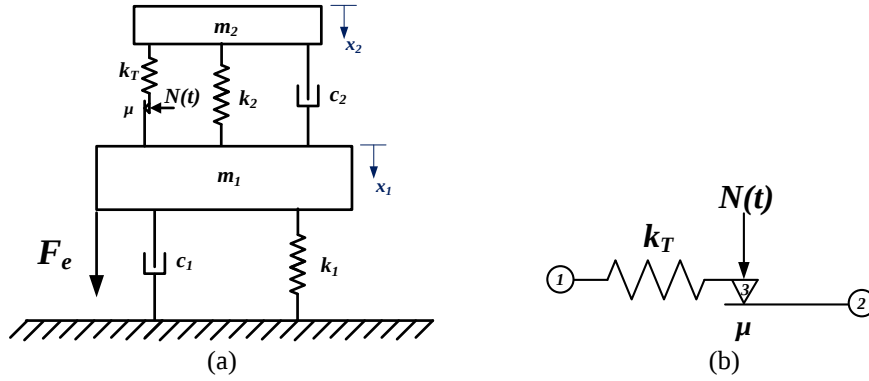


Figura 1. (a) Modelo do sistema vibratório com acoplamento por atrito e (b) modelo do acoplamento por atrito

A massa m_1 se refere ao sistema vibratório, mas nesse texto, também pode ser referida como massa primária ou sistema primário. E a massa m_2 é referida como massa do absorvedor, mas também como massa secundária, sistema secundário ou mesmo como AMAS propriamente. O AMAS preserva o mesmo princípio de funcionamento do ADV, onde as forças de excitação estão presentes apenas no sistema primário.

O amortecedor por atrito é representado na Fig. (1b) cujos nós 1 e 2 são, respectivamente, partes das massas m_1 e m_2 , assim a força F_{12} entre os nós 1 e 2 pode ser escrita como se segue:

$$F_{12} = \begin{cases} k_T(x_2 - x_1) & \text{se } k_T(x_2 - x_1) \leq \mu N \\ \mu N & \text{se } k_T(x_2 - x_1) > \mu N \end{cases} \quad (1)$$

Pode-se observar que o valor da força normal é o parâmetro controlador que influencia na configuração do amortecedor. Portanto, medindo e controlando a força normal é possível modificar a condição do contato e realizar um controle semiativo da vibração. A equação que rege o movimento do sistema vibratório é dada como:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} F_{12} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} F_e \quad (2)$$

Onde F_e é a excitação externa e conforme proposto por Lu *et al* (2006), a modelagem da força não linear do contato F_{12} é feita como parte das forças de excitação. O vetor à esquerda de F_e mostra que tal força age apenas em m_1 e o vetor a esquerda de F_{12} mostra que tal força age nos dois graus de liberdade, porém em sentidos opostos.

3. ESTRATÉGIAS DE CONTROLE

A adaptabilidade do sistema é alcançada utilizando-se estratégias de controle eficiente que usam informações sobre as condições do movimento do sistema vibratório e, como resposta, fornecem o nível de força normal necessário para mudar o comportamento do sistema e reduzir as amplitudes de vibração.

Em E1 a força normal é constante o tempo todo independente do movimento do sistema, o objetivo dessa estratégia é garantir que o AMAS e a junta por atrito estão atuando e mudando o comportamento do sistema.

Na estratégia E2 o valor da força normal é obtido a partir da resolução da equação do movimento assumindo-se um deslocamento nulo da massa principal, ou seja, a força no acoplamento apresentará o mesmo módulo porém em sentido oposto à resultante das forças de excitação na massa m_1 .

Portanto, a partir da equação do movimento de m_2 obtém-se o valor da força normal assumindo-se x_1 e suas derivadas nulas. Assim da equação do movimento da massa m_2 , assumindo que a força no acoplamento por atrito é dada conforme Eq. (1) e que o acoplamento sempre irá produzir uma força na eminência do escorregamento, tem-se que a força normal pode ser definida pela Eq. (3), cuja necessidade de valores absolutos é válida uma vez que a força normal pode assumir apenas valores positivos.

$$N_1 = \frac{|m_2\ddot{x}_2 + c_2\dot{x}_2 + k_2x_2|}{\mu} \quad (3)$$

As demais estratégias de controle utilizadas neste trabalho são baseadas em gerar uma resistência ao sistema quando se afasta do EE (Equilíbrio Estático), na qual a força normal é obtida baseada nas condições das variáveis de estado do sistema vibratório que garantem que a direção da força de atrito promova o movimento da massa principal em direção ao seu EE conforme a Tab. (1).

Tabela 1. Condições do movimento do sistema mecânico.

Variáveis de estado da massa principal m_1		Direção desejada para F_{12}	Comparação entre $\vec{x}_1$ e $\vec{x}_2$	Direção resultante da força de atrito F_{12}	Valor da força normal N_1
Posição	Velocidade				
$\vec{x}_1 > 0$	$\vec{x}_1 > 0$	Negativa	$\vec{x}_2 < \vec{x}_1$	Negativa	N_1
			$\vec{x}_2 > \vec{x}_1$	Positiva	Nula
	$\vec{x}_1 < 0$	Negativa	$\vec{x}_2 < \vec{x}_1$	Negativa	N_1
			$\vec{x}_2 > \vec{x}_1$	Positiva	Nula
$\vec{x}_1 < 0$	$\vec{x}_1 > 0$	Positiva	$\vec{x}_2 < \vec{x}_1$	Negativa	Nula
			$\vec{x}_2 > \vec{x}_1$	Positiva	N_1
	$\vec{x}_1 < 0$	Positiva	$\vec{x}_2 < \vec{x}_1$	Negativa	Nula
			$\vec{x}_2 > \vec{x}_1$	Positiva	N_1

Tal tabela garante quando a força normal deverá ser imposta e qual será seu valor, que para a estratégia E3 é dada por:

$$N_1 = \frac{k_T(x_2 - x_1)}{\mu} \quad (4)$$

Para a estratégia E4 a força normal é dada pela Eq. (3) utilizada em E2. Já a estratégia E5 o valor da força normal é tido como constante, similarmente à utilizada em E1.

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Um ADV tradicional, em sua forma mais simples, aplicado a um sistema de um GDL, é obtido adicionando-se um conjunto massa-mola auxiliar no sistema, e seus valores são ajustados para responder à frequência de excitação. Então a força de excitação e a força de mola no sistema principal terão o mesmo módulo porém em sentidos opostos para qualquer instante de tempo, fazendo com que o deslocamento da massa principal seja nulo.

O AMA e o AMAS são extensões do conceito do DVA, também são massas auxiliares anexadas à massa principal com a mesma rigidez, mas apresentam um amortecimento significativo, e para o segundo caso, esse amortecimento é ajustável de alguma forma. A literatura nos fornece uma metodologia para calcular o amortecimento ótimo para massas auxiliares de acordo com os parâmetros do sistema físico primário e com os valores de massa e rigidez do sistema auxiliar. Harris e Piersol (2002) nos mostra que esse amortecimento ótimo pode ser encontrado através da Eq. (5). Esse amortecimento ótimo promove a melhor atenuação possível para ambos os picos ressonantes do sistema de 2 GDL que o sistema principal de 1 GDL se transforma quando a massa auxiliar é adicionada.

$$\zeta_{\text{ótimo}} = \sqrt{\frac{3\alpha}{8(1+\alpha)^3}} \quad (5)$$

Onde α é a razão entre a massa auxiliar (m_2) e a massa do sistema primário (m_1).

Harris e Piersol (2002) apresentam ideias sobre o efeito da razão de massas (m_2/m_1) na frequência natural ω_n do sistema composto para a razão da frequência natural do sistema auxiliar ω_2 com a frequência natural do sistema primário ω_1 .

A fim de favorecer o desempenho do amortecimento ótimo escolheu-se as seguintes razões $\omega_2/\omega_1 = 1$ e $m_2/m_1 = 0,1$. Essas razões foram escolhidas para que as estratégias também tenham uma boa resposta para ter seus desempenhos comparados. Então para obter os resultados numéricos apresentados nessa seção foram utilizados os seguintes valores para os parâmetros físicos do sistema primário, que são representativos de uma bancada experimental já utilizados em

trabalhos precedentes (Coelho *et al*, 2014), $m_1 = 4,274 \text{ kg}$, $c_1 = 33,175 \text{ Ns/m}$ e $k_1 = 60,5 \text{ k N/m}$, e $m_2 = 0,4274 \text{ kg}$, $c_2 = 10 \text{ Ns/m}$ e $k_2 = 6,05 \text{ k N/m}$ para o sistema secundário.

Os parâmetros de contato utilizados foram a rigidez tangencial $k_T = 636,3 \text{ k N/m}$ e o coeficiente de atrito $\mu = 0,375$.

Para avaliar o desempenho das leis de controle propostas, elas foram aplicadas para o controle do sistema de 1 GDL mencionado anteriormente excitado por uma força harmônica de 5 N . A excitação harmônica com varredura em frequência foi incrementada a passos de $1,0 \text{ Hz}$ de 5 Hz até 100 Hz para a obtenção das receptâncias. E para a resposta temporal em regime permanente utilizou-se 10 períodos, e assumiu-se que o regime permanente foi alcançado após 10 períodos de oscilação, parâmetros estes escolhidos após a observação da resposta dos sistema na ressonância.

Para estratégias com valores de força normal constante o valor aplicado foi $N_1 = 10 \text{ N}$. Assim a Fig. (2) apresenta a curvas de receptância sendo comparada com a da vibração livre e a receptância do amortecimento ótimo.

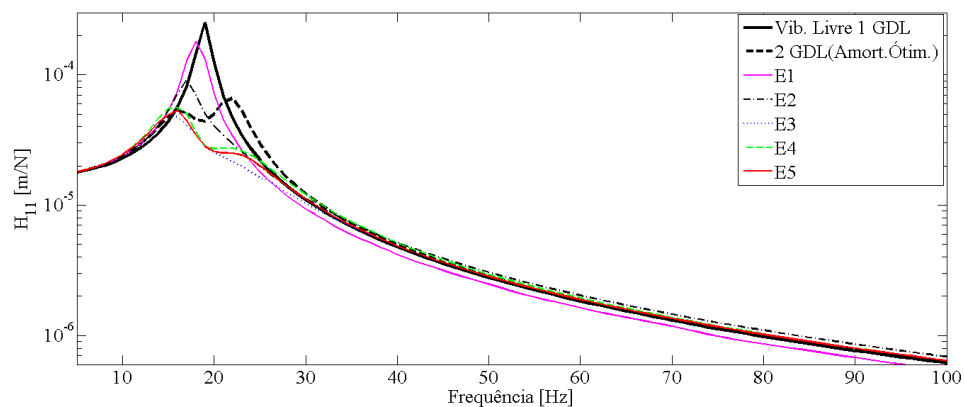


Figura 2. Curvas de receptância – Prioridade de desempenho do amortecimento ótimo

Pode-se notar que, apesar de todas as estratégias apresentarem melhoras em relação à vibração livre, apenas E3, E4 e E5 com a mesma atenuação do pico de $18,99 \text{ dB}$, apresentaram melhores resultados que o amortecimento ótimo com uma atenuação de $15,13 \text{ dB}$. Todos esses quatro casos atingiram uma boa supressão do pico ressonante. E1 e E2 não conseguiram bons resultados, obtendo atenuações de $5,58 \text{ dB}$ e $14,05 \text{ dB}$, respectivamente. Isso já era esperado porque o E1 possui o conceito mais pobre dentre as estratégias apenas com um valor constante para a força normal e o E2 por não considerar o movimento da massa primária em seu cálculo.

Se as estratégias tiverem a prioridade de desempenho as razões escolhidas seriam $\omega_2/\omega_1 = 0,5$ e $m_2/m_1 = 0,4$, mudança essa que altera apenas o valor da massa do sistema secundário para $m_2 = 1,7096 \text{ kg}$, todos os demais valores permanecem os mesmos, e os resultados são conforme apresentados na Fig. (3).

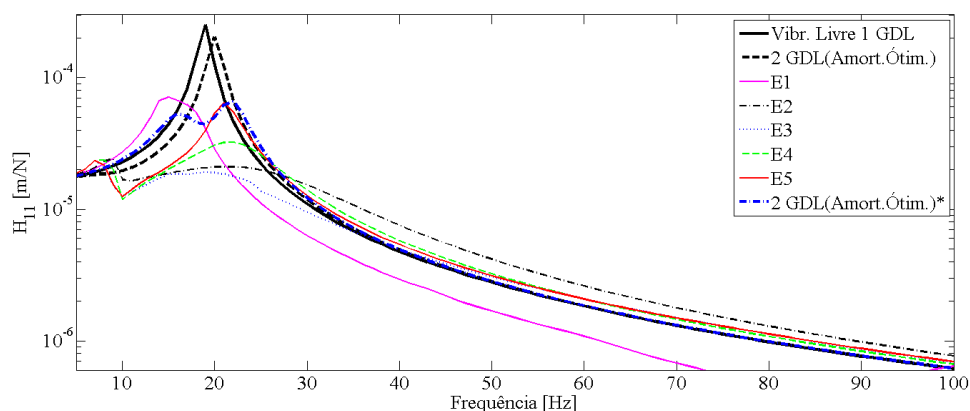


Figura 3. Curvas de receptância – Prioridade de desempenho das estratégias

Pode-se notar que todas as estratégias apresentam melhoras ao longo de toda a banda, exceto para a E5 que apresentou um comportamento pior entre 20 Hz e 30 Hz . E2, E3 e E4 apresentaram uma boa atenuação do pico ressonante, para as duas primeiras, o pico foi suprimido quase que totalmente. Também pode-se notar que a resposta do amortecimento ótimo não é tão boa quanto à apresentada na Fig. (2) (e que é novamente representada na Fig. (3) com

uma indicação com o símbolo (*) na legenda), com um atenuação de apenas 6,67dB. Enquanto que E1, E2, E3 e E4 melhoraram para atenuações de 15,77 dB, 21,7 dB, 22,4 dB e 18,94 dB, respectivamente. E quantificando a piora no comportamento da E5 a atenuação para tais razões foi de 16,02 dB. Isso significa que, apesar da resposta do amortecimento ótimo ter piorado em mais de 200% para essas razões, quase todas as estratégias apresentaram desempenhos melhores, o percentual relativo de melhora comparado com as atenuações das razões anteriores para a E1, E2, E3 e E4 foram 60,3 %, 73,7 %, 52,4 % e 42,6 %, respectivamente. O percentual relativo da piora da E5 foi de 20,5 %. Isso ocorre devido ao fato de que, apesar dessa estratégia considerar as condições das variáveis de estado do sistema vibratório, ela utiliza apenas um valor constante de força normal para agir contra a vibração, isso faz com que a estratégia tenha dificuldades de atingir bons resultados para tais razões de massa e frequência.

Esses resultados nos mostram que, quando o amortecimento ótimo não consegue bons resultados, o AMAS e suas estratégias conseguem boas respostas, ou mesmo quando o amortecimento ótimo consegue bons resultados, o AMAS e suas estratégias conseguem resultados melhores. E a resposta temporal do deslocamento da massa principal à uma excitação tipo varredura em frequência apresentada na Fig. (4) comprovam esses bons resultados, uma vez que as linhas horizontais indicam as amplitudes máximas e mínimas de cada estratégia.

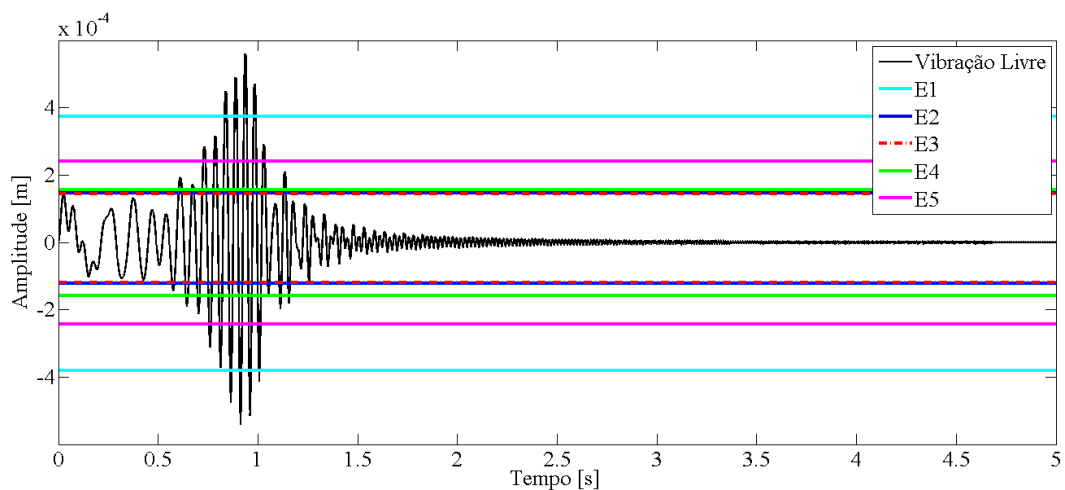


Figura 4. Respostas temporais – Prioridade de desempenho das estratégias

Note que a redução nas amplitudes de deslocamento é evidente em todos os casos. A E1 foi a que apresentou as maiores amplitudes, fato que reflete no maior pico na receptância vista na Fig. (3) dentre as estratégias. A vibração livre apresentou uma amplitude de deslocamento máxima de 0,56 mm. Já as E1, E2, E3, E4 e E5 apresentaram módulos de deslocamentos máximos de 0,38 mm, 0,11 mm, 0,10 mm, 0,15 mm, e 0,24 mm, respectivamente.

Em geral, pode-se notar que os resultados dos deslocamentos vão de acordo com o resultados das receptâncias. E2 e E3 e ainda são as melhores estratégias quando se analisa os deslocamentos no tempo. Estratégias com valores de força normal constante (E1 e E5) apresentaram resultados menos expressivos.

5. CONCLUSÃO

O modelo de um amortecedor de massa auxiliar sintonizável utilizando um amortecedor por atrito foi apresentado, com seus modelos físicos e matemáticos. Estratégias de controle semiativas forma propostas e analisadas no tempo e na frequência. Os resultados foram comparados com o amortecimento ótimo proposto na literatura, que é recomendado para casos similares e possui sua eficiência comprovada.

Os resultados das receptâncias mostraram que algumas razões de massa e frequência podem afetar o desempenho do amortecimento ótimo e também do AMAS. Algumas razões dão ao amortecimento ótimo uma preferência por melhores desempenhos e outras dão às estratégias tal preferência. Uma boa conclusão pode ser feita a partir dessa frase, uma vez que o AMAS pode prover uma boa supressão mesmo quando o amortecimento ótimo não pode, e mesmo quando o amortecimento ótimo consegue bons resultados, o AMAS e suas estratégias conseguem resultados melhores. Mostrando que o AMAS é uma boa alternativa para o amortecedor de massa auxiliar tradicional para casos onde seu desempenho não é bom o suficiente para justificar o seu uso.

O desempenho do AMAS foi satisfatório uma vez que promoveu atenuações das amplitudes de vibração da massa primária maiores que 10 vezes no pico ressonante, ou seja, a atenuação excedeu 20 dB. E comparando as respostas temporais para o sistema vibratório de 1 GDL livre e quando o AMAS foi utilizado fica claro que o pico ressonante foi suprimido.

Para estudos futuros está incluso e em andamento o projeto de uma bancada experimental para a validação dos resultados numéricos aqui apresentados.

6. REFERÊNCIAS

- Chatterjee S. Optimal Active Absorber with Internal State Feedback for Controlling Resonant and Transient Vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 329, p.5397-5414, 2010.
- Coelho, H.T., Santos, M.B. e Lepore Neto, F.P. Control Strategies for Friction Dampers: Numerical Assessment and Experimental Investigations. *Second International Brazilian Conference on Tribology – TriboBR 2014*, p.1-11, 2014.
- Espindola J.J. et al. On the Passive Control of Vibrations with Viscoelastic Dynamic Absorbers of Ordinary and Pendulum Types. *Journal of the Franklin Institute*, 347, p.102-116, 2009.
- Harris, C.M. e Piersol, A.G. *Harris' Shock and Vibration Handbook*. Fifth Edition. McGraw-Hill HANDBOOKS, 2002.
- Lu, L.-Y.; Chung, L.-L.; Wu, L.Y. e Lin, G.-L. Dynamic Analysis of Structures with Friction Devices Using Discrete-Time State-Space Formulation. *Computers and Structures*. Taiwan, v. 84, p. 1049-1071, 2006.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores são gratos às agências e instituições as quais têm dado suporte a este projecto de pesquisa: Capes, Fapemig e CNPq.

8. ABSTRACT

It's well known that the Auxiliary Mass Damper's (AMD) performance is susceptible to changes in the frequency or in the excitation force's nature. Therefore, to improve the robustness of the AMD it's necessary to design new systems which are adaptable to the excitation. In this work a friction damper, which is an association in series of a spring and a scratcher, is used to tune the AMD at the same time it dissipates the mechanical energy of the principal mass, i.e., changing the normal force on the scratcher the friction damper changes the equivalent damping coefficient and the stiffness of the AMD's suspension. Three normal force control strategies, and two combinations of them, are studied: i) The normal force is assumed constant; ii) The normal force is obtained from the solution of the equation of motion assuming null displacement for the principal mass; iii) The normal force is obtained based on the vibratory system's state variables condition, guarantying that the direction of the friction force promotes the movement of the principal mass toward its static equilibrium position. The performance of the proposed tunable AMD is evaluated based on its receptance curves and time response to a sweep sine excitation.

9. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

O(s) autor(es) é (são) os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.