

Ajuste de curva B-Spline com peso e baixo número de pontos de controle

Carlos Eduardo Fanti, Laboratório de Automação e Robótica, carlosfanti@gmail.com

João Carlos Mendes Carvalho, Laboratório de Automação e Robótica, jcmendes@mecanica.ufu.br

Resumo. A utilização da B-spline com peso apresenta algumas vantagens na aproximação de curvas quando um conjunto de pontos é conhecido pois o peso representa a importância do ponto na geração da curva. Assim, este trabalho tem por função apresentar estudo sobre digitalização e reconstrução de superfícies 3D utilizando B-spline com peso. As atividades consistem na geração de uma nuvem de pontos utilizando um digitalizador 3D, utilização de um método de redução de pontos pelo cálculo de centros de massa para uma redução expressiva da quantidade de pontos lidos pelo digitalizador 3D, a análise do número de inversões para estimação de número ótimo de pontos de controle e a análise de pesos por meio de raios e ângulos internos do polígono formado pelos centros de massa. A partir desses dados é possível ajustar a curva B-Spline com peso para cada fatia da nuvem de pontos e por fim fazer a união destas curvas para formar a superfície digitalizada e tratada do objeto.

Palavras chave: reconstrução superfície, B-Spline, nuvem de pontos

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por finalidade apresentar a metodologia de reprodução de uma superfície 3D a partir de uma nuvem de pontos que representam essa superfície. O método é explicado passo-a-passo desde a obtenção da nuvem até a superfície renderizada.

2. GERAÇÃO DA NUVEM DE PONTOS

Está em testes a operacionalização de um digitalizador de superfícies utilizando sensor laser. Por ainda não ser possível obter os pontos da superfície, foi gerada uma nuvem de uma linha e, a partir da densidade de pontos foi gerada a seção transversal do objeto.

A análise dos pontos lidos pelo digitalizador foi determinada a sensibilidade R_a , Fig. 1. Com essa sensibilidade foi contabilizada a quantidade de pontos para cada intervalo de R_a e a densidade superficial de pontos para cada faixa de intervalo de $n \cdot R_a$, $n=1$ a 5, Fig. 1.

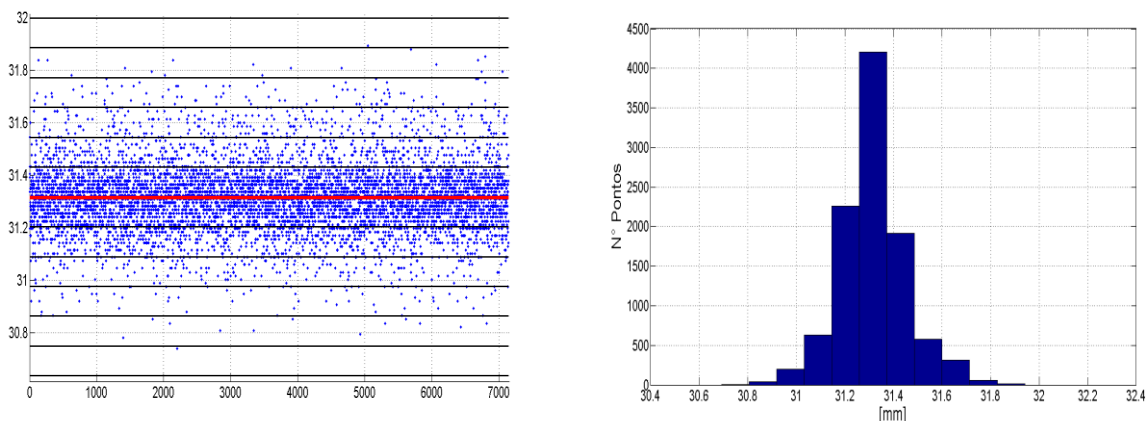


Figura 1. Histograma com faixas distantes de R_a

Com os valores de densidade foi gerada uma nuvem de pontos em torno de uma curva dada, utilizando um gerador randômico sendo um exemplo apresentado na Fig. 2.

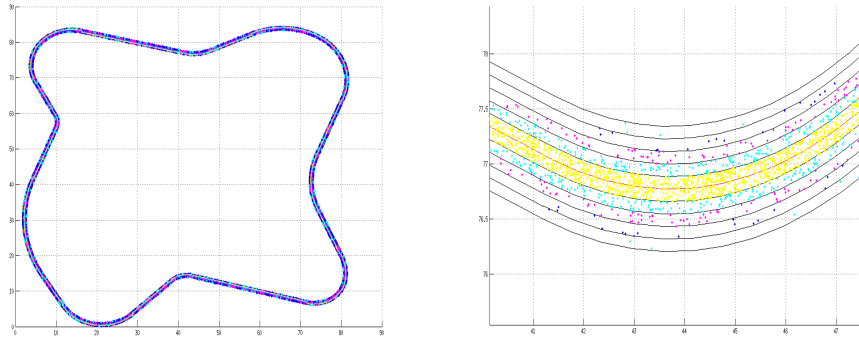


Figura 2. Nuvem de pontos gerada em função da densidade obtida no digitalizador

3. MÉTODO DE REDUÇÃO DE PONTOS

A nuvem pontos gerada na curva da Fig. 2 possui 77.146 pontos sendo, portanto, inviável utilizar todos estes pontos para aproximar uma curva. Para contornar este problema é necessário fazer uma redução da quantidade de pontos. O método apresentado consiste em fazer uma malhagem da nuvem de pontos no plano XY com retângulos onde suas dimensões são definidas em função da dimensão da nuvem e em função do Ra. Para cada região é calculado seu centro de massa, considerando cada ponto tendo massa unitária.

Dentre este conjunto de centros de massa estão alguns que são muito prováveis de pertencerem à curva real e outros que são apenas erros. Para a seleção dos centros de massa mais prováveis é utilizado o procedimento do produto entre a distância entre eles e a densidade de pontos em cada região, resultando em um conjunto de 167 pontos (AQUINO, 2009, AQUINO et al., 2009), Fig. 3.

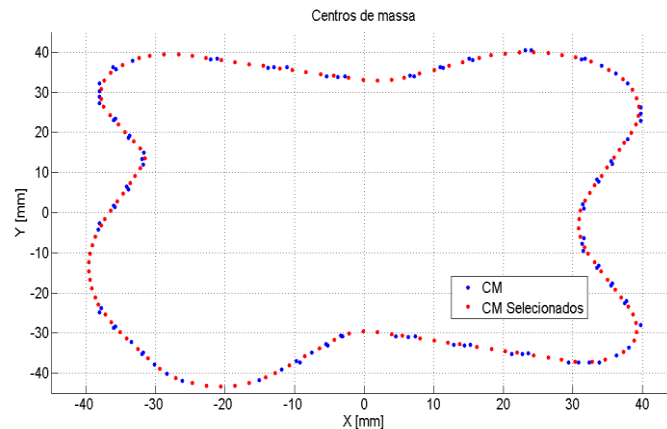


Figura 3. Exemplo de resultado da seleção dos centros de massa

4. CÁLCULO DA QUANTIDADE DOS PONTOS DE CONTROLE

Utilizando a propriedade de que um ponto de controle tem a função de “puxar” a curva na sua direção, definindo a curvatura, foi gerada uma função para contabilizar a quantidade de inversões e assim estimar um valor mínimo de pontos de controle para o ajuste da *B-Spline* com peso.

Para isso, foi utilizado o produto vetorial de vetores consecutivos formados pelos centros de massa ordenados no sentido horário, da seguinte maneira:

$$\{\vec{P_0P_1} \times \vec{P_1P_2}, \vec{P_1P_2} \times \vec{P_2P_3}, ..., \vec{P_nP_0} \times \vec{P_0P_1}\} \quad (1)$$

Sendo os vetores coplanares ao plano XY, o produto vetorial fornece um vetor na direção perpendicular ao plano XY. Analisando o sinal desta componente é possível identificar se a curva é côncava ou convexa.

A partir desse resultado, foram eliminados os centros de massa que eram quase lineares. Para os demais, a cada inversão de curvatura foram considerados três pontos de controle. Dessa forma o conjunto de pontos de controle para o ajuste da *B-Spline* fica definido.

5. ESTIMAÇÃO DO PESO

Para a definição dos pesos foram utilizados dois parâmetros: o raio da circunferência e o ângulo interno formado por três pontos consecutivos, conforme esquematizado na Fig. 4.

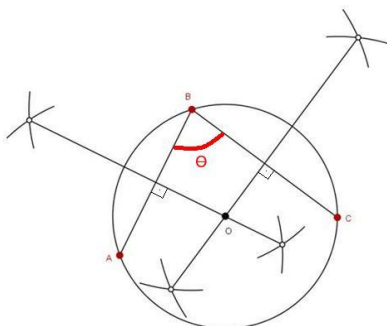


Figura 4. Regra das mediatrizes para definição do raio da circunferência e do ângulo interno formado por três pontos consecutivos.

O peso de cada ponto é obtido em função do desvio padrão do conjunto de raios e ângulos.

6. TRAÇADO DA B-SPLINE COM PESO

O algoritmo utilizado para ajustar a curva *B-Spline* com peso utiliza a técnica dos mínimos quadrados (PIEGL e TILLER, 1997). Neste algoritmo é possível definir a quantidade de pontos de controle, o método de escolha dos nós, quais os pontos que devem ser aproximados e quais devem ser interpolados e ainda definir a derivada nos pontos. Para esse estudo foram definidas as derivadas nos pontos inicial e final bem como a aproximação da curva em todos os pontos.

Para garantir a continuidade da curva, ao final do método é aplicada a técnica de *Wrapping*, onde primeiramente a curva é tratada como *unclamped* para, posteriormente, obter seu fechamento utilizando a repetição do espaço entre os nós, Fig. 5 (PEREIRA e CARVALHO, 2014).

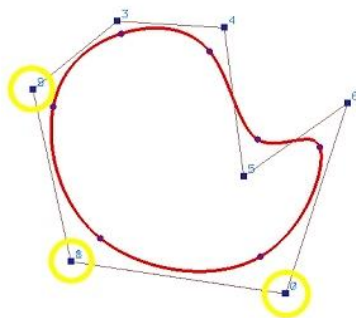


Figura 5. Curva *B-Spline* fechada com continuidade C^2

7. SUPERFÍCIES TRIDIMENSIONAIS

Do item 3 ao 6 é apresentada a metodologia para gerar a curva *B-Spline* com peso em um plano. Porém, quando a nuvem de pontos adquirida com o digitalizador é tridimensional portanto, sendo necessário gerar a curva na direção transversal. Uma técnica utilizada para isso é a de fatiamento, onde a nuvem de pontos é “separada” em várias fatias, sendo analisada cada fatia separadamente e depois unidas para gerar a superfície ajustada, Fig. 6.

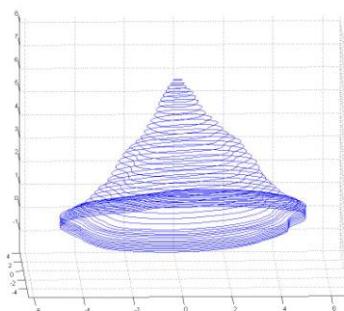


Figura 6. Técnica do fatiamento

As curvas estando ajustadas para cada fatia é necessário uni-las de maneira a representar uma superfície em malha. Este processo consiste em ligar pontos de uma curva a seguinte que, neste trabalho, será feita a ligação dos nós. No entanto, existe o problema da variação da quantidade de pontos de controle de uma curva para a outra, sendo necessário um pré-tratamento para a melhor conexão destes pontos.

Isso é possível pela inserção ou remoção de pontos de controle sem a alteração da curva primitiva (PIEGL e TILLER, 1997). Também serão utilizados outros dois tipos de ligações: a) de maneira contínua, 1 nó para 1 nó, Fig. 7a, ou b) de maneira triangular, 2 nós para 1 nó, Fig. 7b.

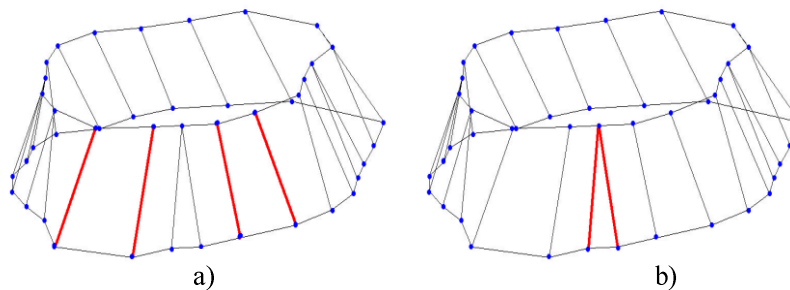


Figura 7. Conexão entre fatias

Para visualizar o resultado final da metodologia proposta pode-se utilizar programas de renderização. No caso está sendo utilizado o programa *Rhinoceros*®, onde é possível entrar com os pontos das curvas *B-Splines* de cada fatia e fazer a renderização da superfície, obtendo resultados como apresentado na Fig. 8 (AQUINO, 2009).

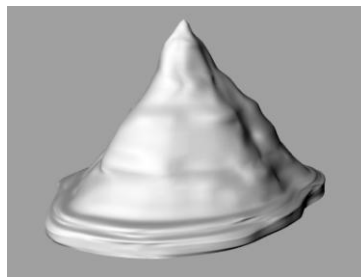


Figura 8. Renderização realizada no *Rhinoceros*®

8. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES, CNPQ e FAPEMIG pelo apoio financeiro.

9. REFERÊNCIAS

- AQUINO, D.M., 2009, "Reconstrução gráfica de objetos tridimensionais com superfícies cônicas", Relatório final PIBIC, Projeto C-019/2008, pp. 22.
- AQUINO, D.M., FONSECA Jr, J.N. CARVALHO, J.C.M., 2009. "Three-Dimensional Surface Reconstruction Using NURBS". In *20th International Congress of Mechanical Engineering COBEM 2009*.
- MTU. "B-Spline Curves: Closed curves". 11 Nov. 2014, <<http://www.cs.mtu.edu/~shene/COURSES/cs3621/NOTES/spline/B-spline/bspline-curve-closed.html>>
- PEREIRA, L.R., CARVALHO, J.C.M., 2014, Método de Ajuste de Curvas Usando B-spline com Peso, VIII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM 2014.
- PIEGL, L.; TILLER, W., The NURBS Book. 2. ed. N.Y: Springer, 1997. 641 p.