

ESTRUTURA PERIÓDICA UNIDIMENSIONAL CONTENDO ATUADORES PIEZELÉTRICOS PARA CONTROLE DE VIBRAÇÕES

Leandro Rodrigues Cunha, LMEst, leandrorcunha@gmail.com

Roney Junio de Portugal, LMEst, roneyportugal@gmail.com

Domingos Alves Rade, LMEst/ITA, domingos@ufu.br

Morvan Ouisse, FEMTO-ST, Besançon, França, morvan.ouisse@univ-fcomte.fr

Resumo. Estruturas periódicas têm sido intensamente investigadas nos últimos anos devido às suas propriedades que possibilitam a atenuação de efeitos nocivos de vibrações. As interferências destrutivas causadas pelas descontinuidades das estruturas fazem com que as ondas propagantes fiquem aprisionadas em certas regiões da estrutura e, assim, mitigam as vibrações em determinadas regiões da mesma. As células periódicas dessas estruturas podem ter sua rigidez ou sua massa modificadas de maneira a selecionar faixas passantes de frequência como um filtro passa-banda ou passa-baixa. Dessa maneira, considerando estruturas inteligentes contendo atuadores piezelétricos do tipo pilhas (PZT stacks), associados a circuitos elétricos shunt, a mudança dos valores da indutância ou da capacitância do circuito elétrico sintoniza bandas de passagem ou bloqueio de frequências. Nesse trabalho é apresentada uma estrutura simples, modelada por elementos finitos unidimensionais do tipo PZT stack, que, devido à possibilidade de sintonização dos circuitos shunt, possibilita liberdade na escolha da banda de frequência a ser atenuada. Alguns cenários são mostrados exemplificando a utilidade desse tipo de estrutura. Perspectivas de estruturas periódicas mais complexas robustas e autorreguláveis são apresentadas ao final.

Palavras chave: Estruturas Periódicas, Estruturas Inteligentes, Controle Passivo de Vibrações, Propagação de Ondas.

1. INTRODUÇÃO

Uma estrutura periódica consiste em um número de componentes estruturais idênticos (células ou elementos periódicos), que são associados espacialmente para formar uma estrutura completa.

Segundo Brillouin (1946), Isaac Newton foi o primeiro a estudar estruturas periódicas em seu livro *Principia*, publicado em 1686, quando tentou calcular a velocidade do som no ar por meio de um sistema massa-mola em cadeia. Após isso, vários outros pesquisadores importantes como John e Daniel Bernoulli, Baden-Powell, Lord Kelvin (*Popular Lecture* Vol. 1, pg. 185) utilizaram sistemas discretizados em seus estudos. Mais detalhes também podem ser encontrados em (Kittel, 2005).

Devido ao grande potencial da inserção de periodicidade em estruturas, nos últimos anos, equipes de pesquisa têm investido muito na investigação deste tipo de estrutura e o número de publicações aumentou consideravelmente. Foi dada maior importância a esse tipo de estrutura devido a algumas propriedades interessantes como dispersão de ondas acústicas, vibrações em meios sólidos ou mesmo ondas luminosas. Além da dispersão, alguns estudos sobre coeficientes de refração negativos mostram a possibilidade de se produzirem efeitos de “*cloaking*”, curvamento das trajetórias de propagação, mostrando grande potencial em isolamentos acústicos para redução de ruído, em estruturas periódicas que protegem construções em caso de terremotos e, até mesmo, invisibilidade (Banerjee, 2011).

Periodicidades estruturais representam descontinuidades que causam reflexão e transmissão de ondas. A interação entre as ondas incidentes e refletidas cria interferências construtivas e destrutivas. Considerando diferentes valores, ou mesmo ausências, de massa e rigidez, são formados “filtros mecânicos” que permitem ou não a passagem em certas bandas de frequência. Desta forma, podem ser criados filtros “passa banda” ou “passa baixa”, dependendo das periodicidades aplicadas.

Estruturas periódicas adaptativas (como estruturas inteligentes contendo pastilhas piezelétricas em circuito shunt) podem ser criadas de maneira a adequarem seu funcionamento em função da banda de frequência desejada.

2. METODOLOGIA E EXEMPLO NUMÉRICO

A Figura (1.a) ilustra uma estrutura periódica composta de N elementos finitos de barra contendo um atuador do tipo *stack* de PZT, Fig. (1.b). Outras estruturas similares envolvendo vigas e pastilhas piezelétricas podem ser encontradas em Tateo (2013) e Thorp, Ruzzene e Baz (2001).

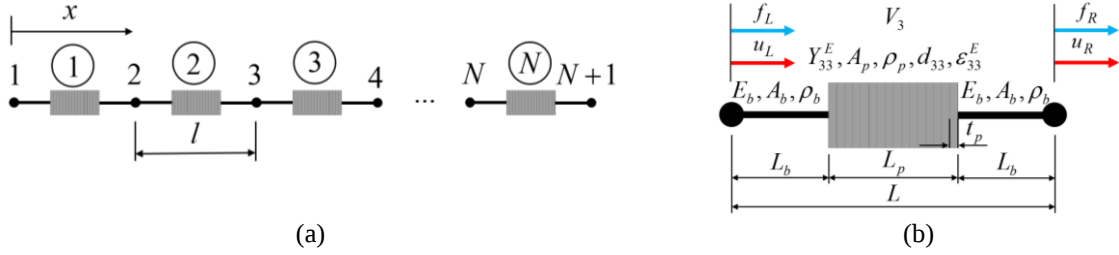


Figura 1. (a) Estrutura periódica composta de N elementos finitos; (b) detalhe do elemento ativo PZT *stack*

O elemento ativo da Figura (1.b) ligado em série com uma resistência e uma indutância elétricas tem efeito similar ao de um absorvedor dinâmico de vibrações (Den Hartog, 1985). Da mesma maneira que um ADV, uma pastilha piezelétrica em circuito shunt ressonante também necessita de sintonização, como mostrado por Hagood e Von Flotow (1991). As equações (1) e (2) representam o movimento deste elemento finito sem o circuito shunt (circuito aberto). Mais detalhes sobre a modelagem por elementos finitos podem ser encontrados em (Cunha, 2013).

$$\mathbf{M}^{(e)}\ddot{\mathbf{U}}^{(e)}(t) + \mathbf{K}^{(e)}\mathbf{U}^{(e)}(t) - \tilde{\mathbf{K}}^{(e)}V_3(t) = \mathbf{F}^{(e)} \quad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}^{(e)T}\mathbf{U}^{(e)}(t) + \Gamma V_3(t) = Q(t) \quad (2)$$

Para que este elemento finito seja associado ao circuito shunt ressonante com uma resistência R e uma indutância L em série, a seguinte equação deve ser considerada na equação do movimento:

$$V_3(t) = R\dot{Q}(t) + L\ddot{Q}(t). \quad (3)$$

Pode-se verificar que para a sintonização do circuito shunt ressonante com uma dada frequência de vibração ω , a seguinte relação deve ser satisfeita (Hagood e Von Flotow, 1991):

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4)$$

A Figura (3) mostra a função resposta em frequência para diferentes sintonizações do circuito *shunt* para uma estrutura formada por apenas uma célula.

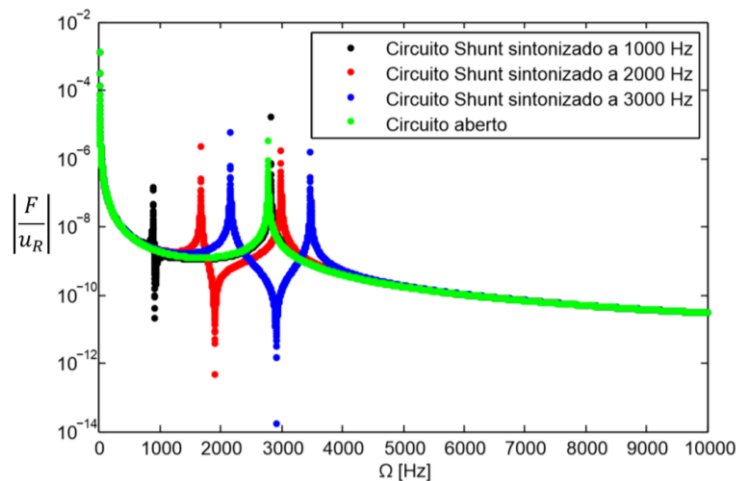


Figura 3. Função resposta em frequência para uma célula

2.1. Teorema de Floquet-Bloch

Em termos de modelagem de estruturas periódicas utilizando elementos finitos, algumas imposições específicas são necessárias para a resolução das equações diferenciais, decorrentes da periodicidade. Parte-se da discretização de uma barra contínua em N elementos, ilustrada na Fig. (1).

Considerando que a barra é solicitada somente em tração e compressão, o elemento finito utilizado tem 1 grau de liberdade mecânico por nó. Na Figura (1.b), u_L e u_R são os graus de liberdade da esquerda e da direita enquanto f_L e f_R são os esforços aplicados nos mesmos nós. Como o sistema é periódico, condições de propagação de ondas também podem ser consideradas, acerca da continuidade do campo de deslocamentos:

$$u_R^{(n)} = u_L^{(n+1)} = e^{\mu} u_L^{(n)}. \quad (4)$$

Já, quanto ao equilíbrio de forças:

$$f_R^{(n)} = -f_L^{(n+1)} = -e^{\mu} f_L^{(n)}. \quad (5)$$

As condições acima levam à solução para a propagação de onda em estruturas periódicas e descrevem a imposição de uma solução de Floquet a uma equação diferencial com coeficientes periódicos (Floquet, 1883). O teorema de Bloch é uma extensão bidimensional do teorema de Floquet (Bloch, 1929). Mais detalhes também podem ser encontrados em Collet *et al.* (2011).

Após a uso dessas condições, é possível obter soluções do tipo:

$$\mu = \mu(\Omega), \quad (6)$$

$$\mu = \delta + j\varepsilon, \quad (7)$$

nas quais, Ω é a frequência de excitação, μ é a constante de propagação, δ é a constante de atenuação e ε é a constante de fase, todas adimensionais. Mais detalhes sobre essas constantes em Orris e Petyt (1974) e Mead (1996).

3. RESULTADOS

Considerando o elemento finito *stack* de PZT, com as condições de periodicidade, a Fig. (4) mostra os gráficos de dispersão, em termos de partes imaginária e real, para sintonizações em 1000 Hz, 2000 Hz, 3000 Hz, e também na condição de circuito aberto com as cores preto, vermelho, azul e verde, respectivamente. Os intervalos de frequência nos quais não há propagação de ondas também estão destacados nas mesmas cores.

Os valores reais para os gráficos de dispersão mostram as bandas nas quais há atenuação de ondas, enquanto os valores imaginários mostram as bandas de propagação de ondas.

A Figura (5) mostra a função resposta em frequência para uma estrutura periódica composta de 49 células, sendo possível verificar a ocorrência de bandas nas quais não há propagação de ondas para o elementos finito PZT *stack*.

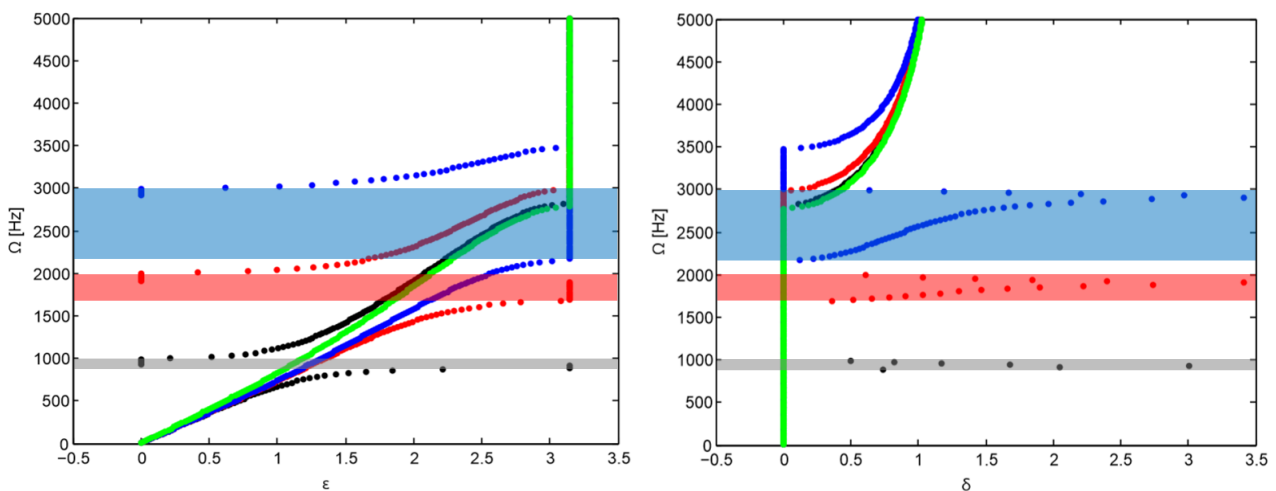


Figura 4. Gráficos de dispersão: parte imaginária e real

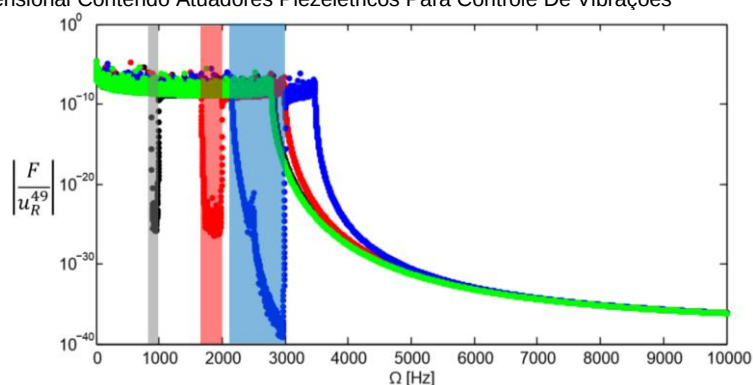


Figura 5. Função resposta em frequência para 49 células

4. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

As bandas de sintonização mostram a possibilidade de se criar um sistema autorregulável de acordo com as frequências envolvidas na propagação da onda. Diferentes estratégias podem ser adotadas para otimizar a escolha das bandas de bloqueio das ondas como periodicidade nos circuitos *shunt*. Por exemplo, a combinação de circuitos *shunt* sintonizados a 1000 Hz, 2000 Hz e 3000 Hz distribuídos de maneira periódica na estrutura aumenta as bandas de atenuação de ondas em relação a uma estrutura com circuitos *shunt* sintonizados somente a uma frequência. Outros artifícios também podem ser utilizados para aumentar essa faixa de frequência como o uso do conceito de capacitância negativa (Beck, 2012).

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES, ao CNPq, à FAPEMIG e ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Estruturas Inteligentes em Engenharia (INCT-EIE) pelo apoio às suas atividades de pesquisa.

6. REFERÊNCIAS

- Banerjee, B., 2011. An Introduction to Metamaterials and Waves in Composites. New York: CRC Press.
- Beck, B. S., 2012. Negative capacitance shunting of piezoelectric patches for vibration control of continuous systems. PhD thesis, Georgia Institute of Technology.
- Bloch, F., 1929. Über die quantenmechanik der elektronen in kristallgittern. Zeitschrift für Physik, v. 52, n. 7-8, p. 555–600.
- Brillouin, L., 1946. Wave Propagation in Periodic Structures. Dover.
- Collet, M.; Ouisse, M. Ruzzene, M. and Ichchou, M. N., 2011. Floquet-bloch decomposition for the computation of dispersion of two-dimensional periodic, damped mechanical systems. International Journal of Solids and Structures, v. 48, n.20, p. 2837–2848.
- Cunha, L. R., 2013. Análise de confiabilidade de estruturas sujeitas a controle passivo e ativo de vibrações. 78 f. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.
- Den Hartog, J.P., 1985. Mechanical Vibrations. Dover Publications.
- Floquet, G., 1883. Sur les equations differentielles lineaires a coefficients periodiques. Annales scientifiques de l' ENS, v. 12, n. 1, p. 47–88.
- Graff, K. F., 1975. Wave Motion in Elastic Solids. Dover Publications, Inc., NY.
- Hagood, N. W. and Von Flotow, A., 1991. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. Journal of Sound and Vibration, v. 146, n. 2, p. 243–268.
- Kittel, C., 2005. Introduction to solid state Physics, 8th ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Mead, D. J., 1996. Wave Propagation in continuous periodic structures: Research contributions from Southampton, 1964-1995. Journal of Sound and Vibration. v. 190, n. 3, p. 495-524.
- Orris, R. and Petyt, M., 1974. A finite element study of harmonic wave propagation in periodic structures. Journal of sound and vibration, v. 33, n. 2, p. 223-236.
- Tateo, F., 2013. Distributed Shunted Piezoelectric cells for vibroacoustic interface optimization, PhD thesis, École doctorale sciences pour l'ingénieur et microtechniques, Université de Franche-Comté.
- Thorp O., Ruzzene M., Baz A., 2001. Attenuation and Localization of Waves In Rods with Periodic Shunted Piezos. Smart Materials and Structures, v. 10, p.-1-12.

6. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.