

AVALIAÇÃO DA CONVERGÊNCIA DO MÉTODO DE MONTE CARLO ADAPTADO

José Eduardo Silveira Leal, Universidade Federal de Uberlândia, zeduardoleal@yahoo.com.br
Rosenda Valdés Arencibia, Universidade Federal de Uberlândia, arvaldes@mecanica.ufu.br

Resumo. Com a finalidade de avaliar a convergência do método de Monte Carlo adaptado fez-se cinco leituras da distância entre dois pontos em uma máquina de medir por coordenadas e foi calculada a incerteza expandida de medição utilizando o método de Monte Carlo adaptado com uma a duas mil (1 a 2000) simulações de Monte Carlo, cada uma com dez mil (10000) iterações. O resultado da incerteza de medição é a média dos valores de incerteza provenientes do Método de monte Carlo, estes valores foram comparados entre si até que aumento do número de simulações não promovesse alterações nestes valores. Nas condições deste experimento, a estabilização ocorre na milésima simulação.

Palavras chave: método de Monte Carlo adaptado, incerteza, máquina de medir por coordenadas

1. INTRODUÇÃO

O método de avaliação de incertezas proposto pelo ISO TAG 4/WG 3 (2008) apresenta limitações de aplicabilidade, tais como: o modelo matemático que descreve o processo de medição deve ser linear; a variável de saída deve ter uma distribuição normal; existe a necessidade de calcular as derivadas parciais, que representam os coeficientes de sensibilidade. Em algumas situações práticas estas derivadas podem ser complexas, de difícil resolução, constituindo uma fonte significativa de erros e uma barreira difícil de ser superada por muitos usuários da metodologia. Assim sendo, em 2008 foi publicado “*Evaluation of measurement data - Supplement 1 to the Guide to the expression of uncertainty in measurement - Propagation of distributions using a Monte Carlo method*” (BIPM, 2008), que tem como principal objetivo aumentar o campo de aplicação do guia ISO TAG 4/WG 3 (2008).

O documento publicado pelo BIPM (2008) baseia-se na simulação de Monte Carlo (MC) e está livre da maioria das limitações do ISO TAG 4/WG 3 (2008), além disso, não contradiz as recomendações nele apresentadas. Este método pode ser aplicado para a solução de problemas matemáticos por meio da simulação de variáveis aleatórias (INMETRO, 2008).

O método de Monte Carlo quando aplicado para avaliar a incerteza de medição, pode exigir um grande número de iterações excedendo a capacidade operacional de muitos computadores, tal ocorrência pode tornar a aplicação deste método inviável em diversas situações práticas. Assim sendo, o documento de autoria do BIPM (2008), apresenta conjuntamente o método de Monte Carlo adaptado (MCA). Este se baseia na realização de um uma sequência de h cálculos de Monte Carlo, contendo cada uma um número relativamente pequeno de iterações, por exemplo, $M = 10^4$ iterações. Desta maneira, cada realização obtém um resultado, ou seja, têm-se h vetores $Y(Y_1, \dots, Y_h)$, ou seja, Y é uma matriz com M linhas e h colunas, e consequentemente, h valores de incerteza-padrão combinada (u_c). O resultado final do MCA é a média dos h valores de u_c .

Pelo exposto, este trabalho tem como objetivo avaliar a incerteza associada à medição da distância entre dois pontos, utilizando uma MM3C do tipo ponte móvel por meio do método de Monte Carlo Adaptado, visando entre outros a divulgação do método.

2. METODOLOGIA

Foram medidos os diâmetros de dois furos presentes em uma peça de baquelite (Fig. 1), para posterior determinação da distância entre o centro destes furos (distância entre dois pontos). Em cada furo foram apalpados quatro pontos e executados cinco ciclos de medição.

As medições foram realizadas por meio de uma máquina de medir por coordenadas (MMC) do tipo ponte móvel. Esta máquina é do modelo BR443, foi fabricada pela Mitutoyo e operada manualmente. A mesma possui resolução de 0,001 mm e volume de trabalho de 400 mm (eixo X), 400 mm (eixo Y) e 300 mm (eixo Z). A gestão da tarefa de medição é realizada por um programa de computador, o GEOPAK-Win. A máquina possui certificado de calibração N° 07081/13, emitido pelo Laboratório de Metrologia Mitutoyo Sul Americana, no qual se constata que as medições lineares possuem incertezas expandidas de $(0,8 + L / 1500) \mu\text{m}$ e $k = 2,03$ para o eixo X; de $(0,8 + L / 3000) \mu\text{m}$ para o eixo Y e $k = 2,08$; e de $(0,9 + L / 3000) \mu\text{m}$ para o eixo Z, $k = 2,11$. O erro de apalpamento é de 1,9 mm.

A MM3C, todos os equipamentos e peças utilizadas nos ensaios de medição foram expostos a uma temperatura de $20 \pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$ por aproximadamente 12 horas, esta temperatura foi mantida durante a medição. A temperatura foi monitorada através de um termo-higrômetro digital com faixa nominal de $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ a $60 \text{ }^\circ\text{C}$ e resolução (incremento digital) de $0,1 \text{ }^\circ\text{C}$. O termo-higrômetro tem certificado de calibração N° R4996/13, emitido pelo Laboratório de

Temperatura e Umidade Elus Instrumentação. A incerteza expandida associada à calibração é de 0,3 °C para k = 2,00 e probabilidade de cobertura de 95,45%.

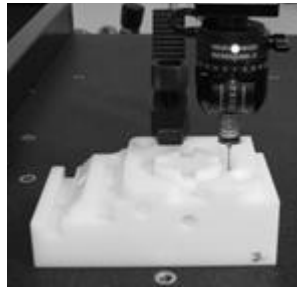


Figura 1. Peça durante a medição na MMC

Posteriormente, fez-se, para o cálculo da incerteza associada à medição, duas mil (2000) simulações de Monte Carlo com dez mil (10000) iterações cada, utilizando o programa Excel 2010 e a partir destes resultados foi examinada a incerteza de medição e avaliada a convergência do método.

Para verificar a convergência do MCA, foi armazenado o valor da incerteza de cada simulação de MC. Desta maneira, o desvio-padrão deste conjunto foi calculado a fim de verificar a repetibilidade do resultado e este valor não pode ser superior do que a precisão desejada para o cálculo da incerteza expandida (U). Fez-se também, a análise dos valores finais de U (U_{MCA}) que são calculados a partir da média dos valores de U (U_{MC}) proveniente da simulação de MC, quando o número de simulações for grande o suficiente para que o valor de U_{MCA} não sofra mais variações dentro dos algarismos significativos considerados, será dito que a simulação estabilizou ainda que exista um desvio padrão remanescente que não mais seja capaz modificar o valor de U_{MCA} .

A convergência do método pode ainda ser verificada comparando os valores U_{i+1} e U_i , esta diferença deve-se aproximar do zero na medida em que o número de simulações for maior.

2.1. Identificação das variáveis de influência

A incerteza de medição da distancia entre dois pontos é diretamente afetada pelos valores das coordenadas X, Y e Z dos pontos a partir dos quais foram gerados os círculos, como mostra a Eq. (1). Enquanto que para determinação da incerteza associada à medição da distância entre os dois pontos é acrescentada a variabilidade dos valores de distância encontrados nos diferentes ciclos de medição, Eq. (2).

$$u(P_i) = u(\Delta R_{xi} + \Delta R_{yi} + \Delta R_{zi} + \Delta IC_{xi} + \Delta IC_{yi} + \Delta IC_{zi} + \Delta E_{Ai} + \Delta T_{20i} \cdot \Delta s_i \cdot \Delta \alpha_i) \quad (1)$$

$$u_c = u(\Delta s) + u(P_1) + u(P_2) \quad (2)$$

Os valores das coordenadas dos pontos dependem de: resolução linear da MMC; erro de apalpamento; incerteza linear associada à calibração; expansão diferencial entre a escala da máquina e a peça; diferença entre a temperatura de medição e a de referência de 20 °C. A incerteza padrão destas variáveis é determinada por meio das Eq. (3-8).

$$u(s) = \sqrt{\frac{s^2}{n}} \quad (3)$$

$$u(R) = \frac{\text{Resolução}}{2\sqrt{3}} \quad (4)$$

$$u(IC)_{x,y,z} = \frac{U_{x,y,z}}{k_{x,y,z}} \quad (5)$$

$$u(E_A)_{\text{termo}} = \frac{E_a}{\sqrt{6}} \quad (6)$$

$$u(\Delta \alpha) = \frac{0,01(\alpha_E - \alpha_P)}{\sqrt{3}} \quad (7)$$

$$u(\Delta T_{20}) = \frac{\Delta T_{20}}{\sqrt{3}} + \frac{R_{termo}}{\sqrt{3}} + \frac{U_{termo}}{k} \quad (8)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela (1) exibe os valores do resultado da medição da distância entre dois pontos (d). Observa-se que o desvio-padrão (s) das indicações é de 5 µm resultando em uma precisão de ± 5 µm para 95,45% de confiabilidade a qual pode ser considerada boa.

Tabela 1. Resultados da medição da distância entre dois pontos (mm).

L1	L2	L3	L4	L5	$\bar{x}$	s
28,944	28,953	28,950	28,941	28,949	28,947	0,005

A Figura (2a) mostra os valores de distância (d) entre dois pontos obtidos durante a simulação, enquanto que na Figura (2b) é mostrado o histograma resultante.

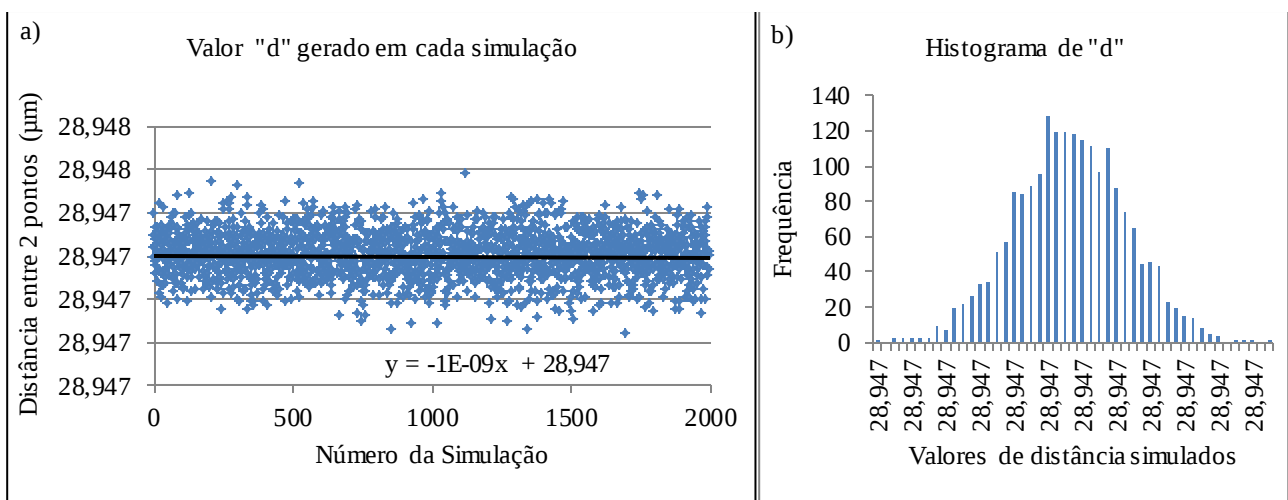


Figura 2. Valores simulados da distância entre dois pontos (a); Histograma dos valores de distância (b).

Como pode ser observado na Figura (2a), os valores simulados do MCA tem média muito próxima daquela apresentada pelos valores medidos. A linha de tendência traçada apresenta uma inclinação quase imperceptível próxima de zero. Na Fig. (2b), está exposto a histograma dos valores simulados que apresentam uma distribuição próxima da distribuição normal.

A Figura (3) mostra o valor acumulado de U_{MCA} conforme cresce o número de simulações, na Fig. (4) pode ser observado o desvio-padrão de U_{MCA} .

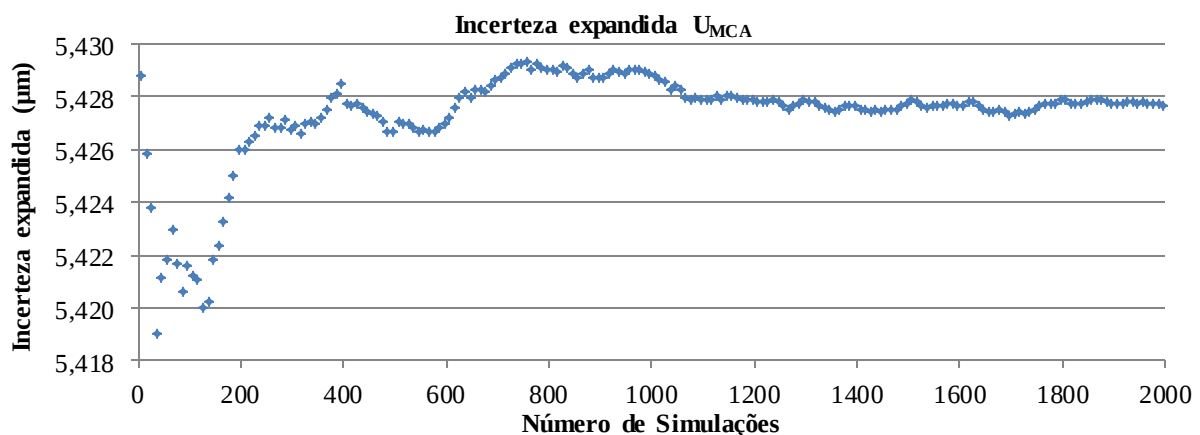


Figura 3. Valores da incerteza expandida U_{MCA}

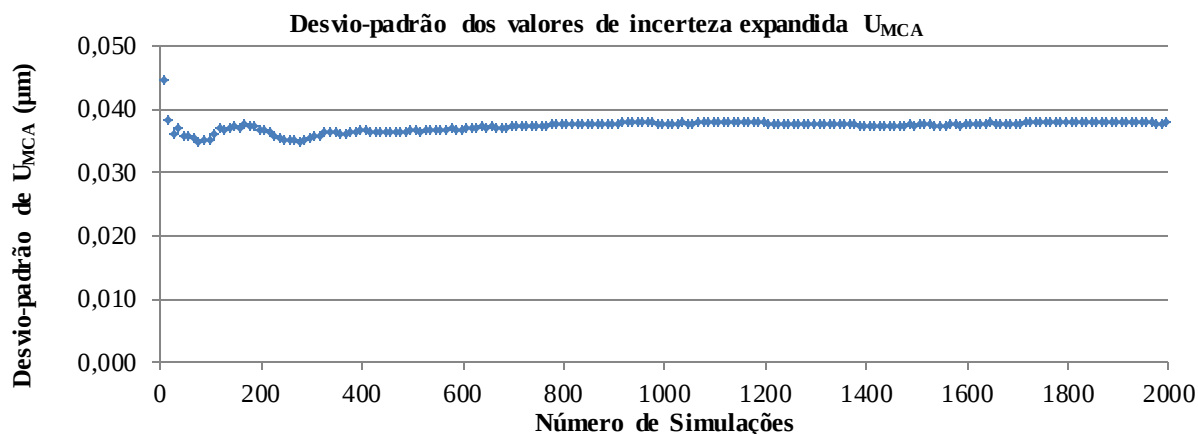


Figura 4. Desvio-padrão de U_{MCA}

Na Figura (3), percebe-se que U_{MCA} não sofreu grandes variações a partir da milésima simulação, neste ponto o desvio-padrão remanescente (Fig. 4) já não é capaz de alterar o valor médio da incerteza, ou seja, a simulação estabilizou. Ainda na Fig. (4), observa-se que o desvio-padrão não se aproxima do zero conforme cresce o número de simulações, no entanto seu valor permanece constante, evidenciando que sempre haverá um desvio-padrão em U_{MCA} , ainda que este, devido ao seu valor baixo (0,038 μm) já não seja capaz de alterar o valor da incerteza (5,428 μm).

Verificando a convergência por meio da diferença dos valores (U_{i+1} e U_i), pode-se confirmar que a simulação estabiliza a partir da milésima simulação (Fig. 5).

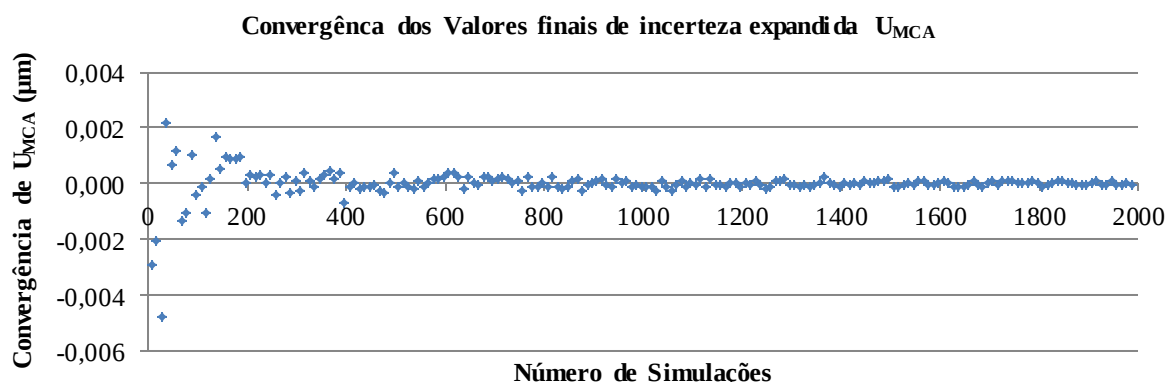


Figura 5. Convergência dos valores de U_{MCA}

Como pode se visto na Figura (5), a diferença entre os valores de incerteza tende a zero conforme cresce o número de simulações e pode ser dito que o método estabilizou a partir da milésima simulação.

4. CONCLUSÃO

Para avaliar a incerteza associada à medição da distância entre dois pontos, nas condições deste experimento, pelo método de Monte Carlo adaptado foi necessário efetuar 1000 simulações de Monte Carlo.

5. REFERÊNCIAS

- ISO TAG 4/WG 3, 2008, "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement", Geneva Switzerland, 141p.
BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML, JCGM 101, 2008, "Evaluation of measurement data - Supplement 1 to the Guide to the expression of uncertainty in measurement - Propagation of distributions using a Monte Carlo method", 90p.
INMETRO, 2008, "A estimativa da incerteza de medição pelos métodos do ISO GUM 95 e de simulação de Monte Carlo". INMETRO – DIMCI – DIMEC – LAPRE INMETRO. Nota técnica, 34p.

6. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.