

Escoamento sobre cilindro utilizando a metodologia IMERSPEC

Andreia Aoyagui Nascimento, Universidade Federal de Goiás, aanascimento@ufg.br

Felipe Pamplona Mariano, Universidade Federal de Goiás, fpmariano@ufg.br

Elie Luis Martinez Padilla, Universidade Federal de Uberlândia, epadilla@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto, Universidade Federal de Uberlândia, aristeus@mecanica.ufu.br

Resumo. Neste presente trabalho está apresentado a validação do método Pseudoespectral de Fourier um escoamento incompressível ao redor de cilindro circular fixo, com valor para número de Reynolds 100. A modelagem do cilindro utilizou-se do método da fronteira imersa. Pretende-se aqui analisar a eficácia da solução das equações de Navier-Stokes apartir de comparação dos resultados dos coeficientes de arrasto médio, flutuação do coeficiente de sustentação e a formação das vorticidades, neste trabalho os resultados obtidos foram analisados juntamente com o de outras publicações.

Palavras chave: Método Pseudoespectral de Fourier, escoamento sobre cilindro, Método da Fronteira Imersa.

1. INTRODUÇÃO

Escoamentos sobre corpos imersos estão presentes em grande parte dos estudos envolvendo engenharia, numérica da Silva (2008); de Lima-E-Silva (2002); Bharti *et al.* (2006) e experimental Govardhan and Williamson (2001); Telkova (2008). Este tema é de grande interesse, principalmente para pesquisas aerodinâmicas, em aeronaves e automóveis. Devido à complexidade do fenômeno, por muito tempo utilizaram-se experimentos controlados em túneis de vento e testes de campo. Nas últimas décadas, o uso da simulação numérica vem se intensificando bastante nesse campo de estudo.

Diversas geometrias são estudadas, desde placas, corpos quadrados Hines *et al.* (2009), triangulares e circulares. O estudo mais comumente desenvolvido engloba escoamento ao redor de um cilindro circular de Lima-E-Silva (2002), não só pela infinidade de aplicações de engenharia que envolvem estruturas cilíndricas circulares sujeitas a escoamentos externos, mas também por ser esta, um protótipo de corpo rombudo. A característica marcante deste escoamento é a formação de vórtices oscilante a jusante do cilindro, denominada na literatura de “estéris de vórtices de Von Kármán”.

Na escolha para o desenvolvimento da modelagem numérica para descrever geometrias complexas, pode-se citar trabalhos que empregam: malhas não estruturadas e o método de fronteira imersa (MFI), como proposto por (Peskin, 1972). Esta última possui vantagens como permitir a modelagem de qualquer geometria, cartesiana ou não cartesiana, além de não necessitar do processo de reconstrução da malha sobre todo o domínio de cálculo a cada passo de tempo durante a deformação/movimentação do corpo.

Este trabalho apresenta a modelagem bidimensional do escoamento sobre corpo cilíndrico, para Reynolds 100 utilizando o MFI, Mittal and Iaccarino (2005) para a modelagem da geometria imersa, acoplado com o Método Pseudoespectral de Fourier (MPFO), Canuto *et al.* (1988, 2006).

2. MÉTODOS NUMÉRICOS

2.1 Método Pseudoespectral de Fourier

A solução da equação de Navier-Stokes utilizando o método pseudoespectral de Fourier consiste na transformação da equação para o espaço espectral, assim a formulação do campo de velocidade horizontal pode ser escrita como mostrado na Eq.(1),

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + ik_j (\hat{u}_i * \hat{u}_j) = -ik_i \hat{P} - \nu k^2 \hat{u}_i + \hat{f}, \quad (1)$$

onde k é o número de onda, e k^2 é, $k^2 = k_j k_j$, $\hat{u}_i$, é o vetor velocidade transformado ao espaço Fourier, i é o número complexo $\sqrt{-1}$. O produto de convolução em NLT $ik_j (\hat{u}_i * \hat{u}_j)$, é resolvido aplicando o método Pseudoespectral de Fourier, Canuto *et al.* (2006); Souza (2005); Mariano (2007, 2011); Canuto *et al.* (1988).

A fim de simplificar a solução da Eq.(1), foi utilizado o método de projeção, neste método as variáveis são projetadas no plano de divergência nula, plano π Canuto *et al.* (2006), por consequência desacopla-se o termo de pressão da solução de velocidade.

A equação (2) representa a Eq.(1) discretizada do tempo, utilizado Euler explícito, e projetada sobre o plano π ,

$$\frac{\hat{u}_i^t - \hat{u}_i^0}{\Delta t} + \wp(T\hat{N}\hat{L}_m^t) = -\nu k^2 \hat{u}_i^t + \wp(\hat{f}), \quad (2)$$

onde $\wp(T\hat{N}\hat{L}_m^t)$ é o termo não-linear projetado.

2.2 Método da Fronteira Imersa

O método da Fronteira Imersa (MFI) utiliza dois domínios independentes: Lagrangiano “ Γ ” e o Euleriano “ Ω ”, como mostrado na Fig.(1), sendo o lagrangeano responsável por modelar a superfície imersa e o euleriano o fluido que a envolve.

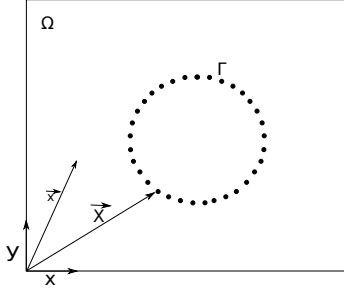


Figura 1: Esquema do método da Fronteira Imersa.

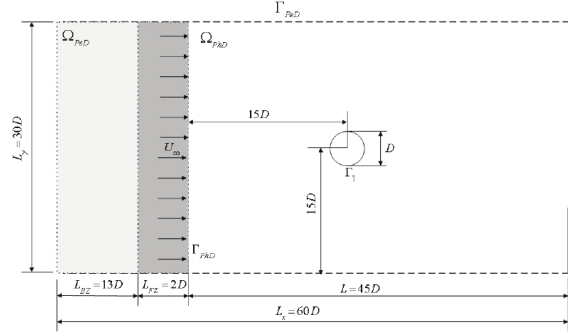


Figura 2: Esquema da descrição do problema físico.

Dentre vários métodos existente para o cálculo da fronteira imersa, este trabalho foca no Método Direct-Forcing (MDF) desenvolvido por (Mohd-Yusof, 1997). Esta metodologia extrai a força diretamente da solução numérica, a qual é determinada pela diferença entre as velocidade interpoladas e a velocidade física Mariano (2011); Souza (2005).

Os domínios Lagrangeanos e Euleriano se relacionam da seguinte forma, Eq.(3),

$$f_x = \begin{cases} F_x(\vec{X}, t) & \text{if } \vec{x} = \vec{X} \\ 0 & \text{if } \vec{x} \neq \vec{X}. \end{cases} \quad (3)$$

Assim o conceito é aplicado na equação de Navier-Stokes como mostrado na Eq.(4) a Eq.(7),

$$\frac{u^{t+\Delta t} - u^* + u^* - u^t}{\Delta t} + rhs + f_x = 0, \quad (4)$$

onde rhs é a reorganização dos termo convectivos e difusivos em um tempo $t + \Delta t$, e termo u^* é a velocidade desejada fisicamente,

$$\frac{u^* - u^t}{\Delta t} + rhs = 0. \quad (5)$$

O termo lagrangiano é dado pela Eq.(5) para X_l ,

$$F_x = \frac{U^{t+\Delta t} - U^*}{\Delta t} \quad \forall X_l, \quad (6)$$

onde $u^{t+\Delta t}$ é a condição de contorno, u^* é a velocidade de interpolação, a última atualização da velocidade é dada pela Eq.(7).

$$u^{t+\Delta t} = u^* + f_x \Delta t. \quad (7)$$

O MDF tem como vantagem a forma de obter o termo força de forma automática, ou seja, sem utilizar os ajustes de constantes manipulados pelo usuários, Mittal and Iaccarino (2005).

3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA FÍSICO

O estudo do escoamento sobre cilindro utilizou das seguintes dimensões: cilindro com diâmetro D centrado a distância de $15D$ da zona de forçagem e $15D$ de altura, a largura do domínio $30D$, domínio euleriano $60D$, sendo este segmentado pela: zona de buffer $13D$, zona de forçagem $2D$, e domínio útil $45D$, como mostrado na Fig.(2).

Foi realizado refinamento de malha, a partir da configuração 128×256 à 2048×1024 , de modo em que a malha lagrangiana (corpo imerso) mativesse o mesmo valor infinitesimal do dominio euleriano.

4. RESULTADOS

Nesta seção, o presente método é usado para calcular o fluxo uniforme que passa por um cilindro de seção circular Fig.(3). Foi realizado um estudo de dependência da malha, considerando a sensibilidade da força de arrasto e sustentação calculado devido a variações na resolução da malha.



Figura 3: Vorticidades liberadas para o escoamento em $Re = 100$, ao tempo de 240 segundos.

(CD_a),

Tabela 1: Fluxo uniforme instável passado um cilindro circular para $Re = 100$: número de Strouhal (St), coeficientes de arrasto (CD); coeficientes de arrasto médio (CD_m); amplitude do coeficientes de arrasto (CD_a), coeficiente de sustentação (CL); amplitude coeficientes de sustentação(CL_a).

malha	St	CD_m	CD_a	CL_a
256 x 128	0.270	1.15	0.004	0.063
512 x 256	0.210	1.48	0.009	0.270
1024 x 512	0.175	1.38	0.007	0.236
2048 x 1024	0.175	1.37	0.006	0.236
(Xu and Wang, 2006)	0.171	1.42	0.013	0.236
(Calhoun, 2002)	0.175	1.33	0.014	0.298
(Williamson, 1989)	0.164	-	-	-

Os números de Strouhal calculados para $Re = 100$ estão mostrados na Tab.1, onde eles são comparados com os resultados experimentais Williamson (1989) e numéricos Xu and Wang (2006) e Calhoun (2002). Pode-se notar que os valores calculados para St , apresentam variação de 10,6 % à 1,1 %, maiores do que os valores empíricos para números de Reynolds iguais a 100.

5. CONCLUSÃO

De acordo com o resultado apresentados para a simulação do problema proposto, o que mais se aproxima do experimento, ocorre com o uso da malha 1024x512. Portanto, para as próximas simulações, as quais irá contemplar o interação fluido-estrutura, deve ocorrer com o uso da malha supracitada.

6. REFERÊNCIAS

- Bharti, R.P., Chhabra, R.P. and Eswaran, V., 2006. "Steady flow of power law fluids across a circular cylinder". *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, pp. 406–421.
- Calhoun, D., 2002. "A cartesian grid method for solving the two-dimensional streamfunction-vorticity equations in irregular regions". *J.Comput. Phys.*, p. 231–275.
- Canuto, C., Quarteroni, A., Hussaini, M.Y. and Zang, T.A., 1988. *Spectral methods in fluid dynamics 2nd*. Springer-Verlag, New York.
- Canuto, C., Quarteroni, A., Hussaini, M.Y. and Zang, T.A., 2006. *Spectral Methods-Fundamentals in Single Domains*. Springer, New York.
- da Silva, A.R., 2008. *Modelagem matemática de interação fluido-estrutura utilizabdo o método da fronteira imersa*. Ph.D. thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.
- de Lima-E-Silva, A.L.F., 2002. *Desenvolvimento e Implementação de uma Nova Metodologia para Modelagem de Escoamentos sobre Geometrias Complexas: Método da Fronteira Imersa como Modelo Físico Virtual*. Ph.D. thesis, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.
- Govardhan, R. and Williamson, C.H.K., 2001. "Mean and fluctuating velocity fields in the wake of a freely-vibrating cylinder". *Journal of Fluids and Structures*, pp. 489–501.
- Hines, J., Thompson, G. and Lien, F., 2009. "A turbulent flow over a square cylinder with prescribed and autonomous motions". *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, p. 573–586.

- Mariano, F.P., 2007. *Simulação de Escoamentos Não-Periódicos Utilizando as Metodologias Pseudospectral e de Fronteira Imersa Acopladas*. Master's thesis, Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC, Uberlândia, MG, Brazil.
- Mariano, F.P., 2011. *Soluções Numéricas de Navier-Stokes Utilizando uma Hibridação das Metodologias Fronteira Imersa e Pseudospectral de Fourier*. Ph.D. thesis, Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC, Uberlândia, MG, Brazil.
- Mittal, R. and Iaccarino, G., 2005. "Immersed boundary methods". *Annual Reviews of Fluids Mechanic*, pp. 239–261.
- Mohd-Yusof, J., 1997. "Combined immersed-boundary/b-spline methods for simulations of flow in complex geometries". *CTR Annual Research Breifs*, pp. 317–327.
- Peskin, C., 1972. "Flow patterns around heart valves: A numerical method". *Journal of Computational Physics*, Vol. 10, pp. 252–271.
- Souza, A.M., 2005. *Análise numérica da Transição à Turbulência em Escoamentos de Jatos Circulares Livres*. Ph.D. thesis, Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC, Uberlândia, MG, Brazil.
- Telkova, J., 2008. "Flow visualization around the two prismatic bodies". Novosibirsk Russia.
- Williamson, C.H.K., 1989. "Oblique and parallel modes of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low reynolds numbers". *J.Fluid Mech.*, pp. 579–627.
- Xu, S. and Wang, Z., 2006. "An immersed interface method for simulating the interaction of a fluid with moving boundaries". *J. Comput. Phys.*, pp. 454–493.

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

O(s) autor(es) é (são) os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.