

VARIAÇÃO DAS FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO E INTERPOLAÇÃO NO MÉTODO DE FRONTEIRA IMERSA DE MÚLTIPLA FORÇAGEM DIRETA

João Rodrigo Andrade, jr_femec@yahoo.com.br
Aristeu Silveira-Neto, aristeus@mecanica.ufu.br
João Marcelo Vedovoto, jmvedovoto@mecanica.ufu.br

Abstract. Neste trabalho é proposta uma modificação no método de Fronteira Imersa Multi-Direct Forcing, essas variações consistem em modificar as funções de interpolação e distribuição entre as malhas lagrangiana e euleriana, onde ao invés de uma interpolação realizada tanto no domínio fluido quanto no domínio sólido, apenas um lado é considerado. Para comparação dos métodos, são feitas a análise e as comparações das respostas encontradas em função do ângulo de ataque do perfil e o número de Reynolds. Os resultados mostraram uma leve melhora no método de tal maneira que efeitos desenvolvidos no escoamento interior à fronteira imersa serão menos relevantes nos cálculos.

Keywords: distribuição, interpolação, fronteira imersa, multi-direct forcing.

1. INTRODUÇÃO

O método *multi-direct forcing* de MOHD-YUSOF (1997) derivado do método *direct forcing* de UHLMANN (2005) compõe o grupo de métodos de fronteira imersa de PESKIN (1972). Esses métodos têm como função principal o tratamento de superfícies sólidas imersas em escoamentos. Nesta metodologia de MOHD-YUSOF (1997) a particularidade em relação aos outros métodos de mesma categoria se baseia na condição de contorno, pois ela é imposta de maneira indireta, ou seja, emprega-se um termo de forçagem no escoamento para informar o campo de velocidades sobre a presença do sólido imerso.

Sua aplicação é baseada nos seguintes passos: as propriedades do fluido nos pontos lagrangianos próximos à(s) fronteira(s) são interpolados, então calcula-se a força nestes mesmo pontos baseado nas condições ali impostas e por fim esta força é distribuída nos pontos eulerianos da vizinhança. Assim, o termo de força é calculado pela diferença entre o campo estimado e a condição de contorno desejada na fronteira. Ao realizar este procedimento de maneira iterativa a geometria é bem caracterizada em todos os passos de tempo, garantindo as características físicas do modelo numérico, se mostrando bastante eficiente ao tratar problemas transientes. A alteração proposta consiste em uma variação no termo de forçagem no cálculo dos efeitos do corpo imerso.

2. MODELO MATEMÁTICO

As equações de Navier-Stokes (Eq. (1)) e da continuidade (Eq. (2)) são resolvidas em todo o domínio de cálculo.

$$\rho \left[\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} \right] = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + f_i \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_{ji}} = 0 \quad (2)$$

onde ρ e μ são respectivamente a massa específica e a viscosidade dinâmica, f_i é componente do campo de força.

No *multi-direct forcing*, o responsável por informar ao escoamento sobre presença da interface sólida é termo euleriano de força f_i . A metodologia tem sistematicamente o seguinte algoritmo, descrito pelas Eq. (3) a (7)..

$$u_i^* = u_i^{it} - \Delta t \cdot \text{rhs}_i \quad (3)$$

$$U_i^* = \hat{f}(u_i^*) \quad (4)$$

$$F_i = (U_i^{it+1} - U_i^{it}) / \Delta t \quad (5)$$

$$f_i = \hat{g}(F_i) \quad (6)$$

$$u_i^{it+1} = u_i^{it} + f_i \cdot \Delta t \quad (7)$$

Onde $\hat{f}(u_i^*)$ é uma função de interpolação e $\hat{g}(F_i)$ é uma função de distribuição.

3. VARIAÇÃO PROPOSTA

A modificação do método proposta neste capítulo consiste na variação das funções de interpolação e distribuição entre as malhas lagrangiana e euleriana do método apresentado. Essas funções têm por objetivo a comunicação entre as malhas lagrangiana e euleriana através dos termos de velocidade e força, já que os volumes discretizados das duas malhas não são coincidentes. Essas funções são denotadas nas Eqs. (4) e (6). No presente trabalho, emprega-se uma função de distribuição/interpolação para apenas o lado externo do domínio de fluido, se apropriando ao fator de normalização F_{N_i} , que é aplicado para que a distribuição conserve o valor distribuído. Então para uma variável $\phi(x)$ na malha cartesiana, a distribuição apenas para fora da fronteira imersa é dada por:

$$\phi_i|_{\Omega_{\text{fluid}}} = \sum_k \frac{1}{F_{N_i}} \Phi_k D_h \Delta A_k \cdot \Delta s_k \quad (8)$$

A função de interpolação dos valores das propriedades $\phi(x)$ nos pontos lagrangianos é dada por:

$$\Phi_k = \sum_{\Omega_{\text{fluid}}} \frac{1}{F_{N_i}} \phi_k D_h \Delta V_i \quad (9)$$

Como F_{N_i} é um termo para normalização da distribuição/interpolação, deve-se saber que, se somarmos F_{N_i} em todos os pontos cartesianos, o fator de normalização será igual a 1 e a distribuição será bilateral, como o método original. A partir deste trecho o método original de múltipla-forçagem direta será referido no texto como método original **TWO-SIDES** e a variação proposta pelo autor será referida como método variado **ONE-SIDE**.

4. AVALIAÇÃO DOS PONTOS EXTERNOS VIZINHOS À FRONTEIRA IMERSA

A fim de realizar uma distribuição/interpolação apenas para o domínio exterior à fronteira imersa, um algoritmo de identificação das células eulerianas, que trocarão informações com os volumes lagrangianos, deve ser estipulado. Essa identificação é feita através do vetor normal $\vec{n}_k$ de cada célula da superfície imersa e o vetor $\vec{q}_{k,i}$ que parte do elemento central da célula lagrangiana até o ponto euleriano.

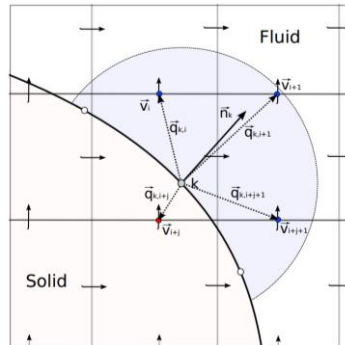


Figura 1. Ilustração da área de distribuição/interpolação para as vizinhanças de uma célula lagrangiana.

5. METOLOGIA E RESULTADOS PARA UM PERFIL AERODINÂMICO NACA0012

Um estudo do método descrito no presente trabalho foi realizado utilizando como referência um escoamento em torno de um perfil aerodinâmico, o perfil NACA0012. O objetivo principal da utilização deste perfil é sua característica no bordo de ataque arredondado sem problemas de espessuras, mas com uma região de estagnação e com uma geometria do bordo de fuga no escoamento sobre a fronteira imersa bastante aguda, apresentando uma grande esbeltes (Fig. (2-a)), ou seja, caracteriza um problema já conhecido dos métodos mais empregados de fronteira imersa. A razão pela qual a variação one-side é proposta pode ser entendida ao analisar a Fig. (2), de acordo com a Fig. (2-a), na função original two-sides a distribuição da célula lagrangiana no lado superior do perfil afeta o lado inferior do escoamento, o que é fisicamente impossível, já na variação (Fig. (2-b)) esse problema já não ocorre mais.

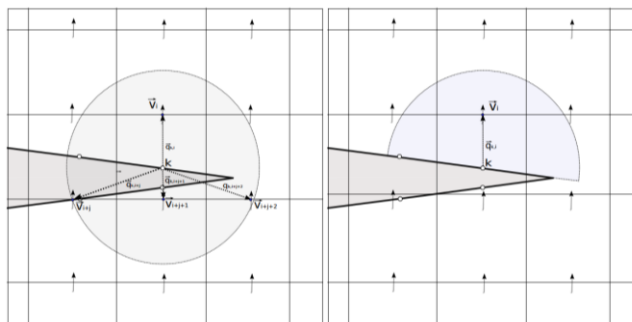


Figura 2. Detalhe do bordo de fuga da malha lagrangiana destacando a função de de interpolação/distribuição. (a) - Distribuição bilateral (two-sides), (b) - Distribuição unilateral (one-side).

É feita a análise e as comparações das respostas encontradas em função do ângulo de ataque do perfil e o número de Reynolds. Nos cálculos realizados, compara-se o método original de múltipla-forçagem direta (two-sides) com o método variado estudado nesse relatório (one-side). O domínio computacional simulado é bidimensional e tem como dimensões uma altura de $H = 5 \text{ m}$ e comprimento de $W = 9 \text{ m}$. O aerofólio empregado foi o NACA0012 com perfil conhecido e tem um metro de corda ($C = 1 \text{ m}$). Asas condições de contorno do domínio são:

- Entrada do domínio $x_{min} = 0 \text{ m}$, condição de Dirichlet com velocidade horizontal imposta $U = 1 \text{ m/s}$.
- Saída do domínio $x_{max} = 9 \text{ m}$, condição de Neumann.
- Paredes superior e inferior $y_{min} = 0 \text{ m}$ e $y_{max} = 5 \text{ m}$, condição de simetria.

Modelou-se a turbulência através da metodologia das grandes escalas (Large Eddy Simulation-LES) fechada com o modelo de Smagorinsk com uma constante $C = 0,2$ e a função de amortização de Van Driest. Os valores quantitativos analisados foram os coeficientes de arrasto (C_a) e de sustentação (C_s).

Para $Re = 10^4$, as curvas de arrasto e sustentação seguem a tendência de aumentar conforme o ângulo de ataque é incrementado. Quando comparados entre si nota-se que os valores das simulações para one-side e two-sides realizadas pelo autor são bastante próximos, não havendo pontos de alta discrepância. Quando comparados aos valores da literatura, nota-se que o comportamento da curva de coeficiente de arrasto é similar aos resultados dos demais autores com uma diferença que aumenta com o ângulo de ataque, já o coeficiente de sustentação possui uma boa similaridade até $\alpha = 5^\circ$ e uma alta divergência para ângulos maiores.

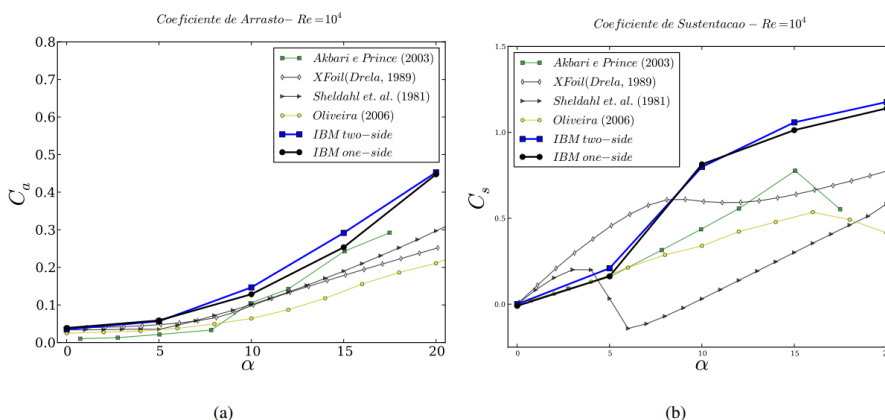


Figura 3. (a) - Coeficiente de arrasto (C_a) e (b) - Coeficiente de sustentação (C_s) em função do ângulo de ataque para o perfil NACA0012 e $Re = 10^4$.

Os prováveis fatores que fazem com que os modelos apresentados (one-side e two-sides) se distanciem da física do sistema é, dentre outros, o escoamento complementar criado no interior da fronteira imersa, uma vez que não há uma descontinuidade na fronteira. Outros fatores que podem causar irregularidades do modelo são: o modelo de turbulência empregado e o fato da simulação ser bidimensional, ou seja, estruturas tridimensionais não foram consideradas.

A Figura (3) representa o campo de pressão nas vizinhanças da fronteira imersa, nela pode-se notar que para a distribuição unilateral (one-side) o campo de pressão no interior do sólido se mantém baixo em relação ao escoamento externo, devido à não distribuição da força de fronteira para o interior da fronteira imersa, o que pode explicar o fato da velocidade do escoamento em seu interior ser menor que para o caso da distribuição bidimensional.

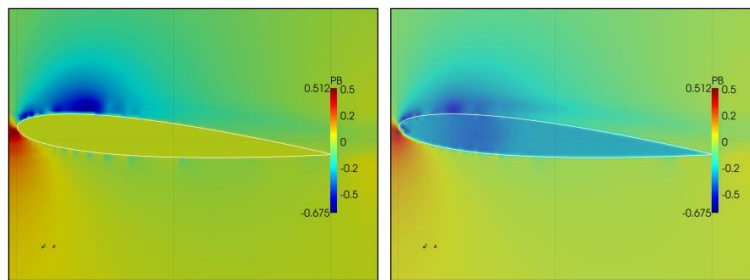


Figura 4. Campo de pressão. (a) - Função one-side. (b) - Função two-sides.

6. CONCLUSÃO

Após a análise dos resultados disponíveis, pode-se concluir que devido à curva de arrasto e sustentação com variação do ângulo de ataque e dos demais resultados envolvendo o campo de velocidade e pressão, a proposta desenvolvida pelo autor (IBM com função de interpolação/distribuição unilateral) ofereceu uma leve melhoria nos resultados, apresentando os valores quantitativos do escoamento mais próximos dos valores encontrados na bibliografia.

7. AGRADECIMENTOS

O autor gostaria de agradecer ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica das Universidade Federal de Uberlândia e ao Laboratório de Mecânica dos Fluidos por todos os recursos disponibilizados para o trabalho realizado.

Gostaria também de agradecer ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), PROEX, CAPES, FAPEMIG e PETROBRAS pelos recursos financeiros disponibilizados.

8. REFERÊNCIAS

- DRELA, M. Xfoil; 1989, "An analysis and design system for low reynolds number airfoils. Lecture Notes in Engineering : Low Reynolds Number Aerodynamics".
- MOHD-YUSOF, J., 1997, "Combined immersed boundaries/bsplines methods for simulations of flows in complex geometries", [S.l.].
- OLIVEIRA, J. E. S., 2006, "Modelagem matemática para otimização dinâmica de corpos imersos em escoamentos turbulentos", Thesis (Doctorate).
- PESKIN, C., 1972, "Flow patterns around heart valves: A numerical method. Journal of Computational Physics", v. 10, 252-271.
- SHELDAHL R. E.; KLIMAS, P. C., 1981, "Aerodynamic characteristic of seven symmetrical airfoil sections through 180 degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines". Albuquerque, NM, EUA.
- UHLMANN, M., 2005, "An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows. Journal of Computational Physics", New York, v. 209, p. 448-476.

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.