

## UMA ABORDAGEM ALTERNATIVA PARA A METODOLOGIA IMERSPEC COM TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA INTERNA

Denise Kinoshita, UFU, [denikino@doutorado.ufu.br](mailto:denikino@doutorado.ufu.br)

Aristeu da Silveira Neto, MFlab - UFU, [aristeus@mecanica.ufu.br](mailto:aristeus@mecanica.ufu.br)

Renato Aparecido Pimentel da Silva, MFlab – UFU, [silva.renato@gmail.com](mailto:silva.renato@gmail.com)

Felipe Pamplona Mariano, UFG, [fpmariano@eeec.ufg](mailto:fpmariano@eeec.ufg)

**Resumo.** Objetiva-se, no presente trabalho, uma abordagem numérica alternativa para a condição de contorno de Neumann ou também conhecida como condição de contorno de segunda espécie. Esta nova abordagem foi implementada para a modelagem matemática combinando os métodos de fronteira imersa e pseudoespectral de Fourier, denominada IMERSPEC, desenvolvida para problemas de transferência de energia interna, usando as equações de Navier-Stokes, a equação de balanço de massa e a equação de balanço de energia para escoamentos incompressíveis. A metodologia foi validada em cilindros concêntricos e os resultados, com esta nova abordagem, mostraram boa concordância com a literatura.

**Palavras chave:** Equação da Energia 1, Condições de Contorno 2, Método da Fronteira Imersa 3, Método pseudoespectral de Fourier 4

### 1. INTRODUÇÃO

A dinâmica dos fluidos computacionais (CFD) é uma das ferramentas utilizadas para resolver os problemas existentes na engenharia, porém, a maioria das aplicações possuem geometrias complexas, o que causa grande dificuldade em obter soluções representativas. Algumas das alternativas seriam a utilização de malhas não estruturadas e de técnicas de remalhagem, acarretando alto custo computacional e a necessidade de uma implementação numérica complexa, de acordo com Nakahashi *et al.* (2003).

A fim de contribuir para a solução deste tipo de problema, têm-se desenvolvido, alternativamente, as metodologias baseadas no conceito de fronteira imersa (MFI). Existem inúmeros trabalhos na literatura que resolvem problemas de transferência de energia interna utilizando a MFI, como podemos citar: Jungwoo e Haecheon (2004), Pan (2006), Wang *et al.* (2009), Young *et al.* (2009), Jeong *et al.* (2010), Ren *et al.* (2013), entre outros. Entretanto, não existem nenhum trabalho na literatura que utiliza a MFI com a metodologia pseudoespectral de Fourier para problemas com transferência de energia interna.

Desta maneira, foi agregada a equação da energia à metodologia IMERSPEC, desenvolvida por Mariano *et al.* (2010). Com esta metodologia as equações de Navier-Stokes e energia são resolvidas utilizando o método pseudoespectral de Fourier e as condições de contorno físicas são impostas através do MFI. Permitindo assim, resolver problemas não periódicos com o método pseudoespectral para problemas com transferência de energia interna.

Como avanço do presente trabalho, comparado com o trabalho apresentado no ano anterior por Kinoshita, *et al.* (2013), foi realizado uma nova abordagem para a modelagem da condição de contorno de segunda espécie. Os resultados foram comparados com resultados numéricos, simulados por Padilla (2013), utilizando o método de volumes finitos em coordenadas cilíndricas, além dos trabalhos de Ren *et al.* (2013) e Yoo (2003).

### 2. METODOLOGIA

O modelo matemático para escoamentos incompressíveis de fluidos newtonianos com transferência de energia interna pode ser encontrado em Kinoshita, *et al.* (2012). O objetivo do presente trabalho é mostrar a nova modelagem utilizada para a condição de contorno de segunda espécie.

Para esta nova abordagem da condição de contorno de segunda espécie, foi utilizado a metodologia proposta por Ren, *et al.* (2013) e adaptado para a nossa metodologia, como mostra a Eq. (1). O objetivo desta modelagem é obter um campo de força lagrangiano em função do fluxo de energia imposto na direção normal, cuja força possa ser distribuída para os pontos eulerianos e assim, atualizar a temperatura.

$$F_T(X, t) = \left\{ q_n''(X, t) - \left[ -k \frac{\partial T^*}{\partial n}(X, t) \right] \right\} \quad (1)$$

onde,

$$\frac{\partial T^*}{\partial n}(X, t) = \frac{\partial T^*}{\partial x}(X, t)\bar{n}_x + \frac{\partial T^*}{\partial y}(X, t)\bar{n}_y, \quad (2)$$

note que na Eq. (2), o cálculo de  $\frac{\partial T^*}{\partial n}$  depende das direções normais  $\bar{n}_x$  e  $\bar{n}_y$ . Portanto, as derivadas são calculadas no espaço espectral de Fourier e em seguida interpoladas para os pontos lagrangianos onde, posteriormente, serão projetados nas respectivas direções normais, x e y.

Além disso, o termo fonte de energia interna,  $F_T(X, t)$ , é obtido nos pontos lagrangianos, o qual pode ser distribuído e dado pela Eq. (3):

$$f_T(x, t) = \int_{\Gamma} F_T(X, t) \delta(\vec{x} - \vec{X}) d\vec{X}. \quad (3)$$

Portanto, com o campo de força distribuído nos pontos eulerianos,  $f_T(x, t)$ , a temperatura pode ser atualizada e avançada no tempo.

### 3. RESULTADOS

A condição de contorno de Neumann foi imposta no cilindro interno, a qual requer a imposição do fluxo de energia interna ou do gradiente de temperatura. Desta maneira, a fim de validar esta metodologia com a literatura, foi utilizado fluxo de energia interna constante na direção normal ( $q_n''$ ), em função do número de Rayleigh:  $Ra = \frac{g\beta L^4 q_n''}{\alpha \kappa_f \nu}$ .

A Fig. (1) ilustra o esquema do domínio computacional impondo a condição de contorno de Neumann no cilindro interno e Dirichlet no cilindro externo, assim como a malha computacional do domínio completo.

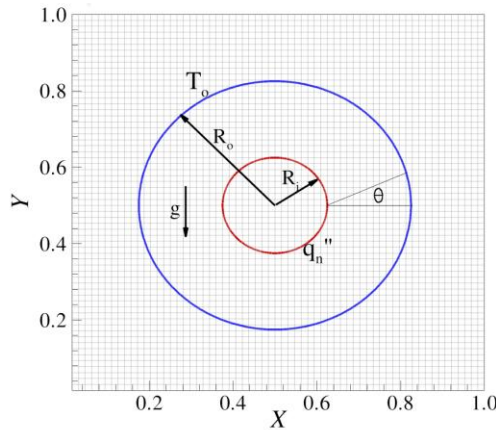


Figura 1. Esquemática do domínio computacional para a convecção natural entre cilindros concêntricos.

Os resultados foram comparados com a literatura, simulando primeiramente para  $Ra = 5 \times 10^4$ . As isotérmicas são mostradas na Fig. (2) (a) e boa concordância pode ser observada no perfil de temperatura do cilindro quando comparado com os resultados de Padilla (2013) e Yoo (2003), mostrada na Fig. (2) (b).

Além disso, o perfil de temperatura foi analisado entre os cilindros para três ângulos:  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $270^\circ$ , como mostram as Figs. (3) (a) e (b). Pode ser observada uma boa concordância com a literatura para todas as posições testadas no interior dos cilindros.

O número de Nusselt médio foi comparado com Padilla (2013) para vários números de Rayleigh e pode ser observado que para a maioria dos casos simulados o erro ficou em aproximadamente 0.5%, como pode ser visto na Tab. (1), o que mostra boa concordância entre os resultados.

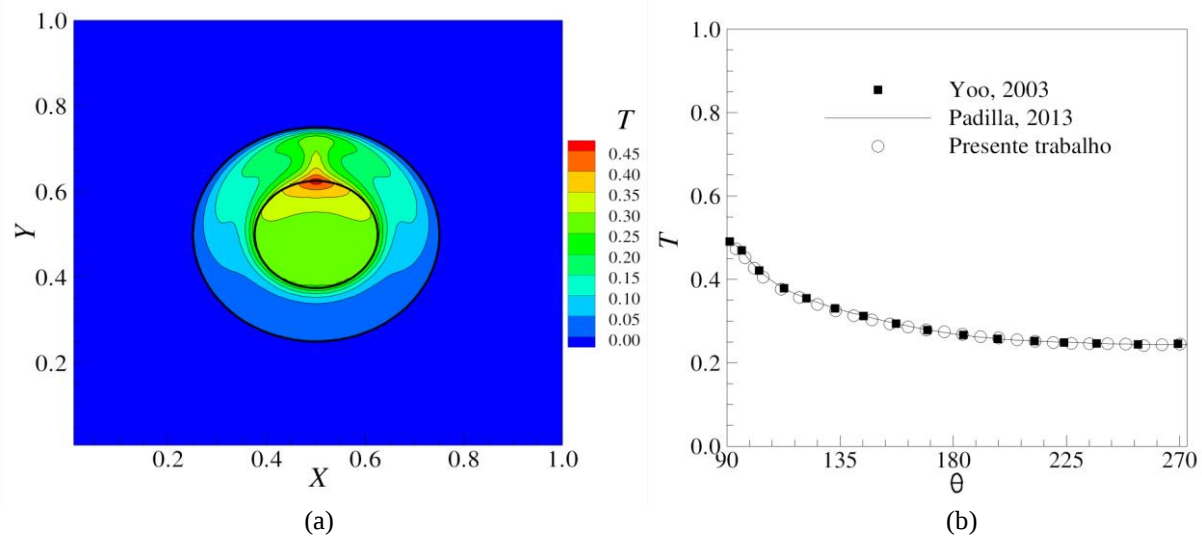


Figura 2. Comparação da distribuição de temperatura no cilindro interno para  $Ra = 5 \times 10^4$   
(a) Isotérmicas, (b) Comparação com Padilla (2013) e Yoo (2003).

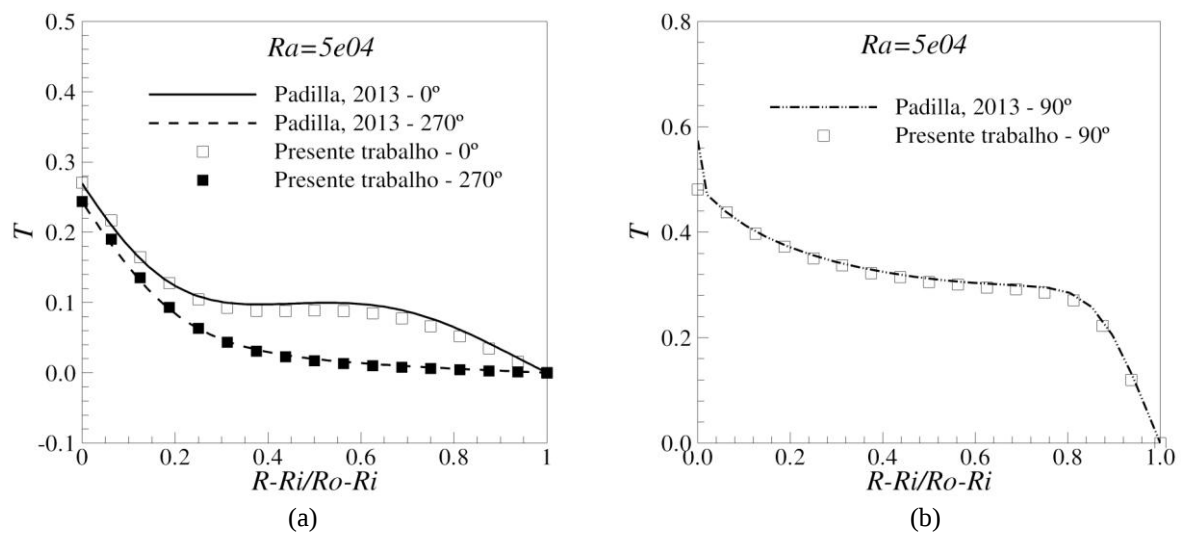


Figura 3: Comparação do perfil de temperatura entre os cilindros para  $Ra = 5 \times 10^4$ : (a)  $0^\circ$  e  $270^\circ$  e (b)  $90^\circ$ .

Tabela 1. Comparação do número de Nusselt médio com Padilla (2013) variando o número de Rayleigh.

| Ra                | Presente Trabalho, CC 2ª espécie | Padilla, 2013 | Erro % |
|-------------------|----------------------------------|---------------|--------|
| $1,0 \times 10^3$ | 1,55269                          | 1,544985      | 0,498  |
| $5,7 \times 10^3$ | 2,14676                          | 2,16028       | 0,625  |
| $1,0 \times 10^4$ | 2,45677                          | 2,469277      | 0,506  |
| $5,0 \times 10^4$ | 3,50959                          | 3,489229      | 0,583  |
| $1,0 \times 10^5$ | 4,03173                          | 3,983716      | 1,205  |

#### 4. CONCLUSÃO

Uma nova abordagem para a condição de contorno de Neumann foi proposta, implementada e comparada com a literatura. Para todos os casos simulados, os resultados mostraram boa concordância com a literatura. Além disso, esta abordagem alternativa mostrou-se mais eficiente quando comparado com a metodologia proposta e apresentada anteriormente por Kinoshita *et al.* (2012).

#### 5. REFERÊNCIAS

- Jeong H.K., Yoon H.S., Ha M.Y. e Tsutahara M., 2010, “An Immersed Boundary-Thermal Lattice Boltzmann Method Using an Equilibrium Internal Energy Density Approach for the Simulation of Fows with Heat Transfer, *Journal of Computational Physics*, Vol. 229, pp. 2526–2543.
- Jungwoo K. e Haechon C., 2004, “An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulation of Heat Transfer in Complex Geometries”, *KSME International Journal*, Vol.18, pp. 1026-1035.
- Kinoshita, D., Silveira-Neto, A., Mariano, F.P. e Moreira, L.Q., 2012, “On the Merging of Immersed Boundary and Pseudospectral Fourier Methodologies for Flows with Heat Transfer”, *HEFAT - 9<sup>th</sup> International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*, Malta.
- Kinoshita, D., Silveira-Neto, A., Mariano, F.P. e Silva, R.A.P., 2013, “Aplicação da Metodologia IMERSPEC em Problemas com Transferência de Energia Interna”, *POSMEC 2013 – Simpósio do Programa de Pós - Graduação em Engenharia Mecânica. Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia*.
- Mariano, F.P., Moreira, L.Q., Silveira-Neto, A., Silva, C.B. e Pereira, J.C.F., 2010, “A New Incompressible Navier-Stokes Solver Combining Fourier Pseudo-Spectral and Immersed Boundary Method”, *Computer Modeling in Engineering Science*, Vol.59 , pp. 181–216.
- Nakahashi, K., Ito, Y. e Togashi, F., 2003, “Some Challenges of Realistic Fow Simulations by Unstructured Grid Cfd”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.43, pp. 769–783.
- Padilla, E.L.M., 2013, Uberlândia: [s.n.]. Não publicado.
- Pan D., 2006, “An Immersed Boundary Method on Unstructured Cartesian Meshes for Incompressible Flows with Heat Transfer”, *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol.49, pp. 277–297.
- Ren, W., Shu, C. e Yang, W., 2013, “An Efficient Immersed Boundary Method for Thermal Flow Problems with Heat Flux Boundary Conditions”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.64, pp. 694–705.
- Wang Z., Fan J., Luo K. e Cen K., 2009, “Immersed Boundary Method for the Simulation of Fows with Heat Transfer”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.52, pp. 4510–4518.
- Young D.L., Jan Y.J. e Chiu C.L., 2009, “A Novel Immersed Boundary Procedure for Fow and Heat Simulations with Moving Boundary”, *Computers & Fluids*, Vol.38, pp. 1145–1159.
- Yoo, J.S, 2003, “Dual Free-Convective Flows in a Horizontal Annulus with a Constant Heat Flux Wall”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.46, pp. 2499–2503.

#### 6. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.