

ANÁLISE NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DA BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR

Alisson Augusto Azevedo Figueiredo, LTCM, alissonfigueiredo@hotmail.com.br
Gilmar Guimarães, LTCM, gguima@mecanica.ufu.br

Resumo. Este trabalho dedica-se ao desenvolvimento de modelos biotérmicos da equação da biotransferência de calor, visando o estudo dos processos de transferência de calor que ocorrem em tecidos vivos e contribuir com o diagnóstico precoce do câncer de mama analisando-se a temperatura superficial da mama. Obtém-se a solução analítica 1D transiente pelo método das funções de Green e a solução numérica usando o método dos volumes finitos e o software comercial COMSOL para o caso 1D. Analisam-se o comportamento dinâmico dos parâmetros da perfusão sanguínea e metabolismo presentes na equação da biotransferência de calor.

Palavras chave: biotransferência de calor, câncer de mama, perfusão sanguínea, metabolismo

1. INTRODUÇÃO

A primeira relação quantitativa que descreveu o transporte de energia em tecidos vivos e incluiu os efeitos do fluxo sanguíneo na temperatura tecidual em uma base contínua, foi apresentada por Harry H. Pennes em 1948. A equação derivada deste estudo, originalmente concebida para prever os campos de temperatura no antebraço humano, é a representação mais comum da distribuição espacial e temporal da temperatura nos sistemas biológicos e é denominada "equação da biotransferência de calor" ou "equação de Pennes" (CHARNY, 1992).

Em 1956, Lawson descobriu que a temperatura da pele sobre um câncer na mama era maior que a do tecido normal. Ele também mostrou que o sangue venoso que drena o tumor maligno é frequentemente mais quente do que o fornecido pelo sistema arterial (AMALU et al., 2006).

Segundo o Instituto Nacional do Câncer - INCA, o crescente aumento do número de casos novos de câncer fará com que não haja recursos suficientes para dar conta das necessidades de diagnóstico, tratamento e acompanhamento. O câncer de mama é o segundo tipo mais frequente no mundo e o mais comum entre as mulheres (INCA, 2014).

Justifica-se, assim, a importância do estudo para o desenvolvimento e aperfeiçoamento das técnicas usadas na prevenção e tratamento da doença, constituindo uma questão de saúde pública.

2. CÂNCER DE MAMA

O câncer de mama consiste em um tumor maligno que se desenvolve a partir de células da mama. Geralmente, ele começa nas células do epitélio que reveste a camada mais interna do duto mamário. Mais raramente, o câncer de mama pode começar em outros tecidos, tais como o adiposo e o fibroso da mama (ONCOGUIA, 2014).

O diagnóstico do câncer de mama é realizado através de uma biópsia da área suspeita e previamente analisada por um exame clínico (médico) ou por exame de imagens (mamografia, ultra-som ou ressonância).

A Figura (1) apresenta a anatomia da mama feminina que é basicamente constituída por três tipos de tecidos: o glandular, o fibroso e o adiposo.

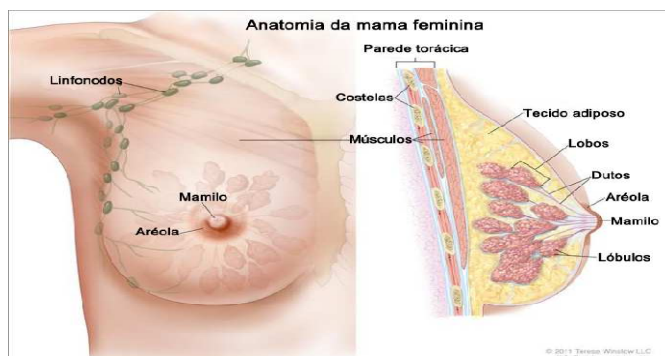


Figura 1. Anatomia da mama feminina.

3. EQUAÇÃO DA BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR

A Equação 1 caracteriza a transferência de calor nos organismos vivos, é conhecida como equação de Pennes (PENNES, 1948).

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} + \frac{d^2T}{dz^2} + Q_p + Q_m + Q_e = \frac{1}{\alpha} \frac{dT}{dt} \quad (1)$$

onde o Q_p é a fonte de calor devido a perfusão sanguínea, Q_m é a taxa volumétrica de geração de calor metabólica e o Q_e é referente à uma fonte de calor externa (por exemplo, um laser).

A fonte de calor devida à perfusão (Q_p) caracteriza-se pela transferência de calor convectiva efetuada pelo sangue através da vascularização capilar presente nos tecidos vivos, que é proporcional a diferença de temperatura do sangue arterial que entra no tecido e da temperatura do sangue venoso que sai do tecido (CHARNY, 1992). Este termo é dado pela Eq. 2 como

$$Q_p = w\rho_s c_s (T_a - T) \quad (2)$$

onde w é a taxa de perfusão sanguínea, ρ_s a massa específica do sangue, c_s o calor específico do sangue, T_a a temperatura arterial e T a temperatura do tecido.

3.1. Solução Analítica Unidimensional - Regime Transiente

A Figura (2) representa o modelo unidimensional usado para a obtenção da solução da equação de Pennes.

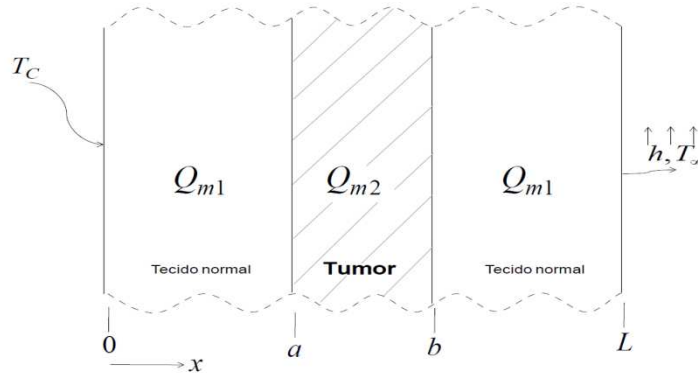


Figura 2. Modelo unidimensional representativo de um tecido exposto a um meio convectivo.

A Eq. 3 apresenta a solução para a distribuição de temperatura usando o método das funções de Green.

$$\begin{aligned} T(x, t) = & -2(T_0 - T_\infty) \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} \frac{(\beta_n^2 + B^2) \sin\left(\frac{\beta_n x}{L}\right) [\cos(\beta_n) - 1]}{\beta_n (\beta_n^2 + B^2 + B)} \\ & - \frac{2L^2 Q_a}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{m^2 \alpha t} e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} \right) \frac{(\beta_n^2 + B^2) \sin\left(\frac{\beta_n x}{L}\right) \left[\cos\left(\frac{\beta_n a}{L}\right) - 1 \right]}{\beta_n (\beta_n^2 + B^2 + B) (\beta_n^2 + m^2 L^2)} \\ & - \frac{2L^2 Q_b}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{m^2 \alpha t} e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} \right) \frac{(\beta_n^2 + B^2) \sin\left(\frac{\beta_n x}{L}\right) \left[\cos\left(\frac{\beta_n b}{L}\right) - \cos\left(\frac{\beta_n a}{L}\right) \right]}{\beta_n (\beta_n^2 + B^2 + B) (\beta_n^2 + m^2 L^2)} \\ & - \frac{2L^2 Q_c}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{m^2 \alpha t} e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} \right) \frac{(\beta_n^2 + B^2) \sin\left(\frac{\beta_n x}{L}\right) \left[\cos(\beta_n) - \cos\left(\frac{\beta_n b}{L}\right) \right]}{\beta_n (\beta_n^2 + B^2 + B) (\beta_n^2 + m^2 L^2)} \\ & + 2(T_c - T_\infty) \sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{m^2 \alpha t} e^{-\frac{\beta_n^2 \alpha t}{L^2}} \right) \frac{\beta_n (\beta_n^2 + B^2) \sin\left(\frac{\beta_n x}{L}\right)}{(\beta_n^2 + B^2 + B) (\beta_n^2 + m^2 L^2)} e^{-m^2 \alpha t} + T_\infty \end{aligned} \quad (3)$$

onde Q'_a , Q'_b e Q'_c representam respectivamente os domínios $[0:a]$, $[a:b]$ e $[b:L]$ da Fig. (1), $m = \sqrt{\frac{w\rho_s c_s T_a}{k}}$. As condições $\beta_n \cot \beta_n = -B$ e $B = \frac{hL}{k}$ são usados para obtenção do autovalor β_n .

3.2. Solução Numérica Unidimensional - Regime Transiente

A Figura (3) apresenta o problema unidimensional mostrado anteriormente na Fig. 2, porém com a discretização em volumes finitos.

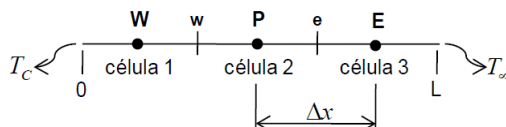


Figura 3. Volume de controle - Modelo unidimensional em volumes finitos.

Após a discretização, e aproximando os volumes finitos através da interpolação linear baseada no esquema de diferenças centradas (FERZIGER; PERIC, 2002), a Eq. 4 apresenta a solução explícita da equação unidimensional de Pennes.

$$T_p^{n+1} = T_p^n + \alpha \Delta t \left[\frac{T_E^n - 2T_p^n + T_W^n}{\Delta x^2} + \frac{w\rho_s c_s}{k} (T_a - T_p^n) + \frac{Q_m}{k} \right] \quad (4)$$

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

As soluções dos problemas biotérmicos foram obtidas considerando propriedades térmicas de células da mama encontradas na literatura conforme mostradas na Tab. (1) e são apresentadas analisando-se também alguns fatores que podem influenciar na distribuição de temperatura no corpo, como por exemplo a perfusão sanguínea e localização do tumor na mama. A Tab. (2) apresenta os parâmetros usados para este problema.

Tabela 1. Propriedades biotérmicas para o domínio que simula a mama (GAUTHERIE, 1980).

Propriedades	Símbolo	Tecido normal	Tumor
Condutividade térmica (W/mK)	k	0,42	0,42
Perfusão sanguínea (ml/s/ml)	w	0,00018	0,009
Densidade (kg/m³)	ρ	920	920
Calor específico (J/kgK)	c	3000	3000
Geração de calor metabólico (W/m³)	Q_m	450	29000

Considerou-se ainda no estudo de Gautherie (1980), a temperatura arterial do sangue (T_a), ambiente (T_∞), e a convecção térmica como 37°C, 20°C e $5 \frac{W}{m^2K}$, respectivamente.

Tabela 2. Parâmetros usados na solução do problema biotérmico.

Propriedades	Símbolo	Tumor
Temperatura inicial	T_o	37°C
Temperatura prescrita	T_c	37°C
Comprimento total	L	5 cm
Comprimento do tumor	[a:b]	1 cm
Posição inicial do tumor	a	2 cm
Posição final do tumor	b	3 cm

Na Figura 3 apresenta-se as temperaturas no corpo para 60s e 300s, considerando apenas uma perfusão sanguínea, e também o caso onde a perfusão sanguínea do tumor é diferente. Observa-se que à medida que avança-se no tempo, a diferença entre as temperaturas simuladas na região tumoral tende a aumentar, ou seja, a perfusão sanguínea quando considerada maior na região onde o tumor está localizado, aumenta a dissipação do calor nesta região, assim diminuindo a temperatura.

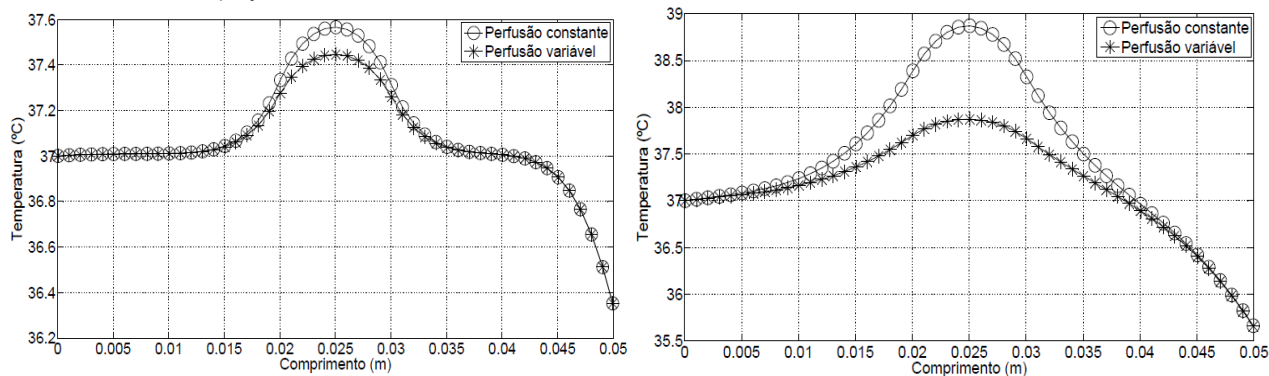


Figura 3. Comparação perfusão constante x perfusão variável para 60s e 300s (MVF).

Para uma simulação de 600s, a Fig. (4a) apresenta o efeito do tumor de 1cm na evolução das temperaturas ao longo do domínio, mudando a localização do tumor (tumor 1 [0,01:0,02]m, tumor 2 [0,02:0,03]m e tumor 3 [0,03:0,04]). A Figura (4b) apresenta as temperaturas na superfície para as mesmas localizações dos tumores ao longo dos 600s. Note que o aumento significativo de temperaturas na superfície da mama se acentua apenas quando o tumor está a 1cm da superfície.

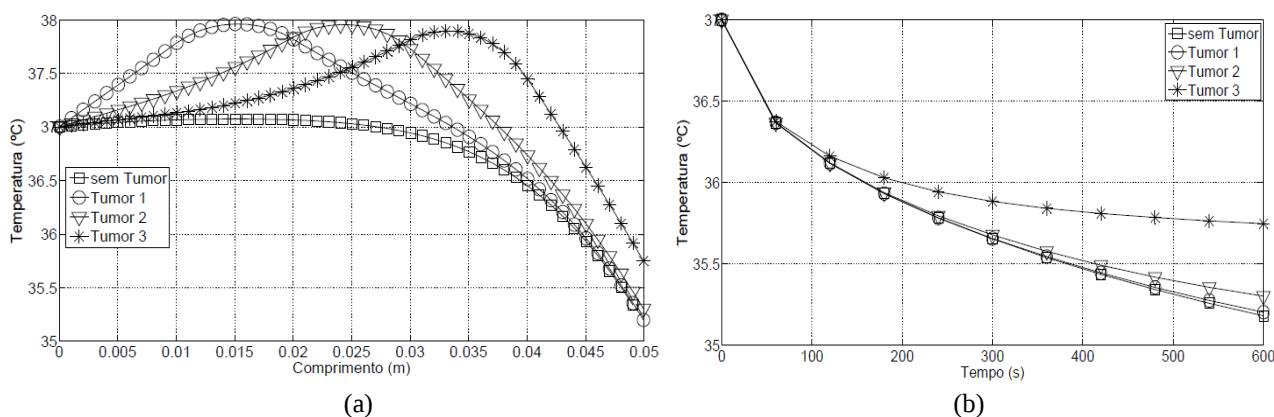


Figura 4. Distribuição das temperaturas ao longo do comprimento (a) e na superfície (b) para diferentes posições do tumor após 600s (MVF).

5. CONCLUSÃO

Os resultados deste trabalho evidenciam que dependendo da localização do tumor, têm-se respostas bem distintas na variação da temperatura superficial do corpo. Porém, é possível a detecção de perturbação da temperatura na superfície da mama possuindo uma geração de calor interna diferenciada (maior que a normal) pode ser diagnosticada dependendo das condições dos parâmetros desse tumor.

6. REFERÊNCIAS

- AMALU, W. C., Hobbins, W. B., Head, J. F. e Elliot, R. L., 2006, "The biomedical engineering handbook - medical devices and systems", Infrared The Biomedical Engineering Handbook - Medical devices and systems, 3 ed.
- CHARNY, C. K, 1992, "Bioengineering heat transfer", Academic Press, Vol. 22, Cap. Mathematical models of bioheat transfer, pp. 19-155.
- FERZIGER, J. H. e PERIC, M, 2002, "Computational methods for fluid dynamics", Springer-Verlag, 3 ed.
- GAUTHERIE, M, 1980, "Thermopathology of breast cancer: Measurement and analysis of in vivo temperature and blood flow", Annals of the New York Academy of Sciences, Vol. 335, pp. 383-415.
- INCA. 11 November 2014 <<http://www.inca.gov.br/estimativa/2014>>.
- ONCOGUIA. 11 November 2014 <<http://www.oncoguia.org.br/conteudo/tipos-de-cancer-de-mama>>.
- PENNES, H. H, 1948, "Analysis on tissue arterial blood temperature in the resting human forearm", Applied Physiology, Vol. 1, pp. 93-122.

6. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.