

MÉTODOS ESPECTRAIS DE FOURIER APLICADOS À ESCOAMENTOS BIFÁSICOS

Mariana F. S. Villela, UFU, marianamat_uvu@yahoo.com.br
Aristeu da Silveira Neto, UFU, aristeus@mecanica.uvu.br
Felipe Pamplona Mariano, UFG, fpmariano@ufg.br

Resumo. A metodologia IMERSPEC é a fusão do método pseudoespectral de Fourier com o método da fronteira-imersa. Esta metodologia foi desenvolvida por Mariano(2007) e validada para escoamentos incompressíveis e monofásicos. No presente trabalho foi proposta a extensão da metodologia IMERSPEC na aplicação de escoamentos bifásicos. O método Front-Tracking foi utilizado para modelagem da interface fluido-fluido. Resultado de ascensão de uma única bolha é apresentado e comparado com dados experimentais e numéricos.

Palavras chave: Dinâmica dos fluidos computacional, IMERSPEC, escoamentos bifásicos, método pseudoespectral de Fourier

1. INTRODUÇÃO

A metodologia IMERSPEC, desenvolvida por Mariano(2007), é a fusão do método pseudoespectral de Fourier com o método da fronteira-imersa. O método pseudoespectral de Fourier possui alta ordem de convergência numérica e alta acurácia, o que o torna interesse de estudo na dinâmica dos fluidos computacional (CFD). Essa metodologia foi verificada e validada para escoamentos incompressíveis e monofásicos, Mariano (2007), Mariano (2011), Moreira (2011).

O objetivo do presente trabalho é a extensão e aplicação da metodologia IMERSPEC na simulação de escoamentos bifásicos do tipo: gás-líquido, especificamente a ascensão de uma bolha dispersa em um líquido ou a queda de uma gota dispersa em um gás; e líquido-líquido, escoamento de uma gota dispersa em um líquido

As situações práticas de escoamento multifásico são inúmeras. Nos ambientes industriais tem-se como exemplo os sistemas de dessalinização de reatores químicos, motores de combustão interna, (VILLELA, 2011), escoamentos que acontecem em uma caldeira, (MIRANDA, 2010), e na extração de petróleo, (YEOH & TU, 2010), entre outros. Entre os processos naturais tem-se as ondas do oceano, e no contexto biológico tem-se o fluxo sanguíneo nas veias e artérias.

Tendo em vista esta e outras aplicações pode-se dizer que a pesquisa sobre escoamentos multifásicos é de suma importância e relevância para o crescimento do conhecimento em tais áreas industrial, biológica e natural (VILLELA, 2011).

O presente trabalho apresenta os resultados numéricos de simulações de escoamento de uma bolha ascendente em um canal vertical. Os resultados apresentados foram comparados com os dados experimentais de Clift, Grace e Weber (1978) e os resultados numéricos de Villar (2007).

2. MODELAGEM MATEMÁTICA E MÉTODO NUMÉRICO

Nesta seção são apresentados os modelos matemáticos e os métodos numéricos envolvidos na modelagem do problema de escoamento bifásico na ascensão de uma bolha.

2.1. Modelagem matemática

A modelagem para dinâmica dos fluidos é descrito no domínio euleriano, Ω , onde, Ω_2 (fase dispersa), e fora da interface, Ω_1 (fase contínua), Fig. 1. O domínio lagrangiano, Γ , modela a interface que separa o fluido da fase dispersa da fase contínua.

A formulação euleriana, que será utilizada para descrever a dinâmica de escoamentos no domínio Ω , é obtida através das equações de continuidade, Eq. (1) e de Navier-Stokes, Eq. (2).

$$\frac{\partial(\rho u_k)}{\partial x_k} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_l}{\partial t} + \frac{\partial u_l u_k}{\partial x_k} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_l} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) \right] + (\rho - \rho_0) g_l + f_l, \quad (2)$$

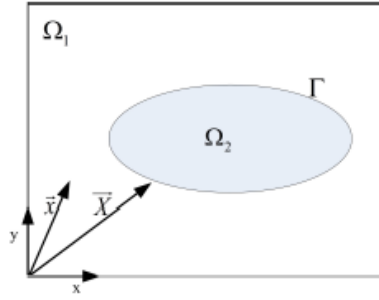


Figura 1. Representação esquemática dos domínios euleriano e lagrangiano (Fonte: Villela, 2011).

Em que u_l é a componente l do vetor velocidade e f_l é a componente l do vetor campo de força externa atuante numa partícula de fluido na interface, g_l é a componente l do vetor aceleração gravitacional e $l=1,2$, para problemas de duas dimensões (2-D) são as coordenadas espaciais, e k é o índice de somatório.

A massa específica ρ e a viscosidade dinâmica μ são descritos nas Eqs. (3) e (4), onde os sub índices c e d representam a fase contínua e dispersa respectivamente e I é a função indicadora, Eq. (5), que pode variar de zero (fase contínua) até um (fase dispersa).

$$\rho(\vec{x}, t) = \rho_c + (\rho_d - \rho_c)I(\vec{x}, t), \quad (3)$$

$$\mu(\vec{x}, t) = \mu_c + (\mu_d - \mu_c)I(\vec{x}, t), \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_k} I(\vec{x}, t) = \frac{\partial}{\partial x_k} \int_{\Gamma} n_l(\vec{X}, t) \delta(\vec{x} - \vec{X}) d\vec{X}, \quad (5)$$

onde, $n_l(\vec{X}, t)$ é a componente l do vetor normal à interface e as variáveis minúsculas representam o domínio euleriano e as maiúsculas o lagrangiano.

Ao utilizar o método pseudoespectral de Fourier há necessidade do uso de condições de contorno periódicas, para isso, deve-se então fazer um tratamento específico no termo gravitacional com o objetivo de evitar uma aceleração descendente em todo o fluido. Deste modo o termo $\rho_0 g$ é inserido nas equações de Navier-Stokes no qual $\rho_0 = (1 - \alpha)\rho_c + \alpha\rho_d$ e α é a fração volumétrica (razão entre o volume da fase dispersa pelo volume da fase contínua).

No espaço espectral de Fourier as eqs. (1) e (2) podem ser escritas da seguinte maneira:

$$ik_l \hat{u}_l = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_l}{\partial t} + ik_k \cdot (\widehat{u_l u_k}) = -\frac{1}{\hat{\rho}} * ik_l \hat{p} + \frac{1}{\hat{\rho}} * ik_k [\hat{\mu} * (ik_k \hat{u}_l + ik_l \hat{u}_k)] + \frac{1}{\hat{\rho}} * (\widehat{\rho - \rho_0}) \cdot g_l + \frac{1}{\hat{\rho}} * \hat{f}_l \quad (7)$$

Sendo que $ik_k \cdot (\widehat{u_l u_k})$ é o termo advectivo ou termo não linear (TNL), $\frac{1}{\hat{\rho}} * \hat{f}_l$ é o termo fonte, $ik_k [\hat{\mu} * (ik_k \hat{u}_l + ik_l \hat{u}_k)]$ é o termo difusivo (DIF), $\frac{1}{\hat{\rho}} * (\widehat{\rho - \rho_0}) \cdot g_l$ é o termo gravitacional (GRAV) e $\frac{1}{\hat{\rho}} * ik_l \hat{p}$ é o termo de pressão.

Para desacoplar a pressão do campo de velocidade utiliza-se o método da projeção, (SILVEIRA-NETO, 2002). Ao se fazer a projeção da equação de Navier-Stokes, Eq. (7), no plano π , os termos gravitacional, advectivo, difusivo, e fonte se tornam vetores coplanares ao plano de divergente nulo, enquanto que o termo de pressão anula, não possuindo representação na equação de Navier-Stokes, a pressão portanto é desacoplada. Feito isso a equação de Navier-Stokes no espaço espectral de Fourier fica:

$$\frac{\partial \hat{u}_l}{\partial t} = \mathcal{P}_{ik} \left[+ik_k \cdot (\widehat{u_l u_k}) - \frac{1}{\hat{\rho}} * ik_k [\hat{\mu} * (ik_k \hat{u}_l + ik_l \hat{u}_k)] - \frac{1}{\hat{\rho}} * (\widehat{\rho - \rho_0}) \cdot g_l - \frac{1}{\hat{\rho}} * \hat{f}_l \right] \quad (8)$$

Segundo Villela (2011), este procedimento equivale a substituir a solução de uma equação de Poisson por um produto vetor-matriz, sendo mais barato computacionalmente em termos numéricos sem deixar de terem a mesma função em termos físicos, que é garantir a conservação da massa. O interessante deste método é a possibilidade de recuperar o campo de pressão apenas para, pós-processamento, por meio da Eq. (9), no qual I_{lm} representa o tensor identidade (VILLELA, 2011).

$$-\frac{1}{\hat{\rho}} * ik_l \hat{p} = \mathcal{D}_{lk} \left[\widehat{TNL}_k - \widehat{DIF}_k - \widehat{GRAV}_k - \frac{1}{\hat{\rho}} * \hat{f}_l \right] + I_{lk} \left[\widehat{TNL}_k - \widehat{DIF}_k - \widehat{GRAV}_k - \frac{1}{\hat{\rho}} * \hat{f}_l \right] \quad (9)$$

2.2. Método Numérico

Para discretização da modelagem matemática utilizou-se as Transformada Discreta de Fourier (DFT) e a Transformada Discreta Inversa de Fourier (IDFT). O tratamento dos termos não-lineares das Equações de Navier Stokes é feito de modo pseudoespectral para evitar a integral de convolução. Então, as multiplicações são realizadas no domínio físico e resultado deste produto é levada para o espaço espectral. Quanto a discretização temporal da equação de Navier-Stokes utilizou-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem com seis passos (MRK46) (ALLAMPALLI et. al., 2009).

3. RESULTADOS

Foram simulados casos de ascensão de bolhas e os testes realizados foram comparados com dados experimentais de Clift, Grace e Weber (1978) e os resultados numéricos de Villar (2007). Parâmetros adimensionais foram utilizados para controlar o experimento, como o número de Eotvos (Eo) e o número de Morton (M), e compara-se o número de Reynolds em regime estacionário. Para isso, calcula-se a diferença, $\varepsilon = \frac{Re_{num} - Re_{exp}}{Re_{exp}} * 100$, entre o número de Reynolds referente ao dado experimental de Clift, Grace e Weber (1978) (Re_{exp}) e o resultado numérico (Re_{num}).

Na Tabela 1 tem-se o caso A1, onde a forma da bolha é elipsoidal tanto no experimento como no presente trabalho. Além disso, o número de Reynolds em regime estacionário mostrou em concordância com o experimento.

Tabela 1. Comparação da forma da bolha em regime estacionário e do número de Reynolds observados no experimento de Clift, Grace e Weber (1978) e na simulação numérica de Villar (2007) com os resultados obtidos no presente trabalho.

Caso A1 Eo=5,0 M=5,0 × 10 ⁻⁷	Forma da bolha	Re	ε
Experimento Clift, Grace e Weber (1978)	-	125,00	-
Villar (2007)	-	69,14	44,68 %
Presente Trabalho		100,34	19,72 %

Na Tabela 2 tem-se o caso A2, onde a forma da bolha é denominada ‘skirted’, nota-se a formação de estruturas do tipo ‘saías’. A forma da bolha comparada com o experimento apresenta-se de acordo com o esperado. Além disso, o número de Reynolds em regime estacionário mostrou em concordância com o experimento.

Tabela 2. Comparação da forma da bolha em regime estacionário e do número de Reynolds observados no experimento de Clift, Grace e Weber (1978) e na simulação numérica de Villar (2007) com os resultados obtidos no presente trabalho.

Caso A2 $E_o=410,0$ $M=5,0 \times 10^{-6}$	Forma da bolha	Re	ε
Experimento Clift, Grace e Weber (1978)		1200,00	-
Villar (2007)	-	641,00	87,16 %
Presente Trabalho		1055,57	13,68 %

4. CONCLUSÕES

O presente trabalho mostra simulações de ascensão de bolhas utilizando a metodologia IMERSPEC acoplada com o método Front-Tracking. Especificamente, os escoamentos que estão nos regimes denominados elipsoidal e skirted. Ambas as simulações apresentam grande deformação da interface e os resultados estão condizentes com os apresentados pelas referências. O que representa mais um avanço na tentativa de ampliar a gama de problemas que o método IMERSPEC pode ser utilizado.

5. REFERÊNCIAS

- ALLAMPALLI, V., HIXON, R., NALLASAMY, M., & SAWYER, S. (2009). High-accuracy large-step explicit Runge-Kutta (hale-rk) schemes for computational aeroacoustics. *Journal Computational Physics*, v. 228.
- CLIFT, R., GRACE, J. R., & WEBER, M. E. (1978). *Bubbles, Drops and Particles*. London: Academic Press.
- de SOUZA, R. G. (2009). *Escoamento bifásico líquido-gás: previsão de gradientes de pressão com a correlação de Lockhart e Martinelli e fluidodinâmica computacional*. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- MARIANO, F. P. (2007). *Simulação de escoamentos não-periódicos utilizando as metodologias pseudoespectral de Fourier e da fronteira-imersa acopladas*. Dissertação (Mestrado). Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia.
- MARIANO, F. P. (2011). *Solução numérica das equações de Navier-Stokes usando uma hibridação das metodologias fronteira imersa e pseudo-espectral de Fourier*. Tese (Doutorado). Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia.
- MIRANDA, F. C. (2010). *Modelagem matemática e simulação numérica computacional de escoamentos bifásicos com a presença de surfactantes insolúvel*. Uberlândia: Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia.
- SILVEIRA-NETO, A. (2002). *Turbulência nos fluidos aplicada*. [S.I.]: Apostila da Disciplina de Mecânica dos Fluidos do programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Uberlândia.
- VILLAR, J. (2007). *Análise numérica fina de escoamentos multifásicos bidimensionais*. Tese de doutorado. Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia.
- VILLELA, M. F. (2011). *Modelagem matemática de escoamentos bifásicos usando o método espectral de Fourier*. Uberlândia: Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia.
- YEOH, G. H., & TU, J. (2010). *Computational techniques for multi-phase flows*. [S.I.]: USA: Butterworth-Heinemann.

6. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.