

PROJETO ÓTIMO-ROBUSTO DE ESTRUTURAS COMPOSTAS

Thales Renato Bertolazzo Trevilato, UFU, thalestrevilato@yahoo.com.br
Antônio Marcos Gonçalves de Lima, UFU, amglima@mecanica.ufu.br

Resumo. No contexto dos novos desenvolvimentos em engenharia mecânica, materiais compostos têm sido utilizados em um grande número de estruturas, como aviões, compressores, automóveis, satélites comunicação, robótica, etc, devido a sua grande flexibilidade na obtenção de um bom desempenho como resultado da combinação de uma série de parâmetros, como o número de camadas com suas espessuras e as orientações de fibras. No entanto, em uma fase de concepção de uma estrutura composta reais de interesse industrial, a questão é como os arranjos destes parâmetros podem afetar o desempenho de tais estruturas? Além disso, na questão de projeto, outro aspecto que deve ser destacado é a utilização de uma estratégia de otimização robusta, a fim de gerar as melhores soluções com uma quantidade razoável de robustez. Neste trabalho, o interesse está confinado ao processo de modelagem de elemento finito de estruturas compostas usando a teoria deformação de cisalhamento de ordem superior (HSDT na sigla em inglês). A ênfase é colocada num processo de parametrização, a fim de facilitar a introdução das incertezas paramétricas sobre os parâmetros de concepção fatorando-os fora das matrizes elementares do sistema. Além disso, com o objetivo de gerar um projeto ótimo e robusto, a estratégia aqui utilizado é a introdução de funções de vulnerabilidade para serem otimizadas ao mesmo tempo com as funções de custo originais usando um procedimento de otimização multiobjectivo baseada na construção de Pareto. Os resultados em termos dos envelopes das funções de resposta de frequências foram obtidos e a robustez do ponto forte do ideal foi verificada “a posteriori”.

Palavras chave: Materiais Compostos, HSDT, Otimização Robusta, Função de Vulnerabilidade, Incertezas

1. INTRODUÇÃO

As últimas décadas tem sido as mais significativas para estruturas compostas, que vem ganhando muito espaço em relação aos materiais tradicionais utilizados na engenharia, tais como ligas metálicas, com uma ampla gama de aplicações em diversas áreas como a aeronáutica, aeroespacial militar, marítimo, automotivo, bioengenharia, construção, entre outros (Levy Neto, Pardini, 2006). Como um exemplo do referido acima, pode-se citar a indústria aeronáutica, em que os principais fabricantes de aviões estão aumentando cada vez mais a utilização destes materiais nas suas aeronaves, como o A380, que tem elementos estruturais com funções importantes feitos de materiais compostos, ou como o B787 Boeing que tem a maior parte da sua fuselagem feita de composto (Irisarri, 2009).

Esta classe de materiais é muito ampla, abrangendo polímeros reforçados com fibra, concreto estrutural, compósitos de matriz metálica ou cerâmica, entre outros. Assim, os compostos são caracterizados como combinações de dois ou mais materiais diferentes a um nível macroscópico, o que na maioria dos casos são distinguidos pelo menos duas fases chamados matriz e o reforço (Pardini Neto e Levy, 2006; Souza, 2003).

O objetivo destes materiais é a obtenção de efeitos sinérgicos resultantes desta combinação, em outras palavras, propriedades especiais que os constituintes não apresentam individualmente, como exibir simultaneamente rigidez e baixa densidade, ou resistência mecânica e resistência à corrosão (Hull e Clyne, 1996). Além destas características muito desejáveis para os projetistas, compostos ainda apresentam outras características de grande valor:

- As propriedades mecânicas podem ser "personalizado" de acordo com o arranjo das fibras para atender às necessidades do projeto;
- Baixa sensibilidade à fadiga e à corrosão, reduzindo os custos de manutenção.

Devido ao apresentado, verifica-se que os compostos têm uma complexidade mais elevada quando comparado com materiais isotrópicos mais convencionais uma vez que as propriedades desses são significativamente influenciadas por um grande número de variáveis e fatores, em particular a variedade de possíveis formas construtivas. Mas, se por um dos lados tem-se um modelo matemático mais complexo, por outro lado, tem-se uma maior liberdade construtiva na fabricação destes materiais, os quais são adequados para satisfazer as diferentes necessidades do projeto.

Existe na literatura uma grande variedade de teorias que propõem a modelagem de estruturas compósitas laminadas, as quais têm diferentes vantagens e desvantagens, tais como a precisão, especialmente em relação aos efeitos de cisalhamento ao longo da espessura, e o custo computacional. As suas principais diferenças surgem a partir da ordem polinômios escolhido aproximar as variáveis mecânicas (Reddy, 1997). Neste estudo será utilizada a Teoria Cisalhante de Ordem Superior (HSDT).

Com uma vasta gama de soluções o uso de um algoritmo de otimização é muito útil para o projetista, e, como a maioria dos problemas são multiobjectivos, caracterizado pela presença de múltiplas funções objetivas que são muitas vezes conflitantes, uma concepção ótima é muito importante a partir de do ponto de vista do desempenho.

No projeto de estruturas complexas, todas as etapas requerem o uso de modelos numéricos confiáveis que podem fornecer previsões quantitativas e qualitativas realistas do comportamento estrutural. Tais modelos são essenciais para a otimização estrutural e avaliação da confiabilidade. Com este objectivo, um grande esforço de investigação tem sido

empreendido nos últimos anos para o desenvolvimento de técnicas de modelagem adaptados para estruturas inteligentes (Donadon, 2000).

As estruturas mistas, assim como qualquer sistema estão sujeitas a várias incertezas e erros em diferentes níveis e sistemas mais complexos são ainda mais sujeitos, portanto, contar com um projeto otimizado e / ou robusta é de grande valor para os requisitos de confiabilidade, segurança, economia, além do desempenho acima mencionado. Aqui as incertezas foram aplicadas a espessura da camada e orientação das fibras, e os resultados analisados utilizando os envelopes da resposta de frequência.

2. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DE PLACAS COMPOSTAS

Esta seção apresenta a formulação de elemento finito de uma chapa de compósito laminado mostrado na Fig. 1 onde θ_k , z_n , h_n são, respectivamente, a orientação das camadas, as coordenadas na direção da espessura da placa e a espessura de cada camada. De acordo com a Teoria Cisalhante de Ordem superior desenvolvida por Lo et al., (1997); Chee et al. (2000), Lima et al. (2010), o campo de deslocamentos é dado pela Eq. (1).

$$\mathbf{U}(x, y, z, t) = \mathbf{A}(z)\hat{\mathbf{u}}(x, y, t) \quad (1)$$

onde:

$$\mathbf{U}(x, y, z, t) = \{\mathbf{u}(x, y, z, t) \ \mathbf{v}(x, y, z, t) \ \mathbf{w}(x, y, z, t)\}^T \quad (2-a)$$

$$\mathbf{A}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z & 0 & 0 & z^2 & 0 & 0 & z^3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z & 0 & 0 & z^2 & 0 & 0 & z^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & z & 0 & 0 & z^2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-b)$$

$$\hat{\mathbf{u}}(u) = \begin{Bmatrix} u_0(x, y, t) & v_0(x, y, t) & w_0(x, y, t) & \psi_x(x, y, t) & \psi_y(x, y, t) & \psi_z(x, y, t) & \dots \\ \dots & \zeta_x(x, y, t) & \zeta_y(x, y, t) & \zeta_z(x, y, t) & \phi_x(x, y, t) & \phi_y(x, y, t) & \dots \end{Bmatrix} \quad (2-c)$$

Onde $\mathbf{u}(x, y, z, t)$, $\mathbf{v}(x, y, z, t)$ e $\mathbf{w}(x, y, z, t)$ são os deslocamentos nas direções x , y e z , respectivamente. Os termos u_0 , v_0 e w_0 são, respectivamente, os deslocamentos da seção média da placa nas direções x , y e z , enquanto ψ_x , ψ_y e ψ_z são rotações em torno desses eixos. Enquanto ζ_x , ζ_y , ζ_z , ϕ_x e ϕ_y são rotações de alta ordem sem uma interpretação física perfeitamente definida (Chee et al., 2000). O vetor mostrado na Eq. (2-c) pode ser entendido como as 11 variáveis ou graus de liberdade mecânicos usados nessa formulação.

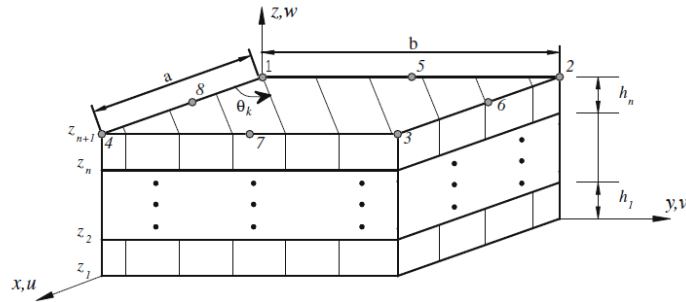


Figura 1: Composto laminado (adaptado de Lima et al.(2010))

Para a análise por elementos finitos é necessária a correta escolha de funções de interpolação (funções de forma) e variáveis nodais. O elemento considerado nessa formulação foi o Serepidity, um elemento plano com três nós por aresta num total de oito nós (Reddy,1997). O campo de deslocamento mecânico é escrito em função das coordenadas nodais da seguinte forma:

$$\mathbf{U}(\zeta, \eta, z, t) = \mathbf{A}(z)\mathbf{N}(\zeta, \eta)\mathbf{u}_e \quad (3)$$

onde $\mathbf{N}(\zeta, \eta)$ é a matriz com as funções de forma associadas aos graus de liberdade mecânicos, que podem ser visto em Faria (2006). As deformações podem ser expressas em função das funções de forma e das variáveis nodais por meio da seguinte relação, separando as deformações em deformações de flexão (*bending*), $\boldsymbol{\varepsilon}_b = \{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy}\}$, e deformações cisalhantes (*shear*), $\boldsymbol{\varepsilon}_s = \{\gamma_{yz} \ \gamma_{xz}\}$:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_b = [\mathbf{D}_b \mathbf{N}_b] \mathbf{u}_e = \mathbf{B}_b \mathbf{u}_e \quad (4-a)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_s = [\mathbf{D}_s \mathbf{N}_s] \mathbf{u}_e = \mathbf{B}_s \mathbf{u}_e \quad (4-b)$$

Através da interpolação dos campos de deslocamento e deformação as energias cinética e potencial podem ser dadas por:

$$K_E(t) = \frac{1}{2} \dot{e}_e(t)^T M_e \dot{e}_e(t) \quad (5)$$

$$P_E(t) = \frac{1}{2} u_e(t)^T K_e u_e(t) \quad (6)$$

onde $K_e = K_{e(b)} + K_{e(s)}$; as matrizes de massa M_e e as de rigidez $K_{e(b)}$ e $K_{e(s)}$ podem ser vistas em Lima et al. (2010), essas últimas contêm as matrizes elásticas ortotrópicas associadas à flexão e ao cisalhamento da k -ésima camada.

Através das matrizes elementares é possível construir as equações globais através das matrizes booleanas de conectividade, que após a montagem, a equação do movimento global é dada por:

$$M\ddot{q}(t) + Kq(t) = f(t) \quad (10)$$

onde $q(t)$ é o vetor contendo os graus de liberdade globais e $f(t)$ é o vetor contendo os carregamentos externos.

3. OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO ROBUSTA

A maior parte dos problemas práticos em engenharia costuma apresentar vários objetivos e, portanto, sendo problemas multiobjetivos, que são caracterizados pela presença de várias funções custo, que muitas vezes são conflitantes. Os problemas multiobjetivos, ao contrário dos problemas mono-objetivo, não apresentam uma solução única, mas sim um conjunto de soluções chamado de solução de Pareto. Assim, o primeiro passo na resolução de problema multiobjetivo é a determinação desse conjunto de soluções.

Um problema multiobjetivo pode ser definido como (Ait Brik et al., 2005):

$$\begin{cases} \min_x F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)) \\ g_j(x) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \\ x_L \leq x \leq x_U \quad x \in C \end{cases} \quad (11)$$

onde $n \geq 2$ é o número de funções objetivo, $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ é o vetor que contém as variáveis de projeto, $C \subset R^k$ representa o conjunto realizável (espaço de projeto) associado às restrições de igualdade ou desigualdade $g_j(x)$, e os limites explícitos; $F(x)$ é o vetor de critérios ou funções objetivo a serem otimizadas.

O equilíbrio de Pareto está diretamente relacionado com a noção de dominância de Pareto, que pode ser definida como: Uma solução $Y = (y_1, \dots, y_n)$ domina outra solução $Z = (z_1, \dots, z_n)$ se, e somente se, $\forall i \in [1, n], y_i \leq z_i$ e $\exists i \in [1, n]$ tais que $y_i < z_i$. Assim, uma solução $x^* \in C$ é uma solução de Pareto se, e somente se, não existe uma solução $x^* \in C$ tal que $F(x)$ domine $F(x^*)$ (Ait Brik et al., 2005).

Para avaliar o impacto das variações do projeto é usado aqui um estimador chamado função robustez que é baseada na média (μ) e no desvio padrão (σ) das funções custo e segundo a abordagem proposta por Ait Brik (2005), para uma função objetivo $f(x)$ a função robustez é definida como:

$$f^v = (\sigma_f / \mu_f)^{-1} \quad (12)$$

onde (σ_f / μ_f) é a medida da dispersão, ou vulnerabilidade de $f(x)$, denotada por $f(x)$.

Assim é definido um novo problema de otimização multiobjetivo robusta, onde se otimiza simultaneamente as funções custo iniciais e as funções robustez, sendo o problema definido matematicamente com se segue:

$$\begin{cases} \min_x F^*(x) = (f_1(x), f_1^*(x), f_2(x), f_2^*(x), \dots, f_n(x), f_n^*(x)) \\ g_j(x) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \\ x_L \leq x \leq x_U \quad x \in C \end{cases} \quad (13)$$

4. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Foi implementado um modelo de elementos finitos de uma placa quadrada de lado $a = 0,16m$, o composto possui 5 camadas com as mesmas propriedades elásticas: $\bar{E}_1 = 172,5GPa$; $\bar{E}_2 = \bar{E}_3 = 6,89GPa$; $\bar{G}_{12} = \bar{G}_{13} = 3,45GPa$; $\nu_{12} = \nu_{13} = 0,25$; $\nu_{23} = 0,30$ e densidade $\rho = 1566Kg/m^3$ é adotado para todas as camadas.

Foi usada uma malha de 64 elementos finitos, 225 nós e as condições de contorno usadas na placa (Chee et al., 2000): $u_0 = w_0 = \psi_x = \zeta_x = \zeta_z = 0$ com $y=0$ e $y=b$; $u_0 = w_0 = \psi_x = \zeta_y = \zeta_z = 0$ com $x=0$ e $x=a$. Os objetivos da otimização são minimizar a amplitude dos dois primeiros picos de frequência da FRF. As configurações escolhidas para o algoritmo evolutivo NSGA (*Non dominated Sorting Genetic Algorithm*) foram uma população de 30 indivíduos para cada geração, com 100 gerações, com uma probabilidade de mutação de 0,05 e 0,25 para a probabilidade de cruzamento, tanto para o caso determinístico quanto robusto. Os valores nominais escolhidos foram $0,1 \times 10^{-3}$ m para todas as camadas h_i com uma variação de até $\pm 30\%$ e orientação $[45^\circ/0^\circ]_3$ com variação de $\pm 4,5^\circ$, para o caso robusto foi utilizado uma dispersão de 6% em torno dos parâmetros. Com isso foi gerado os envelopes de FRF para os casos determinístico (Fig. (3-A)) e robusto (Fig. (3-B)).

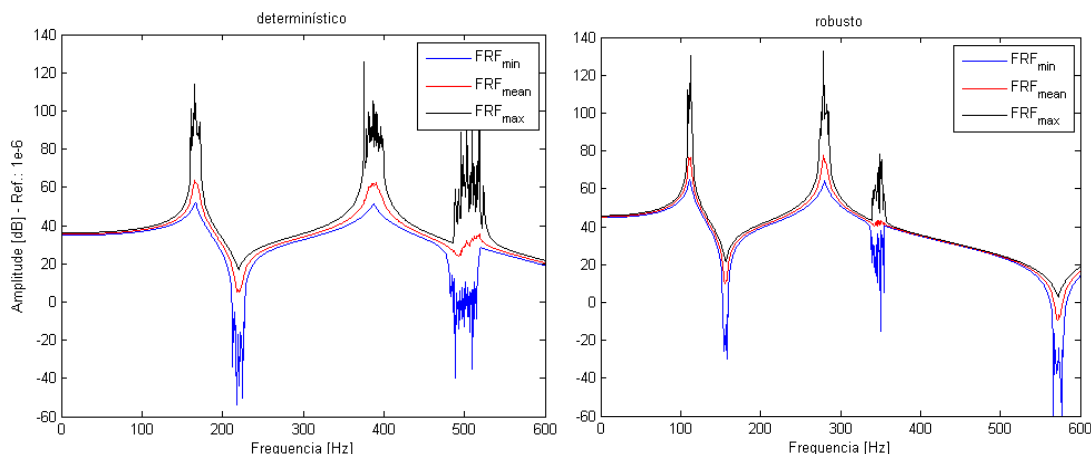


Figura 3: Envelopes das otimizações: (A) determinístico, (B) Robusto.

4. CONCLUSÕES

Nesse trabalho foi estudado um modelo de material compósito laminado parametrizado através da Teoria HSDT, onde as espessuras e orientação das lâminas foram fatoradas das matrizes de elementos finitos. Esse modelo se mostrou bem representativo e a parametrização das propriedades escolhidas diminuiu o custo computacional, melhorando a relação custo-benefício da Teoria HSDT, que apresenta um maior custo computacional frente a outras teorias.

Também foram estudadas rotinas de otimização determinística e robusta, utilizando variante do Algoritmo Evolutivo, o NSGA, com a robustez avaliada através de funções de vulnerabilidade. Foi possível avaliar o desempenho dessas rotinas, além de demonstrar a robustez do ótimo robusto perante o determinístico.

5. REFERÊNCIAS

- Ait Brik B., 2005. “Méthodologies de conception robuste et d'optimisation dans un contexte de conception d'architectures mécaniques nouvelles en avant projet”. PhD Thesis, University of Franche-Comté, France.
- Chee C, Tong L, Steven G., 2000. “A mixed model for adaptive composite plates with piezoelectric for anisotropic actuation”. *Comput Struct*; 77(3):253–68.
- Donadon, M. V., 2000. “Vibração de Placas Laminadas na Presença de Tensões Induzidas Piezoeletricamente”. 109p. Master Thesis (Mechanical Engineering)- Technological Institute of Aeronautics, São José dos Campos, SP, Brazil.
- Faria, A. W., 2006. “Modelagem por elementos finitos de placas compostas dotadas de sensores e atuadores piezoelétricos: implementação computacional e avaliação numérica”. 152p. Master Thesis (Mechanical Engineering). Faculty of Mechanical Engineering, Federal University of Uberlândia, MG, Brazil.
- Hull, D.; Clyne, T. W., 1975. “An Introduction to Composite Material”. Scripta Book, Washigton.. 1nd edition.
- Irisarri, F. X., 2009. “Statégies de calcul pour L’optimisation multiobjectif des structures composites”. 274p. Ph.D. thesis, Université de Toulouse III – Paul Sabatier, Toulouse, France.
- Levy Neto, F.; Pardini, L. C., 2006. “Compósitos Estruturais: Ciência e Tecnologia”. Edgar Blücher, São Paulo. 1nd edition.
- Lima, A. M. G.; Faria, A. W.; Rade, D. A., 2010. “Sensitivity analysis of response functions of composite sandwich plates containing viscoelastic layers”. *Journal of Composite Structures*. v. 92, n. 364-376.

6. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.