

CONTROLE ROBUSTO EM MÁQUINAS ROTATIVAS UTILIZANDO DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES

Adriano Silva Borges, adrianosborges@uol.com.br⁽¹⁾

Marcus Vinícius Fernandes, marcusfernandesss@gmail.com⁽¹⁾

Edson Hideki Koroishi, koroishi@mecanica.ufu.br⁽¹⁾

Valder Steffen Jr, vsteffen@mecanica.ufu.br⁽¹⁾

⁽¹⁾ Laboratório de Mecânica de Estruturas (LMest) - Faculdade de Engenharia Mecânica (FEMEC)- Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Av. João Naves de Ávila, 2121 - CAMPUS SANTA MÔNICA, Bloco 1M, UBERLÂNDIA - MG, CEP 38400-902

Resumo. Alguns métodos de Controle Ativo de Vibrações são baseados em modelos matemáticos; nestes casos uma questão que deve ser levada em consideração é o efeito das variações dos parâmetros sobre a performance do sistema. Como não é possível conhecer de antemão os valores destes parâmetros do sistema mecânico, uma alternativa bastante interessante é projetar controladores robustos que incluam tais incertezas. Neste sentido, este trabalho apresenta uma técnica de controle ativo de vibrações, neste caso dedicado a máquinas rotativas, levando em consideração incertezas dos parâmetros do sistema. Para tanto, um Atuador Eletromagnético foi incorporado ao sistema e os ganhos do controlador foram determinados utilizando Controle Ótimo resolvido via Desigualdades Matriciais Lineares, que são uma ferramenta bastante útil no tratamento de sistemas com parâmetros incertos. Além disso, foram empregados estimadores de Kalman para inferir sobre os estados modais do sistema. A potencialidade da metodologia para aplicações em engenharia foi investigada através de testes experimentais, uma vez que o modelo da máquina rotativa em análise foi concebido com base no Método dos Elementos Finitos, o que possibilitou investigar o potencial da metodologia para aplicações em engenharia.

Palavras chave: Controle Robusto, Atuador Eletromagnético, Estimador de Kalman, Desigualdades Matriciais Lineares

1. INTRODUÇÃO

Uma grande variedade de atuadores está disponível para aplicações em controle, tais como os Atuadores Piezelétricos do Tipo Pilha, Mancais Magnéticos Ativos (MMA) e Atuadores Eletromagnéticos (AEM). Os Atuadores Piezelétricos mostraram-se bastante eficientes no controle de vibrações em máquinas rotativas. Mais recentemente, Simões (2007) apresentou uma estratégia de controle modal para rotores flexíveis utilizando dois atuadores piezelétricos do tipo pilha instalados ortogonalmente em um dos mancais da máquina, permitindo a alteração da rigidez do sistema. Da mesma forma, os MMAs têm sido empregados com bastante sucesso em turbomáquinas industriais (Schweitzer et al, 2009). Os MMAs permitem a aplicação do esforço de controle por meio de forças magnéticas laterais, sem contato direto entre o rotor e o estator. Entretanto, estes possuem algumas desvantagens, tais como a complexidade técnica e o consumo contínuo de energia para levitar o rotor (Horst et al, 2004).

O AEM baseia-se no mesmo princípio físico empregado nos MMAs, mas apenas em termos da aplicação de forças laterais sem a necessidade de contato, pois o AEM não é empregado para levitar o rotor diretamente. Desta forma, o AEM resulta em um mancal híbrido. O controle ativo através de AEM foi realizado com sucesso em estruturas leves tanto numérica quanto experimentalmente (Der Hagopian et al, 2010), sendo que a sua principal vantagem é a simplicidade, pois consiste na associação de uma estrutura eletromecânica com a ação de controle, sem contato mecânico.

Desta forma, este trabalho apresenta o projeto de controladores robustos para um sistema rotativo empregando atuadores eletromecânicos. Para tanto, os AEMs foram instalados em volta de um mancal de esferas convencional, resultando em uma arquitetura aqui denominada como mancal híbrido. Os controladores robustos foram projetados utilizando controle ótimo resolvido através de desigualdades matriciais lineares (LMIs do inglês *Linear Matrix Inequalities*), ferramenta que permite a inserção de incertezas no modelo do rotor.

2. DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES

As primeiras aplicações de LMIs na análise de sistemas dinâmicos foram realizadas há mais de 100 anos. Em 1890, Aleksandr Mikhailovich Lyapunov apresentou seu trabalho, onde introduziu a teoria de Lyapunov (Boyd et al, 1994) através da seguinte expressão:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} \quad (1)$$

é estável (todas as trajetórias convergem para zero) se e somente se existe uma matriz P positivo definida, tal que:

$$[A]^T [P] + [P] [A] > 0 \quad (2)$$

A inequação dada pela expressão (2) é conhecida como desigualdade de Lyapunov.

Atualmente, as LMIs têm sido objeto de estudos por parte de muitos pesquisadores de destaque, com os mais variados enfoques, tais como: controle de sistemas discretos e contínuos no domínio do tempo, controle ótimo e controle robusto (Van Antwerp et al, 2000), redução de modelos (Assunção, 2000), controle de sistemas não lineares, teoria de filtros robustos (Palhares, 1998), e detecção, localização e quantificação de falhas (Abdalla et al, 2000; Wang et al, 2007).

2.1. Regulador Linear Quadrático usando LMIs

Muitos autores tem considerado aplicações de LQR, entretanto, poucos têm discutido a versão deste controlador formulada com base em LMI's (Johnson et al, 2002). Uma versão de LQR resolvido por LMI's é apresentada por Erkus et al (2004). Estes autores mostram em seu trabalho que o problema LQR-LMI pode ser descrito por:

$$\min_{X, P_{lmi}, X_{lmi}} \text{tr}([Q_{lqr}] P_{lmi}) + \text{tr}([X_{lmi}]) + \text{tr}([Y_{lmi}] N) + \text{tr}([N]^T Y_{lmi}^T) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & [A][P] - [B][Y_{lmi}] + [P][A]^T - [Y_{lmi}]^T [B]^T + [B_w][B_w]^T < 0 \\ \text{subjeito a} \quad & \begin{bmatrix} [X_{lmi}] & [R_{lqr}]^{1/2} [Y_{lmi}] \\ [Y_{lmi}]^T [R_{lqr}]^{1/2} & [P_{lmi}] \end{bmatrix} > 0 \end{aligned} \quad (4)$$

onde N é um vetor posição de ruído, $[X_{lmi}]$ e $[Y_{lmi}]$ são as soluções das LMIs e $\text{tr}()$ denota o traço da matriz.

Os ganhos do controlador são obtidos substituindo-se a matriz $[A]$ por $[A] - [B_u][KG]$ na Eq. (4) e resolvendo as Eqs. (3) e (4), onde o sinal de controle é $\{u(t)\} = -[KG]\{X(t)\}$ (controle por realimentação no espaço de estados).

2.2. Projeto robusto de controladores usando LMIs

A maior vantagem do projeto empregando LMIs é permitir a definição de especificações tais como requisitos de estabilidade, taxa de decaimento, limitações da entrada do atuador e limitadores de picos de saída. Além disso, também permitem assumir que os parâmetros do modelo envolvam incertezas.

As LMIs consistem em uma ferramenta bastante prática para problemas com restrições, onde os parâmetros variam de acordo com uma faixa de valores. O projeto robusto de controladores empregado neste trabalho foi apresentado por Assunção et al (2001). Um sistema com incertezas politópicas é estável se existirem $[X]$ e $[G]$ tais que as seguintes LMIs sejam factíveis:

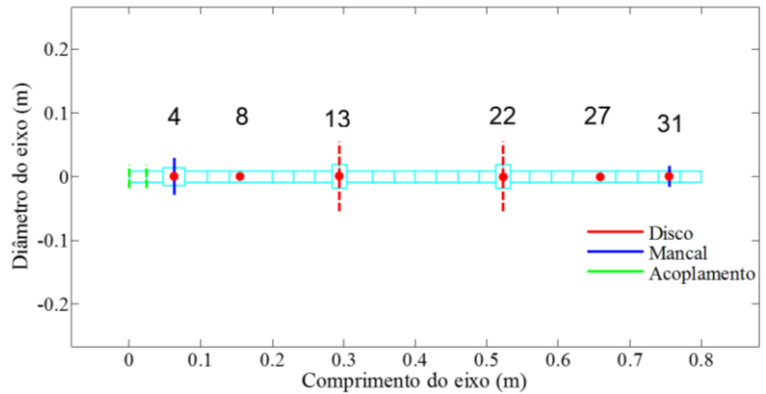
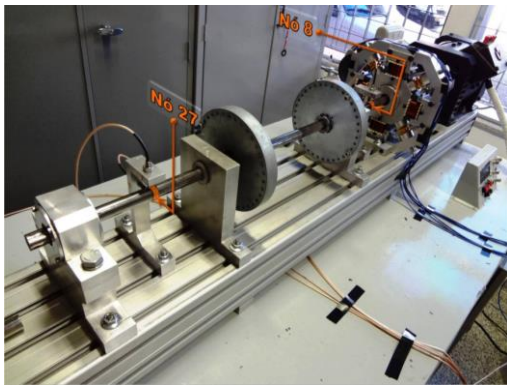
$$\begin{aligned} & [A_i][X] - [B_i][G] + [X][A_i]^T - [G]^T [B_i]^T < 0 \\ & [X] > 0 \end{aligned} \quad (5)$$

onde $i=1, 2, \dots, m$, $m=2^n$ e n é o número de incertezas.

A equação (3) foi usada para o controle robusto usando LQR, e as restrições (Eq. (4)) foram arranjadas na forma dada pela Eq. (5).

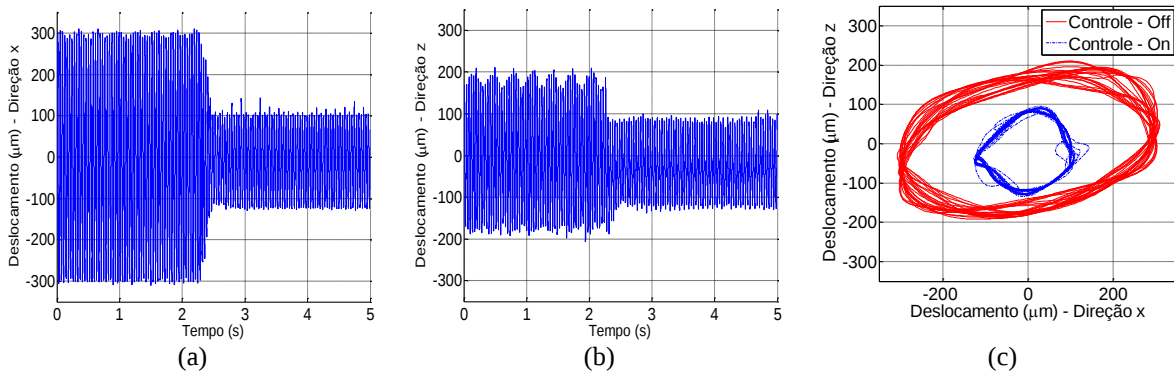
3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A Fig. (1) apresenta a bancada de teste utilizada para a validação do projeto dos controladores robustos utilizando atuadores eletromagnéticos.



(a) (b)
Figura 1. Rotor flexível: (a) Bancada experimental. (b) Modelo discretizado.

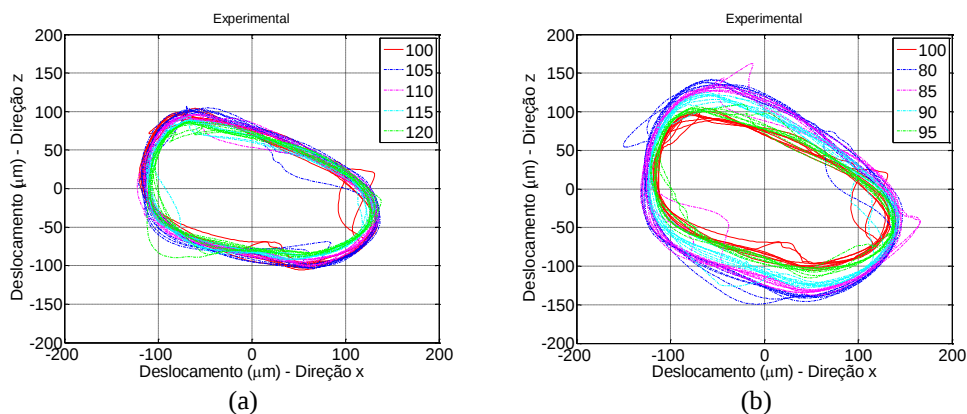
O rotor apresentado na Fig. (1a) possui a primeira velocidade crítica próxima a 1600 rpm. Desta forma, a eficiência da metodologia proposta foi analisada para a resposta ao desbalanceamento em regime permanente com o rotor a uma velocidade de rotação de 1600 rpm. A Fig. (2) apresenta os resultados obtidos nas duas direções, x e z, respectivamente horizontal e vertical. A Fig. (2c) ilustra a órbita do sistema com o controle ligado e desligado.



(a) (b) (c)
Figura 2. Rotor flexível: (a) Deslocamento – Direção x. (b) Deslocamento – Direção z. (c) Órbita.

As Fig. (2) permite visualizar a redução na amplitude pico a pico da resposta ao desbalanceamento em regime permanente nas duas direções consideradas. Vale ressaltar que melhores resultados foram obtidos na direção x, visto que nesta direção não há influência da força peso, fato que ocorre ao longo da direção z (vertical). A redução da amplitude da resposta pico a pico foi de 618,90µm para 253,83µm para a direção x, e de 416,43µm para 209,48µm para a direção z.

A fim de verificar a robustez dos controladores desenvolvidos, foi feita uma análise do controle considerando uma variação de $\pm 20\%$ nos parâmetros da matriz dinâmica [A] do estimador. Os resultados da resposta do sistema controlado são apresentados na Fig. (3).



(a) (b)
Figura 3. Órbita da resposta ao desbalanceamento do sistema controlado considerando variação de $\pm 20\%$ nos parâmetros da matriz dinâmica [A] do estimador.

Os resultados apresentados pela Fig. (3) estão resumidos na Tab. (1).

Tabela 1. Redução percentual da resposta ao desbalanceamento (valores de pico a pico).

Variação do modelo do Estimador	Controle - Off		Controle - On		Redução Percentual	
	Direção x	Direção z	Direção x	Direção z	Direção x	Direção z
80%	618,90	416,43	297,31	290,83	51,96%	30,16%
85%	618,90	416,43	297,98	300,07	51,85%	27,94%
90%	618,90	416,43	267,46	252,55	56,78%	39,35%
95%	618,90	416,43	260,81	224,56	57,86%	46,08%
100%	618,90	416,43	253,86	209,48	58,98%	49,70%
105%	618,90	416,43	258,12	211,38	58,29%	49,24%
110%	618,90	416,43	257,99	197,71	58,32%	52,52%
115%	618,90	416,43	244,73	185,54	60,46%	55,45%
120%	618,90	416,43	250,13	176,84	59,58%	57,53%

Analisando os resultados apresentados pela Tab. (1), observa-se que, de um modo geral, o controle foi robusto em relação à variação do modelo do estimador, fato que pode ser visualizado pelo grau de redução percentual da amplitude pico a pico da resposta do sistema. O sistema de controle atenuou a resposta do sistema, apresentando melhores resultados na direção x.

4. CONCLUSÕES

O emprego de estratégias de Controle Robusto é uma alternativa bastante interessante para considerar incertezas inerentes aos parâmetros do sistema em análise ainda na sua fase de projeto. Desta forma, o sistema é concebido de forma a operar adequadamente mesmo na presença de discrepâncias significativas entre o modelo e a planta real. Isto pôde ser verificado experimentalmente neste trabalho, pois o sistema de controle foi capaz de operar adequadamente mesmo quando foram inseridas variações significativas no modelo do estimador, confirmando a potencialidade da metodologia para aplicações em sistemas reais de engenharia.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro da FAPEMIG, CNPq e CAPES, através do INCT-EIE.

6. REFERÊNCIAS

- Abdalla, M.O.; Zimmerman, D.C.; Grigoriadis, K.M., 2000, "Reduce Optimal Parameter Update in Structural Systems Using LMIs", *American Control Conference*, Chicago, Illinois, pp. 991-995.
- Assunção, E., 2000, "Redução H_2 e H_∞ de Modelos através de Desigualdades Matriciais Lineares: Otimização Local e Global", Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas, SP.
- Boyd, S., Balakrishnan, V., Feron, E., El Ghaoui, L., 1994, "Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory", Siam Studies in Applied Mathematics, USA, 193p.
- Der Hagopian, J., Mahfoud, J., 2010, "Electromagnetic actuator design for the control of light structures", *Smart Structures and Systems*, 6, pp. 29-38.
- Horst, H. G., Wölfel, H. P., 2004, "Active vibration control of a high speed rotor using PZT patches on the shaft surface", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 15, pp. 721-728.
- Palhares, R. M., 1998, "Filtragem Robusta: Uma Abordagem por Desigualdades Matriciais Lineares", Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas, SP.
- Schweitzer, G., Maslen, E. H., 2009, *Magnetic Bearings: Theory, Design and Application to Rotating Machinery*, ISBN 978-3-642-00496-4.
- Simões, R. C., Der Hagopian, J., Mahfoud, J., Steffen Jr, V., 2007, Modal active vibration control of a rotor using piezoelectric stack actuators, *J. Vib. Control*, 13, pp. 45-64.
- Van Antwerp, J. G., Braatz, R. D., 2000, "A Tutorial on Linear and Bilinear Matrix Inequalities", *Journal of Process Control*, vol. 10, pp. 363-385.
- Wang, H. B., Wang, J. L., Lam J., 2007, "Robust Fault Detection Observer Design: Iterative LMI Approaches", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 129, ed. 1, pp. 77-82.

7. RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.