

TÉCNICAS DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE APLICADAS A TRELIÇAS PLANAS

Leandro Rodrigues Cunha, leandrorcunha@mestrado.ufu.br

Núbia dos Santos Saad, nubia@ufu.br

Domingos Alves Rade, domingos@ufu.br

Resumo: Este trabalho visa ao estudo de técnicas de análise de confiabilidade estrutural de primeira ordem (FORM) e segunda ordem (SORM), e sua aplicação na investigação da segurança de sistemas estruturais treliçados. São apresentadas as equações de estado limite, levando em conta os modos de falha de uma treliça plana hiperestática, relacionados à tração e compressão das barras. O sistema estrutural é analisado por partes e, em seguida, globalmente; e são apresentados alguns dos resultados obtidos.

Palavras-Chave: Confiabilidade Estrutural, Modelagem Probabilística, Treliça Plana

1. INTRODUÇÃO

A resposta de uma estrutura a um dado carregamento depende, essencialmente, do tipo e da magnitude da carga aplicada, bem como da resistência e da geometria dessa estrutura (Melchers, 1999). Essa resposta estrutural é considerada satisfatória quando atende a requisitos relacionados à falha ou colapso, dano aceitável, limitações de movimentação e deformação, entre outros. É fundamental perceber, também, que os carregamentos e as propriedades do material e da estrutura podem variar ao longo do tempo.

A grande maioria dos sistemas em engenharia está sujeita a incertezas. Muitas das variáveis de um projeto estrutural não podem ser consideradas como determinísticas. Elas têm uma natureza estocástica e em grande parte dos casos são modeladas segundo distribuições de probabilidade padronizadas (Shigley et al., 2005).

Essas incertezas influenciam diretamente o desempenho, a durabilidade e o atendimento dos requisitos de projeto. Alguns exemplos de incertezas relativas à tensão e à resistência incluem o seguinte:

- composição do material e efeito da variação nas suas propriedades mecânicas;
- intensidade e distribuição de carregamento;
- intensidade de concentração de tensões;
- validade de modelos matemáticos utilizados para representar o comportamento estrutural;
- efeito de desgaste ou corrosão.

Considerando a inevitável presença de incertezas, a análise de confiabilidade visa a avaliar a probabilidade de que um sistema estrutural venha satisfazer aos requisitos de projeto e funcionamento, admitindo-se que estas incertezas possam ser representadas por variáveis aleatórias. Os requisitos são estabelecidos por meio das chamadas funções de estado limite.

Nesse trabalho, são estudados alguns aspectos básicos sobre a confiabilidade estrutural que compreendem: definição de equações de estado limite, métodos de confiabilidade de primeira e segunda ordem (FORM e SORM), sistemas estruturais em série e em paralelo e suas probabilidades conjuntas. Para exemplificar, a confiabilidade de uma treliça plana é realizada, utilizando programas desenvolvidos em Matlab®, a partir de equações de estado limite computadas via análise por elementos finitos. A discussão dos resultados e as perspectivas futuras do estudo são apresentadas no final do artigo.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Nesse item, são tratados os fundamentos teóricos necessários para o entendimento da modelagem probabilística e cálculo da confiabilidade estrutural.

2.1. Funções de Estado Limite

Antes de abordar a modelagem da equação de estado limite, alguns conceitos de resistência dos materiais serão apresentados. Esses conceitos são: tensão última, coeficiente de segurança e tensão admissível.

A tensão última (σ_u) corresponde à máxima tensão que um elemento estrutural pode suportar antes de perder sua função (por escoamento, ruptura ou flambagem).

A tensão admissível (σ_{adm}) é calculada a partir da tensão última, e representa a tensão máxima que o projetista admite, para que o elemento estrutural possa suportar sem sofrer dano. Normalmente, divide-se a tensão última por um número superior à unidade, denominado coeficiente de segurança (cs), para se obter a tensão admissível utilizada nos dimensionamentos de projetos estruturais. Dessa maneira, tem-se a seguinte relação:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_u}{cs} \quad (1)$$

O coeficiente de segurança é introduzido para levar em conta incertezas que afetam as cargas e as propriedades físicas e geométrica da estrutura; isso é feito considerando, na fase de projeto, que a estrutura seja capaz de suportar tensões inferiores às tensões últimas.

Os requisitos básicos de sistemas estruturais podem ser equacionados na forma de funções de estado limite (Beck, 2007). O não atendimento de um requisito de serviço ou de segurança representa um estado indesejável da estrutura, ou seja, um modo de falha. Dessa forma, cada modo de falha dá origem a uma função estado limite $g()$, que é escrita em função das variáveis de projeto $\mathbf{X}$ como:

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (2)$$

Estas equações são definidas de tal forma que valores negativos representam a falha (configurações inseguras) e valores positivos representam a integridade da estrutura (configurações seguras). Assim, as equações de estado limite estabelecem, para cada modo de falha, a fronteira entre os domínios de falha D_f e de integridade D_s , ou a fronteira entre os estados desejável e indesejável da estrutura:

$$\begin{aligned} D_f &= \{\mathbf{X} | g(\mathbf{X}) \leq 0\} \\ D_s &= \{\mathbf{X} | g(\mathbf{X}) > 0\} \end{aligned} \quad (3)$$

Um exemplo simples, mas típico, é um problema envolvendo apenas duas variáveis, sendo elas resistência (R) e solicitação (S):

$$g(R, S) = R - S = 0 \quad (4)$$

Se a resistência (R) for maior que a solicitação (S), o sistema se encontra em D_s , e se a solicitação for maior ou igual à resistência, o sistema se encontra em D_f .

A Figura (1) mostra, graficamente, a equação de estado limite, ou seja, o conjunto de pontos (R, S) nos quais a resistência é igual à solicitação, bem como as regiões de falha e integridade.

Para um caso de ruptura por compressão ou tração, tem-se a seguinte equação de estado limite:

$$g(\sigma_{adm}, \sigma) = \sigma_{adm} - \sigma(F, A) = 0 \quad (5)$$

na qual a tensão aplicada σ é uma função da força aplicada F e da área A .

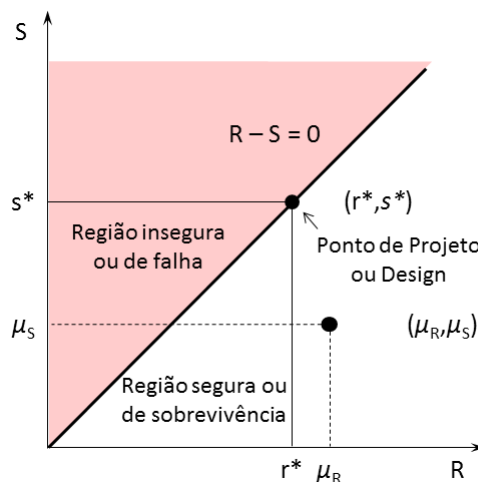


Figura 1. Equação de estado limite ($R - S = 0$) e as regiões ou domínios de falha e sobrevivência.

No tópico a seguir, são apresentados os conceitos de probabilidade e confiabilidade.

2.2. Probabilidade e Confiabilidade

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), uma função densidade probabilidade (FDP), associada a uma variável aleatória X , é uma função que indica a natureza da aleatoriedade do problema, ou seja, serve para modelar as incertezas do problema a ser estudado. Na prática, esta função descreve o “histograma de frequência” de uma variável contínua, em que a área sob a curva normalizada é igual a um. Sendo essa função denotada por $f_X(x)$, tem-se:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx = 1 \quad (6)$$

Define-se também a função densidade acumulada (FDA) por:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx = P(X \leq x) \quad (7)$$

Dentre os tipos de funções densidade probabilidade utilizados em problemas de engenharia, uma das mais empregadas é a distribuição Normal ou Gaussiana, expressa segundo:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X}\right)^2\right]}, \quad -\infty < x < +\infty \quad (8)$$

Esse tipo de distribuição, normalmente representado por $N(\mu, \sigma)$, depende somente de dois parâmetros: a média (μ_X) e o desvio padrão (σ_X) da variável X , ou seja, apresenta facilidade de uso.

Outra distribuição bastante utilizada é a distribuição Lognormal. Uma vantagem clara em relação à anterior é não assumir valores negativos o que, dependendo da natureza física do problema, pode ser mais adequado. A função densidade probabilidade associada à distribuição Lognormal é a seguinte:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \xi_X x} e^{\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \lambda_X}{\xi_X}\right)^2\right]}, \quad 0 \leq x < +\infty \quad (9)$$

onde λ_X e ξ_X são os dois parâmetros dessa distribuição. Esses podem ser calculados a partir da informação dos dois parâmetros da distribuição normal, a média (μ) e o desvio padrão (σ), da seguinte maneira:

$$\lambda_X = \ln \mu_X - 1/2 \xi_X^2 \quad (10)$$

$$\xi_X^2 = \ln[1 + (\sigma_X/\mu_X)^2] \quad (11)$$

A Figura (2) mostra as distribuições Gaussiana e Lognormal do módulo de elasticidade do aço, utilizado no exemplo desse artigo, com média igual a $2,100 \times 10^{11} Pa$ e desvio padrão igual $0,084 \times 10^{11} Pa$ ($0,040 \mu$).

Como é impossível existir um módulo de elasticidade negativo que represente a incerteza sobre um módulo de Young, normalmente, utiliza-se uma função densidade probabilidade com distribuição lognormal.

A Figura (3) mostra um exemplo de variáveis e suas distribuições normais com médias e desvios padrão diferentes.

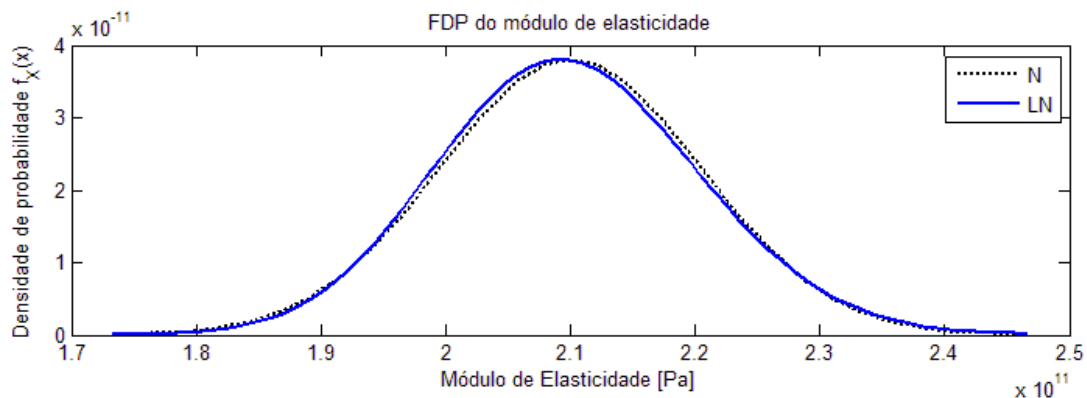


Figura 2. Distribuições normal (N) e lognormal (LN) de um módulo de elasticidade com média $2,100 \times 10^{11} Pa$ e desvio padrão $0,084 \times 10^{11} Pa$.

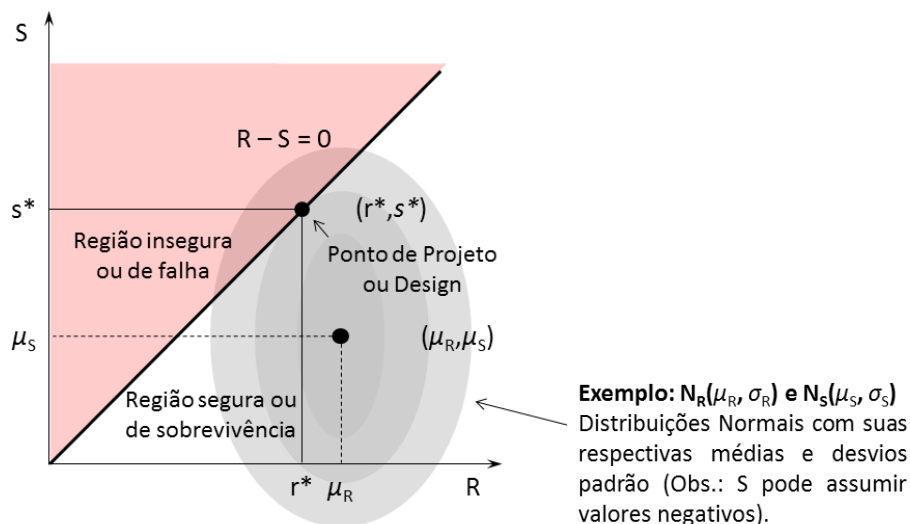


Figura 3. Exemplo de distribuições normais para R e S com seus respectivos valores diferentes de média e desvio padrão.

2.2.1. Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (FORM) e Método de Confiabilidade de Segunda Ordem (SORM)

O método FORM se baseia na determinação da menor distância entre o ponto (μ_R, μ_S) e a curva que representa a equação de estado limite. Para este efeito, a função de estado limite é linearizada no ponto P , denominado ponto de projeto.

Para que isso seja possível, primeiramente, as variáveis são transformadas para um sistema de coordenadas reduzidas $(\bar{R}, \bar{S})$ no qual as distribuições das variáveis são transformadas em distribuições normais com média e desvio padrão iguais a 0 e 1, respectivamente ($N(0,1)$).

A menor distância recebe o nome de índice de confiabilidade e é comumente representado por β ou β_{HL} , na qual HL representa os nomes Hasofer e Lind, que foram os criadores de um dos primeiros métodos FORM, aplicável quando todas as variáveis do problema são consideradas normais. A Figura (4) indica as variáveis aleatórias apresentadas na Fig. (3), em termos de coordenadas reduzidas, juntamente com o índice de confiabilidade β_{HL} .

Quanto ao método SORM, este se baseia na determinação da menor distância entre a função de estado limite e a origem do sistema de coordenadas normalizadas, adotando-se uma aproximação quadrática para a função de estado limite nas vizinhanças do ponto de projeto, Fig. (4). Como aqui o problema estudado possui uma equação de estado limite linear, não é necessária a implementação do método SORM, pois os resultados obtidos serão idênticos àqueles obtidos por meio do FORM.

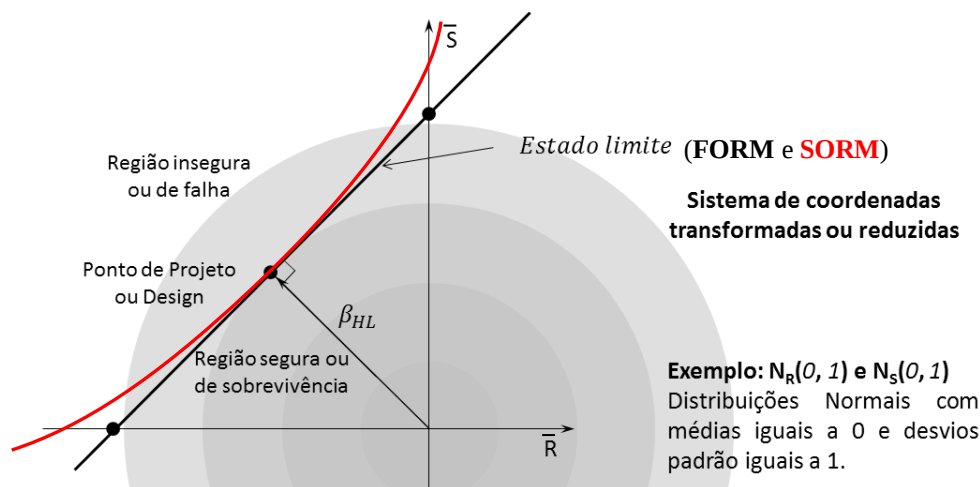


Figura 4. Exemplo de distribuições normais de R e S em coordenadas transformadas ou reduzidas com médias e desvios-padrão iguais a 0 e 1, respectivamente.

2.3. Modelagem de Sistemas Estruturais

De acordo com Melchers (1999), sistemas estruturais e seus subsistemas podem ser classificados em duas simples categorias: em série e em paralelo. Alguns sistemas consistem em uma combinação de subsistemas em série e em paralelo, podendo se tornar mais complexos.

2.3.1. Sistemas em Série e em Paralelo

Os sistemas em série e em paralelo são ilustrados, simbolicamente, pela Fig. (5).

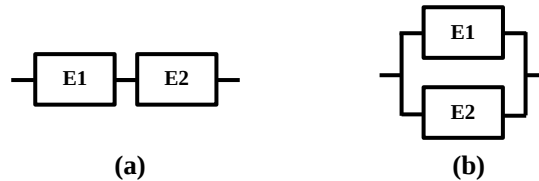


Figura 5. Representação de sistemas: em série (a) e em paralelo (b).

Para Melchers (1999), é evidente que uma estrutura estaticamente determinada, uma treliça isostática, por exemplo, constitui um sistema em série, dado que a falha de um único elemento ou barra implica na falha de toda estrutura.

Já uma estrutura hiperestática não tem o sistema tão evidente quanto o anterior. Trata-se de uma estrutura complexa que deve ser analisada com mais detalhes, pois pode se tratar de combinações de sistemas em série e em paralelo.

2.3.2. Probabilidade de Falha de Sistemas em Série e em Paralelo

Segundo Beck (2007), a probabilidade de falha do sistema em série pode ser desenvolvida da seguinte maneira:

$$F = E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \dots \cup E_n = \bigcup_{i=1}^n E_i$$

Aplicando a lei de Morgan, tem-se que o sistema em série possui a seguinte probabilidade de integridade (sobrevivência):

$$\bar{F} = \bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \bar{E}_3 \cap \dots \cap \bar{E}_n = \bigcap_{i=1}^n \bar{E}_i$$

Logo, a probabilidade de falha pode ser escrita da seguinte maneira:

$$P_f = P[F] = P[\bigcup_{i=1}^n E_i] = 1 - P[\bigcap_{i=1}^n \bar{E}_i]$$

Separando por uma faixa, entre a barra com maior probabilidade e a probabilidade de falha do sistema, tem-se a Eq. (12) para sistemas em série:

$$\max_i P[E_i] \leq P_f \leq 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P[E_i]) \quad (12)$$

Já para um sistema em paralelo, a probabilidade de falha do sistema pode ser desenvolvida da seguinte maneira:

$$F = E_1 \cap E_2 \cap E_3 \cap \dots \cap E_n = \bigcap_{i=1}^n E_i$$

$$P_f = P[F] = P[\bigcap_{i=1}^n E_i]$$

Separando por uma faixa, entre a probabilidade de falha do sistema e a barra com menor probabilidade de falha, tem-se a Eq. (13) para sistemas em paralelo:

$$\prod_{i=1}^n P[E_i] \leq P_f \leq \min_i P[E_i] \quad (13)$$

2.4. Elementos Finitos (E.F.)

Neste estudo, são utilizados elementos finitos planos do tipo barra, Fig. (6), que possui dois nós, sendo que cada um com dois graus de liberdade. Com isso, esse elemento finito possui quatro graus de liberdade, que compreendem movimentos de translação nos eixos x e y, o que lhe confere a particularidade de se deformar apenas sob esforços axiais, seja de tração ou de compressão.

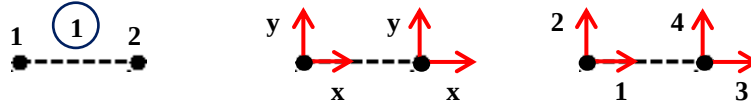


Figura 6. Elemento finito plano do tipo barra com sua representação de número de nós, de elemento, e de graus de liberdade.

O método de elementos finitos não será detalhado neste trabalho, mas apenas comentadas algumas características do elemento de barra. Para qualquer informação mais específica sugere-se consulta a (Kwon e Bang, 1999).

3. METODOLOGIA

3.1. Problema Estudado – Confiabilidade de uma Treliça Plana

Em sistemas mecânicos, as propriedades como módulo de elasticidade e geometria podem variar de acordo com distribuições de probabilidade padronizadas.

Como exemplo numérico, será utilizada a treliça plana da Fig. (7). A Tabela (1) mostra os valores e os tipos das distribuições probabilísticas das variáveis adotados no problema estudado.

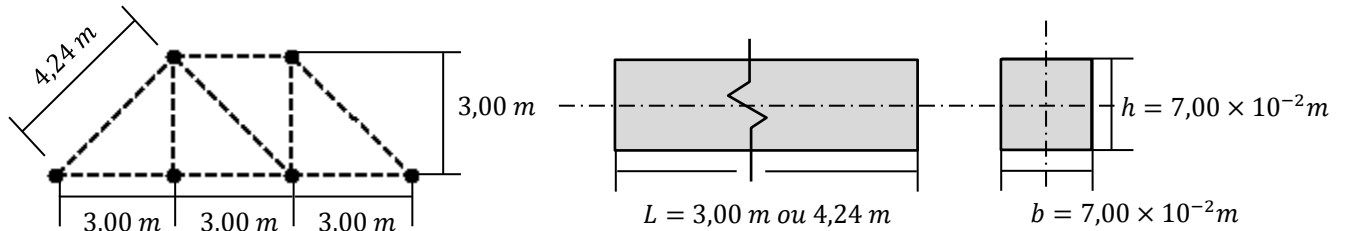


Figura 7. Esquema da treliça plana utilizada para o cálculo de confiabilidade utilizando o modelo em E.F.

Tabela 1. Variáveis e suas respectivas distribuições adotadas.

Variável	Distribuição	Média (μ)	Desvio Padrão (σ)
F [kN]	Normal (Gaussiana)	-220	16,500(0,075 μ)
(aço) E [N/m ²]*	Lognormal	$2,10 \times 10^{11}$	$0,084 \times 10^{11}$ (0,040 μ)
A [m ²]	Lognormal	$49,00 \times 10^{-4}$	$0,490 \times 10^{-4}$ (0,010 μ)
σ_{uc} [N/m ²]**	Lognormal	$0,94 \times 10^8$	$0,028 \times 10^8$ (0,030 μ)
σ_{adm_c} [N/m ²]	Lognormal	$0,94 \times 10^8$	$0,028 \times 10^8$ (0,030 μ)
(Diagonal) σ_{uc} [N/m ²]**	Lognormal	$0,47 \times 10^8$	$0,014 \times 10^8$ (0,030 μ)
(Diagonal) σ_{adm_c} [N/m ²]	Lognormal	$0,47 \times 10^8$	$0,014 \times 10^8$ (0,030 μ)
σ_{ut} [N/m ²]	Lognormal	$1,00 \times 10^8$	$0,030 \times 10^8$ (0,030 μ)
σ_{adm_t} [N/m ²]	Lognormal	$1,00 \times 10^8$	$0,030 \times 10^8$ (0,030 μ)

* propriedades extraídas de Shigley et al. (2005) e Callister (2002) em que σ_{ut} é o limite de escoamento

** tensão crítica de flambagem (σ_{uc}) depende do comprimento e do momento de inércia da barra

A partir dos dados da Tabela (1), têm-se as seguintes equações de estado limite (14) e (15) para dois tipos de modos de falha: compressão (flambagem) e tração, respectivamente:

$$g_c(\sigma_{adm_c}, \sigma_c) = \sigma_{adm_c} - \sigma_c(F, E, A) = 0 \quad (14)$$

$$g_t(\sigma_{adm_t}, \sigma_t) = \sigma_{adm_t} - \sigma_t(F, E, A) = 0 \quad (15)$$

3.1.1. Treliça Plana Isostática

De acordo com Hibbeler (2012), é possível definir os conceitos de treliças hipostáticas, isostáticas e hiperestáticas. Para a definição de estruturas quanto à sua determinância estática, pode ser considerado a Eq. (16):

$$\begin{aligned} b + r &= 2j && \text{treliça determinada estaticamente} \\ b + r &> 2j && \text{treliça indeterminada estaticamente} \end{aligned} \quad (16)$$

onde b é a quantidade de barras, r é a quantidade de reações de apoio e j é a quantidade de nós. A quantidade de nós é multiplicada por dois, porque cada nó possui dois graus de liberdade.

Já para a definição de treliças quanto à sua estabilidade, tem-se:

$$\begin{aligned} b + r &< 2j && \text{treliça instável} \\ b + r &\geq 2j && \text{treliça estável sob certas condições} \end{aligned} \quad (17)$$

Essas condições de estabilidade são relacionadas às reações de apoio, se elas são concorrentes ou paralelas, e se algum dos componentes forma um mecanismo em colapso. Quando se fala na primeira condição, essa recebe o nome de estabilidade externa, e a segunda condição recebe o nome de estabilidade interna.

O termo hipostático em uma treliça plana significa que ela é instável, ou seja, realiza movimento de corpo rígido.

Já o termo isostático se aplica a uma treliça que pode ser determinada estaticamente e estável sob certas condições. A Figura (8) mostra o esquema da treliça utilizada neste estudo, definida como isostática composta.

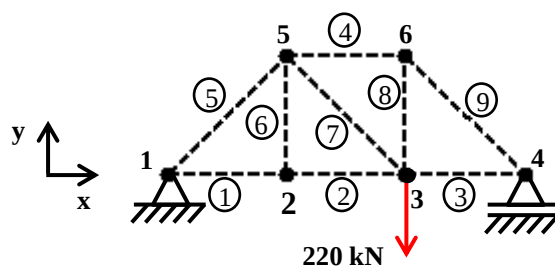


Figura 8. Treliça isostática, suas condições de contorno e representação de número de nós e elementos.

A treliça plana acima foi modelada em elementos finitos do tipo barra. Os números dos nós e dos elementos mostrados na Fig. (8) se encontram fora e dentro de um círculo, respectivamente. Suas condições de contorno são: apoio fixo no nó 1 e apoio móvel no nó 4. Logo, como $b = 9$, $r = 3$ e $j = 6$, é possível afirmar que a treliça é estaticamente determinada e estável. O tópico a seguir trata de treliças planas hiperestáticas.

3.1.2. Treliça Plana Hiperestática

O termo hiperestático em uma treliça plana significa que a treliça é indeterminada estaticamente, podendo ser instável ou estável sob certas condições. A Figura (9) mostra uma treliça definida como hiperestática composta nesse trabalho, semelhantemente à treliça isostática do tópico anterior. Ressalta-se que a numeração de elementos e nós é a mesma adotada para treliças isostáticas.

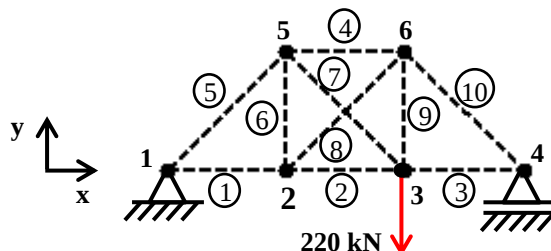


Figura 9. Treliça hiperestática.

3.1.3. Representação da treliça por meio de associações em série e em paralelo

Para as treliças planas analisadas em tópicos anteriores, serão analisadas falhas por tração e compressão (flambagem). Dessa maneira, a Fig. (10) mostra os modos de falha por compressão (flambagem) C1 e tração T1 para o elemento finito E1:



Figura 10. Representação dos modos de falha por compressão (flambagem) e tração de um evento em um elemento finito E1.

A Figura (11) ilustra a disposição da treliça isostática pelo sistema em série da Fig. (8):

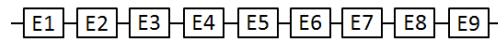


Figura 11. Associação em série representando o sistema da treliça isostática estudada.

No caso da treliça isostática simples, se uma única barra falhar, o sistema se torna hipostático e realiza movimento de corpo livre, ou seja, entra em colapso.

Já no caso da treliça hiperestática, como apresentado por Ziha (2000), a quantidade de barras para o sistema falhar depende das regiões em que estão localizadas. Para uma treliça simples, nas regiões próximas aos apoios, se uma única barra falhar, o sistema todo falhará; e na região interna da treliça, se duas barras falharem, o sistema todo falhará. Isso acontece porque o sistema passa diretamente de hiperestático para hipostático e entra em colapso. Isso é explicado pelo fato da treliça ter exatamente uma barra em redundância no seu sistema estrutural.

No caso de uma treliça mais complexa, que corresponde ao objeto do presente estudo, que contém uma barra redundante (Fig.(9)), tem-se o sistema em série e em paralelo ilustrado na Figura (12):

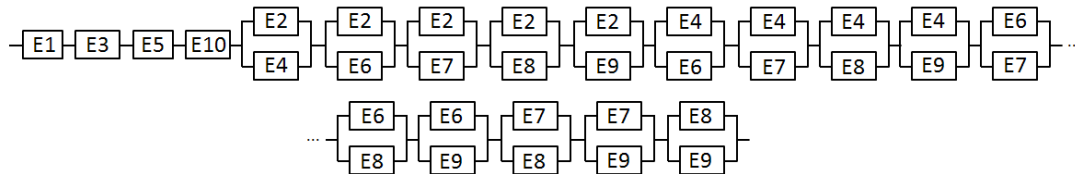


Figura 12. Associação em série e em paralelo representando o sistema da treliça hiperestática estudada.

De acordo com a seção anterior, e conceitos apresentados no início desse trabalho, a probabilidade de falha para a treliça isostática é encontrada por meio seguinte Eq.(18):

$$P(F) = P(E1 \cup E2 \cup E3 \cup E4 \cup E5 \cup E6 \cup E7 \cup E8 \cup E9) \quad (18)$$

Já para a treliça hiperestática, tem-se a probabilidade de falha do sistema dada por:

$$P(F) = P(E1 \cup E3 \cup E5 \cup E10 \cup (E2 \cap E4) \cup (E2 \cap E6) \cup (E2 \cap E7) \cup (E2 \cap E8) \cup (E2 \cap E9) \cup (E4 \cap E6) \cup (E4 \cap E7) \cup (E4 \cap E8) \cup (E4 \cap E9) \cup (E6 \cap E7) \cup (E6 \cap E8) \cup (E6 \cap E9) \cup (E7 \cap E8) \cup (E7 \cap E9) \cup (E8 \cap E9)) \quad (19)$$

Para se ter uma melhor aproximação da probabilidade de falha do sistema como um todo, localmente por barra e globalmente considerando todas as barras, pode-se criar uma faixa de probabilidades entre a barra que tenha menor probabilidade de falha e a probabilidade de falha do sistema completo.

Logo, para as treliças isostática e hiperestática, têm-se, respectivamente, as seguintes faixas de probabilidade:

$$P_{falha \text{ da barra com maior } P_f} \leq P_{falha} \leq P_{falha \text{ do Sistema}} \quad (20)$$

$$\left(\left(P_{falha \text{ da barra com maior } P_f} \right) \parallel \left(P_{falha \text{ de uma combinação em paralelo com maior } P_f} \right) \right) \leq P_{falha} \leq P_{falha \text{ do Sistema}} \quad (21)$$

4. RESULTADOS

Na Figura (13) são mostradas as treliças compostas isostática e hiperestática consideradas, na qual são indicadas as barras tracionadas e as barras comprimidas.

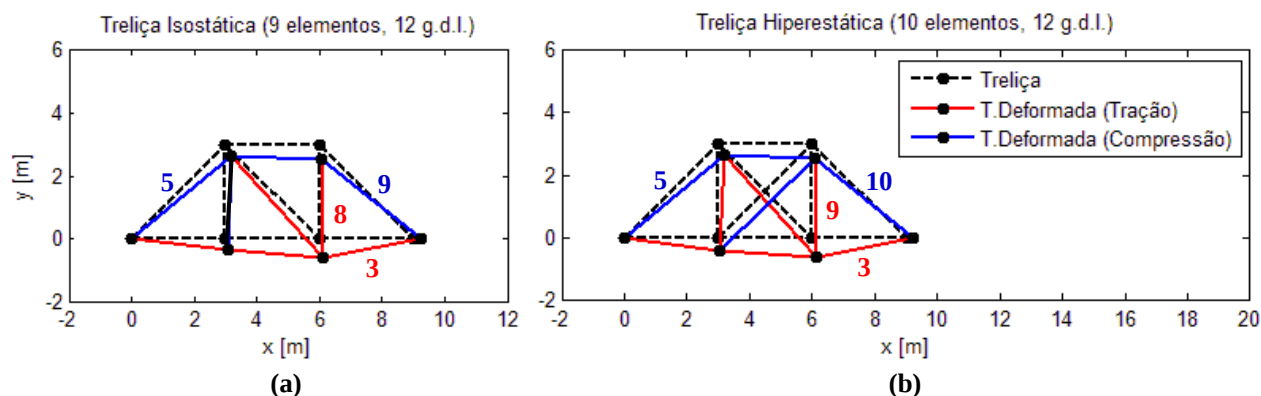


Figura 13. Deformações das treliças Isostática (a) e Hiperestática (b) multiplicadas por um fator 100.

A Tabela (2) mostra os valores dos índices de confiabilidade para cada caso. Como a equação de estado limite do sistema é linear, somente os valores de β determinados pelo método FORM são mostrados nessa tabela. Os valores desses índices para o método SORM não apresentam grandes diferenças, pois este método é mais preciso para equações de estado limite não lineares.

Tabela 2. Resultados para as treliças compostas Isostática (a) e Hiperestática (b) consideradas.

Índice de Confiabilidade β (Probabilidade de Sobrevivência %)											
Por Barra (Treliça Isostática)											Sistema
(a)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
T	36,49	36,49	20,71	41,75	48,19	**	28,36	20,71	35,98	-	T
	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(-)	(100,00)
C	53,92	53,92	40,68	19,42	12,52	**	35,03	30,15	1,33	-	C
	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(90,87)	(-)	(90,87)
Por Barra (Treliça Hiperestática)											Sistema
(b)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
T	36,49	32,40	20,71	43,56	48,19	79,72	32,63	63,30	18,83	35,98	T
	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)
C	53,92	50,43	40,68	21,54	12,52	53,26	38,01	49,52	29,01	1,33	C
	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(100,00)	(90,87)	(90,87)

* T = Tração, C = Compressão e S = Sistema com elementos em série e em paralelo

** barra sem tensão

Constata-se que a probabilidade de sobrevivência da treliça composta isostática, pela Eq. (12), estará no intervalo:

$$90,87 < P_{\text{sobrevivência}} < 100$$

Já para uma treliça composta hiperestática, a probabilidade de sobrevivência, segundo Eqs. (12) e (13), estará na faixa:

$$90,87 < P_{\text{sobrevivência}} < 100$$

A partir dos resultados da Tabela (2) pode-se concluir que a treliça hiperestática (b) possui uma probabilidade de falha (complemento da probabilidade de sobrevivência) igual à treliça isostática (a), sob as mesmas condições de contorno. Além disso, é possível notar para a treliça isostática que as barras 3 e 8 são as mais solicitadas por tração e as barras 5 e 9 por compressão. Já para a treliça hiperestática, as barras 3 e 9 são as mais solicitadas por tração e as barras 5 e 10 são as mais solicitadas por compressão.

5. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Investigaram-se, neste trabalho, procedimentos de análise de confiabilidade estrutural aplicados a treliças planas isostáticas e hiperestáticas sujeitas a incertezas paramétricas.

Conclui-se que uma perturbação que ocorra no valor de qualquer variável de projeto pode apresentar alguma contribuição, por menor que seja, para o colapso da estrutura. Portanto, para tornar uma estrutura confiável quanto ao seu funcionamento, é necessário analisar qualquer variação possível nos parâmetros de projeto de um sistema estrutural.

Outra conclusão é a constatação de que para esse sistema hiperestático estudado a probabilidade de falha é igual à de um sistema isostático similar. Isso ocorre porque as barras com menor índice β , similares nos dois sistemas, não possuem redundância. A redundância está localizada na região de barras cruzadas da treliça. Caso o índice β fosse menor em uma das barras da região com redundância, a probabilidade de falha para o sistema hiperestático seria menor.

Tratando-se de perspectivas futuras do estudo, vários temas podem ser estudados como, por exemplo: análise dinâmica do sistema quando este está sujeito a variáveis estocásticas; controle ativo e passivo dessas estruturas; probabilidade de falha de estruturas mais complexas, que requeiram um maior detalhamento e estudo do caso; análise de outras possíveis variáveis que podem ser consideradas estocásticas. Em uma abordagem mais específica, um estudo mais complexo pode ser feito, por exemplo, com a treliça esboçada da Fig. (14).

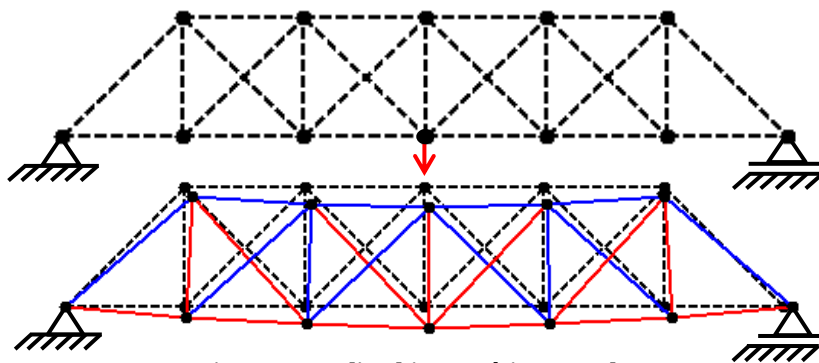


Figura 1. Treliça hiperestática complexa.

Nota-se que a treliça possui quatro regiões com barras cruzadas, o que torna a análise do sistema mais complexa, pois somente o critério de hiperestaticidade não é suficiente para definir quais barras estão associadas em série e em paralelo, quando se trata de probabilidade de falha. Comenta-se que os autores estarão investigando estas situações, e realizando a análise de probabilidade de falha para estruturas reticuladas ainda mais complexas, como em formato de cúpulas e ou de abóbadas lamelares.

Para Melchers (2001), um exemplo de variável aleatória não tanto estudada é a orientação e o ponto de aplicação da carga, pois não se pode assegurar que a mesma seja aplicada onde tenha sido previamente definido. Este aspecto também será examinado pelos autores.

Já segundo Shao e Murotsu (1999), é possível realizar a otimização por algoritmos genéticos desse tipo de estrutura, de acordo com seus índices de confiabilidade, homogeneizando os índices de confiabilidade do sistema, ou seja, tornando as barras que possuem alto índice de confiabilidade seguras o suficiente, e aumentando a segurança de barras que possam apresentar baixos valores para o índice β . Este aspecto também é de interesse e será investigado pelos autores.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à agência de fomento FAPEMIG – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais, pelo apoio financeiro.

7. REFERÊNCIAS

- BECK, A. T. Curso de Confiabilidade Estrutural. São Carlos, 2007.
- CALLISTER, W. D. Jr. Ciência e Engenharia de Materiais, Uma Introdução. 5. ed.. LTC, 2002.
- HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design. 1. ed.. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- HIBBELER, R. C. Structural Analysis. 8. ed.. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2012.
- KWON, Y. W.; BANG, H. The Finite Element Method using MATLAB. 1. ed.. Boca Raton: CRC Press, 1999.
- LEMAIRE, M. Structural Reliability. 1. 2d.. London: ISTE, 2009.
- MELCHERS, R. E. Structural Reliability Analysis and Prediction. 2. ed.. New York: John Wiley & Sons, 1999.
- MELCHERS, R. E. Optimality-criteria-based probabilistic structural design, Struct Multidisc Optim 23. Springer-Verlag, 2001. p. 34-39.
- SHAO, S.; MUROTSU, Y. Approach to failure mode analysis of large structures. Probabilistic Engineering Mechanics 14. Elsevier, 1999. p.169-177.
- SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. Projeto de Engenharia Mecânica. 7. ed.. Tradução João Batista de Aguiar, José Manuel de Aguiar. Porto Alegre: Bookman, 2005. 960p.
- ZIHA, K. Redundancy and robustness of systems of events. Probabilistic Engineering Mechanics 15. Elsevier, 2000. p.347-357.