

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM ESTRUTURAS LAMELARES

Núbia dos Santos Saad Ferreira; Sonia Aparecida Goulart de Oliveira.

As estruturas lamelares são constituídas por elementos denominados lamelas que se interligam compondo uma malha losangular tridimensional. As lamelas são peças relativamente longas e de pequena espessura. Esse tipo de estrutura é denominado na língua inglesa por “segmental lattice-vaults” ou por “lamella roof”, e se constitui de barras interceptadas que formam a malha curva denominada abóbada lamelar. Podem ser executadas em madeira serrada (Fig. 1) ou laminada colada, em aço ou em concreto armado. Tais sistemas estruturais se destinam à cobertura de garagens, passarelas, igrejas, ginásios, galpões, hangares e outros.



Figura 1: Protótipo lamelar (5 m x 4 m) construído na EESC-USP. Fonte: FERREIRA (1999).

Através do presente estudo, buscou-se conhecer o comportamento estrutural de abóbadas reticuladas, mediante variações ocorridas em suas variáveis elástico-geométricas.

Foi realizado um tratamento estatístico para as variáveis intervenientes nas estruturas avaliadas, em busca da obtenção de superfícies de resposta, considerando-se verificações de estados limites últimos (resistência e estabilidade) e de utilização (deflexão). Para isto, utilizou-se a madeira serrada como material estrutural constituinte das barras.

O programa computacional GESTRUT (GESUALDO, 2010), destinado ao cálculo de estruturas tridimensionais reticuladas, possibilita a análise de qualquer forma estrutural. Contudo, as abóbadas recebem um tratamento especial quanto à geração automatizada de dados. Acrescenta-se que os fundamentos de análise matricial, utilizados na elaboração desse software, foram baseados no método dos deslocamentos.

Destaca-se que a malha lamelar é losangular, e cada nó reúne o meio de uma lamela (contínua) e as extremidades de duas outras lamelas (articuladas), Fig. 2a e Fig. 2b. Cada unidade da malha lamelar (Fig. 2c) corresponde a quatro barras do sistema tridimensional reticulado, e cada barra apresenta uma extremidade contínua e outra articulada.

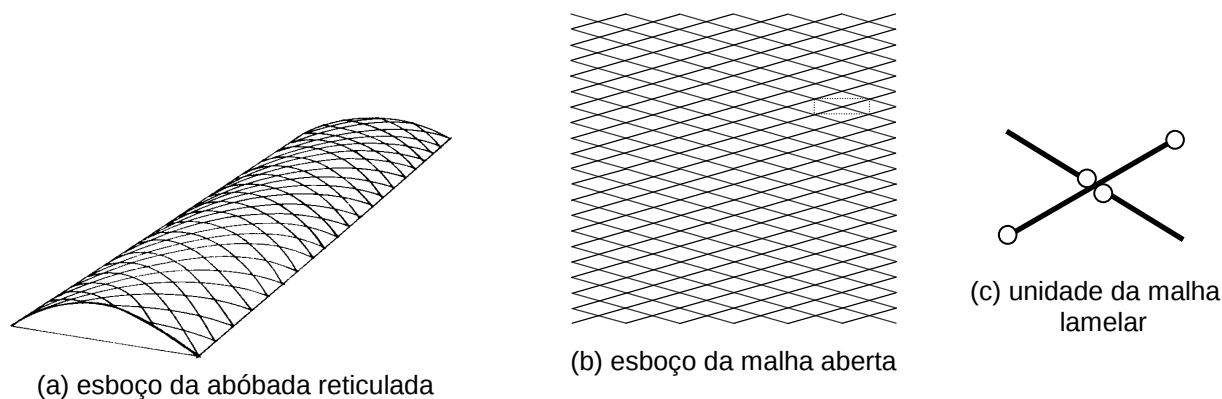


Figura 2: Representação esquemática da malha lamelar. Fonte: FERREIRA (2010).

O estudo de sensibilidade dos sistemas estruturais em formato de abóbada reticulada está proximamente relacionado com o seu comportamento estrutural, mediante perturbações ocorridas nas variáveis intervenientes que são significativas.

Sendo assim, foram investigadas quais seriam as respostas de fundamental interesse ao calculista, ao se realizar o cálculo e análise de estruturas lamelares, e constatou-se serem três:

- a máxima deflexão nodal (flecha) da malha lamelar, com valor limitado pela norma NBR 7190:1997 (ABNT, 1997);
- a resistência das barras flexocomprimidas, analisada através de expressões constantes na norma supracitada;
- a estabilidade das barras flexocomprimidas (medianamente esbeltas ou esbeltas), analisada por expressões normatizadas.

Para o sistema estrutural lamelar, devem ser consideradas as ações permanentes (peso próprio das lamelas, telhas e conectores) e as ações variáveis (vento e sobrecarga). A ação do vento deve ser obtida através do Anexo E da NBR 6123:1988 (ABNT, 1988). A sobrecarga usualmente considerada em projetos de coberturas é de $0,25 \text{ kN/m}^2$, FERREIRA (2010).

Segundo o item 9.2.1 da NBR 7190:1997 (ABNT, 1997), deve ser verificada a segurança em relação ao estado limite de deformações excessivas que afetem a utilização normal ou seu aspecto estético, considerando-se apenas as combinações de ações de longa duração. A flecha não pode superar $1/200$ ($0,5 \%$) do vão da estrutura.

De acordo com o item 7.3.6 da NBR 7190:1997 (ABNT, 1997), a condição de segurança relativa à resistência das seções transversais submetidas à flexocompressão é expressa pela mais rigorosa das expressões definidas em Eq. 1 e Eq. 2, aplicada ao ponto mais solicitado da borda mais comprimida da seção transversal da peça:

$$\left(\frac{\sigma_{Nc0,d}}{f_{c0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{Mz,d}}{f_{c0,d}} + k_M \cdot \frac{\sigma_{My,d}}{f_{c0,d}} \leq 1 \quad (1)$$

$$\left(\frac{\sigma_{Nc0,d}}{f_{c0,d}} \right)^2 + k_M \cdot \frac{\sigma_{Mz,d}}{f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{c0,d}} \leq 1 \quad (2)$$

onde:

- $\sigma_{Nc0,d}$ - valor de cálculo da tensão normal atuante devida à força normal de compressão;
- $\sigma_{Mz,d}$ e $\sigma_{My,d}$ - tensões máximas devidas às componentes de flexão;
- $f_{c0,d}$ - resistência de cálculo da madeira à compressão paralela às fibras;
- k_M - coeficiente de correção em função da seção transversal da peça.

Além disso, deve ser verificada a segurança em relação ao estado limite último de instabilidade, devendo ser atendidas as equações constantes no item 7.5 da NBR 7190:1997 (ABNT, 1997), para o ponto mais comprimido da seção transversal da peça.

O planejamento experimental representa o conjunto de experimentos a serem realizados com critérios estatísticos e científicos, tendo como objetivos verificar a influência de diversas variáveis nos resultados de um processo ou de um sistema. Sabe-se que a experimentação é um processo fundamentalmente iterativo (MONTGOMERY, 2001). Os experimentos podem ser físicos ou analítico-numéricos, sendo os últimos os empregados neste trabalho.

Segundo ALMEIDA FILHO (2006), o planejamento de experimentos é uma maneira de decidir, antes da realização dos mesmos, quais configurações em particular devem ser simuladas, de forma que a informação desejada possa ser obtida com a quantidade mínima de simulações.

Destacam-se algumas vantagens da utilização das técnicas estatísticas de planejamento experimental (MONTGOMERY, 2001):

- redução do número de experimentos, sem perder a qualidade das informações;
- possibilidade de o experimento ser realizado com diversas variáveis, simultaneamente, observando-se os seus efeitos, separadamente;
- seleção das variáveis que influenciam no sistema (variáveis significativas);
- representação do processo através de expressões matemáticas;
- elaboração de conclusões a partir dos resultados qualitativos.

MONTGOMERY (1991) indica o seguinte procedimento para a realização do planejamento e para a análise dos resultados:

- reconhecimento e definição do problema que, em grande parte, depende da experiência já adquirida no estudo de processos semelhantes;
- escolha dos fatores (variáveis) e das faixas de valores em que esses fatores serão avaliados, definindo-se o nível específico (valor) que será empregado em cada experimento;
- escolha adequada da variável de resposta, garantindo a objetividade na análise dos resultados obtidos;
- delineamento dos experimentos: quantidade e ordem de execução destes, necessidade de aleatorização ou do uso de blocos;
- execução dos experimentos, monitorando-os e controlando-os;
- análise dos resultados, com o uso de métodos estatísticos, a fim de que as conclusões estabelecidas sejam objetivas;
- elaboração das conclusões e recomendações a partir da análise dos resultados.

A seguir, são apresentadas algumas recomendações propostas por MONTGOMERY (1991), sobre o uso de métodos estatísticos para o planejamento experimental:

- deve ser usado sobre o problema o conhecimento técnico específico e não o estatístico;
- o delineamento experimental necessita ser o mais simples possível;
- há que se reconhecer a diferença entre o que é significativo estatisticamente e o que é significativo na prática, seja industrial ou de pesquisa.

O planejamento fatorial é uma técnica bastante utilizada quando se têm duas ou mais variáveis independentes (fatores), que permite uma combinação de todas as variáveis em todos os níveis, possibilitando a análise de uma variável, sujeita a todas as combinações das demais. Um caso particular é o planejamento fatorial com k fatores e dois níveis, conhecido como Planejamento Fatorial 2^k . Os fatores e os níveis são pré-determinados, configurando esse planejamento como um modelo de efeitos fixos. A partir deste planejamento, definem-se quais as variáveis que influenciam o sistema proposto e, então, parte-se para uma abordagem mais específica, somente com as variáveis realmente significativas, MONTGOMERY (1991).

Segundo GALDÁMEZ (2002) considerando-se, por exemplo, um experimento com três fatores (x_1 , x_2 e x_3), pode-se testar cada variável independente em dois níveis (-1, +1). Neste caso, o número -1 se refere ao valor inferior desta variável, e o +1, ao superior. A matriz de planejamento para o experimento fatorial 2^3 é representada pela Tabela 1.

Tabela 1: Matriz de planejamento fatorial 2^3 . Fonte: GALDÁMEZ (2002).

Nº do Experimento	Fatores de Controle			Ordem do Experimento	Resposta (y_i)
	x_1	x_2	x_3		
1	-1	-1	-1	6	y_1
2	+1	-1	-1	8	y_2
3	-1	+1	-1	1	y_3
4	+1	+1	-1	2	y_4
5	-1	-1	+1	5	y_5
6	+1	-1	+1	3	y_6
7	-1	+1	+1	4	y_7
8	+1	+1	+1	7	y_8

A resposta de cada experimento ou tratamento é descrita pela coluna y_i . É importante ressaltar que a ordem de realização do experimento pode ser definida aleatoriamente.

Na matriz de planejamento, as colunas representam o conjunto de fatores investigados (variáveis independentes) e as linhas representam os diferentes níveis ou as combinações destes fatores, com seus valores quantitativos ou qualitativos, em níveis codificados: -1 e +1.

Uma abordagem feita no planejamento fatorial 2^k é a utilização de uma fração do experimento completo conhecido como planejamento fatorial fracionário, muito utilizado quando se

tem um grande número de fatores. Como exemplo, em um planejamento fatorial 2^k completo com sete variáveis tem-se um total de 128 experimentos, o que pode ser inviável de se realizar. Todavia, se for utilizada uma fração 1/4, ter-se-á um total de 32 experimentos e, ainda assim, pode ser mantida a qualidade dos resultados para posterior análise, BARROZO (2010).

Para o estudo das abóbadas lamelares, foram avaliadas quais variáveis elástico-geométricas são independentes entre si, para a realização do tratamento estatístico fatorial. Este é necessário à identificação da significância ou não de cada uma das variáveis, perante as respostas de interesse quando da verificação desses sistemas estruturais.

Em virtude das solicitações inerentes a esse sistema estrutural, foram considerados neste trabalho três superfícies de resposta, relacionadas a: deflexão máxima dos nós da estrutura reticulada; verificação das barras quanto à flexocompressão e verificação das barras quanto à estabilidade.

Analisando-se as variáveis a serem consideradas no planejamento experimental, bem como seus valores inferior e superior, obtidos mediante as recomendações da literatura consultada, foram considerados os seguintes valores extremos, para as estruturas geradas:

- vão (largura da área coberta): 5 m e 20 m;
- comprimento (extensão, profundidade da área coberta): 5 m e 50 m;
- índices de esbeltez das barras: 80 e 140;
- classes de resistência do material das barras: 20 MPa e 30 MPa (Conífera); 20 MPa e 60 MPa (Dicotiledônea);
- altura da seção transversal das barras: 10 cm e 25 cm.

As divisões da malha, tanto ao longo do vão, como do comprimento, foram definidas considerando-se o ângulo interlamelar próximo de 45° e a flecha da abóbada (ou elevação central da estrutura) como sendo 20% do vão (conforme sugerido por FERREIRA, 1999).

A partir da investigação literária, concluiu-se ser necessária a análise estatística para cada tipo de madeira: Conífera ou Dicotiledônea, tendo-se, com isso, um total de 32 experimentos (dois níveis e cinco fatores), para cada tipo.

Cada experimento foi modelado via software GESTRUT[®], tendo-se como ações, as cargas devidas ao peso próprio das barras, às telhas (policarbonato alveolar) e elementos de ligação (previstas pela NBR 7190:1997 – ABNT, 1997 – como sendo 3% do peso próprio estrutural). Com isso, foram obtidos os valores dos esforços nas barras e deslocamentos nodais.

Foram implementados algoritmos via software MatLab[®] para se efetuar a verificação automatizada de todas as barras, segundo os critérios normativos relacionados a deslocamento nodal, resistência e estabilidade das barras.

Para a realização do tratamento estatístico e obtenção das variáveis significativas, foi utilizado o software STATISTICA[®] (STATSOFT[®], 2004), tomando-se os valores mais críticos encontrados pelo software MatLab[®], através das verificações realizadas, para as barras e os nós, relativos a cada estado limite supracitado.

Ressalva-se que as expressões normalizadas possuem um limite superior igual à unidade, no tocante à verificação da resistência e da estabilidade das barras. Porém, quanto ao deslocamento nodal, o limite é equivalente a 0,5% do vão da estrutura. Para que os deslocamentos também fossem referenciados à unidade, optou-se por dividir as flechas obtidas via software GESTRUT pelo valor de flecha máximo normativo, normalizando-se esses resultados.

A seguir, são mostrados alguns resultados obtidos, visualizados através de gráficos que representam as superfícies de resposta geradas pelo programa computacional STATISTICA[®].

Como exemplo, apresenta-se a expressão referente à verificação do estado limite último relacionado à flexocompressão das barras (cujo limite é unitário, de acordo com a norma em apreço), para as Dicotiledôneas (Eq. 3), que contém todas as variáveis significativas, a saber:

- FC_D – medida da verificação da flexocompressão para as dicotiledôneas;
- L – vão da estrutura, em metros;
- C – comprimento da estrutura, em metros;
- R – resistência à compressão do material estrutural, em MPa;
- h – altura da lamela, em mm.

$$FC_D = -0,797866 + 0,331315 L + 0,006594 C - 0,008132 R - 0,001091 h - 0,001327 L.C - 0,001926 L.R - 0,000625L.h + 0,000096 R.h \quad (3)$$

Em seguida, são apresentadas algumas visualizações gráficas obtidas, no tocante à verificação da flexocompressão e da estabilidade (Fig. 3 e Fig. 4). Nesses traçados, o software STATISTICA® considera os valores médios para as variáveis que não estão definidas nos eixos de plotagem. Por exemplo, na Fig. 3, tem-se a superfície de resposta referente ao estado limite último de flexocompressão das Coníferas (Eq. 3), tendo como variáveis de plotagem a classe de resistência e o vão da estrutura. Neste caso, as demais variáveis significativas (comprimento da estrutura e altura da lamela) são assumidas com seus valores médios.

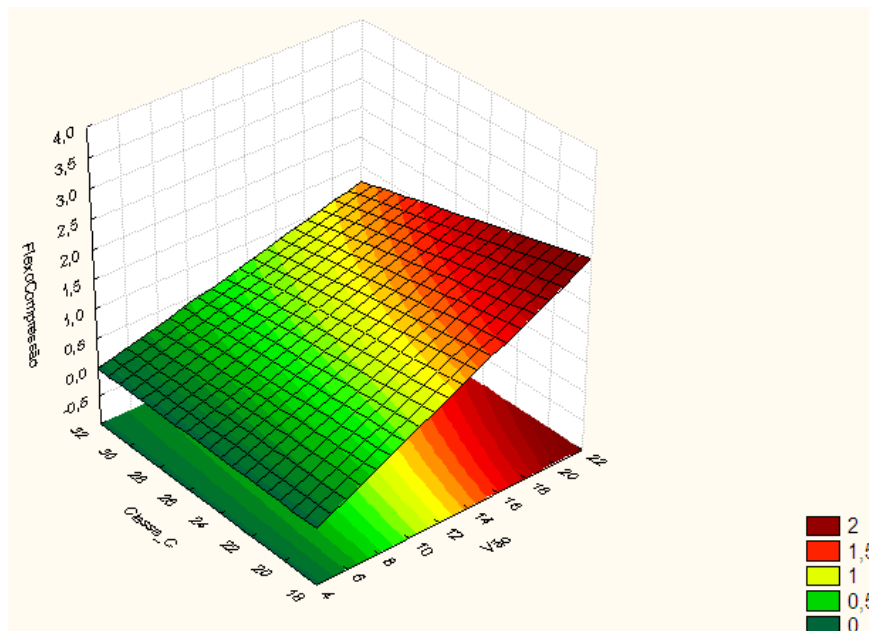


Figura 3: Superfície de resposta de flexocompressão das Coníferas – classe de resistência x vão.
Fonte: STATISTICA® (STATSOFT®, 2004).

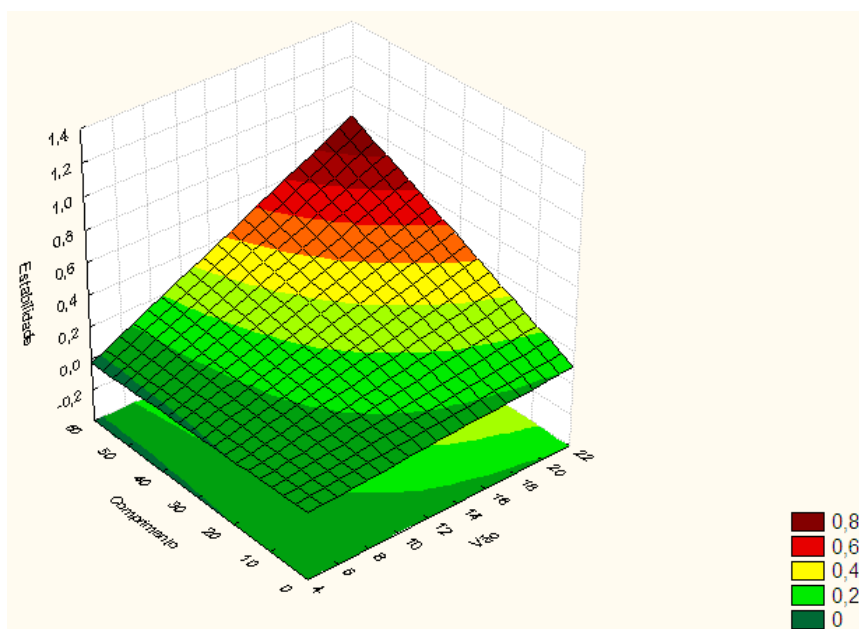


Figura 4: Superfície de resposta de estabilidade das Coníferas – comprimento x vão.
Fonte: STATISTICA® (STATSOFT®, 2004).

Percebe-se, ao se visualizar a Fig. 3, que quanto maior o vão, maior deve ser a classe de resistência, para que as barras suportem à flexocompressão. Verifica-se que a plotagem da superfície de resposta contempla, também, regiões acima da unidade, que representam situações indesejáveis (fora da norma) e, já na Fig. 4, constata-se que todos os resultados estão aquém da unidade, o que significa que as solicitações de estabilidade são menos críticas que as de resistência.

Através da análise estatística realizada, concluiu-se que, para efeito de verificação da deflexão máxima, todas as variáveis foram significativas, a menos do índice de esbeltez das barras e do comprimento da abóbada. Já para as verificações de resistência e estabilidade, apenas o índice de esbeltez não foi significativo. Ou seja, sendo as peças medianamente esbeltas ou esbeltas, o comportamento estrutural é praticamente o mesmo, pois a sensibilidade é ínfima, quando da perturbação ocorrida nesta grandeza física.

Observando-se as superfícies de resposta, tanto das Coníferas, como das Dicotiledôneas, constatou-se que, quanto maior o vão a ser vencido, maior deverá ser a altura da peça, bem como a classe de resistência da madeira utilizada e o comprimento da abóbada, para que as peças solicitadas atendam aos pré-requisitos normativos de resistência e estabilidade das barras e de deslocamentos dos nós.

O comportamento estrutural, mostrado pelas superfícies de resposta das Dicotiledôneas é superior ao das Coníferas, o que se justifica por seu maior valor do módulo de elasticidade, mesmo com o fato de as Dicotiledôneas apresentarem maiores valores de peso próprio (pois sua densidade é maior, para uma mesma classe de resistência).

Uma importante contribuição deste trabalho está na possibilidade de realização das verificações normatizadas no tocante a estados limites últimos e de utilização, através de equações analíticas de superfícies de resposta, obtidas através de tratamento estatístico fatorial.

Através das equações originadas para cada superfície de resposta, é possível prever valores ótimos de variáveis de uma estrutura reticulada, tendo-se pré-definidos valores de outras, ao se conceber determinado sistema estrutural lamelar, à luz das exigências normativas da NBR 7190:1997 (ABNT, 1997).

REFERÊNCIAS

ALMEIDA FILHO, R.G. *Planejamentos fatoriais fracionados para análise de sensibilidade de modelos de simulação de eventos discretos*. Itajubá. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Itajubá, 2006. 135p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6123 – *Forças devidas ao vento em edificações*. Rio de Janeiro: ABNT, 1988. 110p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7190 – *Projeto de estruturas de madeira*. Rio de Janeiro: ABNT, 1997. 107p.

BARROZO, M.A.S. *Planejamento de experimentos*. Uberlândia: UFU, 2010. 110p. Apostila.

FERREIRA, N.S.S. *Estruturas lamelares de madeira para coberturas*. São Carlos. Dissertação de Mestrado – Universidade de São Paulo, 1999. 217p.

FERREIRA, N.S.S. *Estruturas lamelares de madeira*. In: CALIL Jr., C.; MOLINA, J.C. *Coberturas em estruturas de madeira: exemplos de cálculo*. São Paulo: Editora PINI, 2010. p.163-184.

GALDÁMEZ, E.V.C. *Aplicação das técnicas de planejamento e análise de experimentos na melhoria da qualidade de um processo de fabricação de produtos plásticos*. São Carlos. Dissertação de Mestrado – Universidade de São Paulo, 2002. 121p.

GESUALDO, F.A.R. *GESTRUT – Análise e dimensionamento de estruturas reticuladas*. Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, /Software, versão educativa/, 2010.

MONTGOMERY, D.C. *Designs and analysis of experiments*. N.York: John Wiley&Sons, Inc., 1991.

MONTGOMERY, D.C. *Introduction to Statistical Quality Control*. N.York: John Wiley&Sons, Inc., 2001.

STATSOFT, Inc. *Statistica*®, /Data analysis software system, version 7/, 2004.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem: ao CNPq, pelo apoio financeiro concedido à bolsista Núbia S. S. Ferreira; e ao aluno do curso de graduação em Engenharia Mecânica Gregório M. Medeiros por sua importante contribuição ao desenvolvimento deste trabalho.