

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DE GRANDES ESCALAS DE ESCOAMENTOS SOBRE UM DEGRAU DESCENDENTE

Marcelo Maia Ribeiro Damasceno; Aristeu da Silveira Neto.

A turbulência pode ser observada em várias aplicações de engenharia. Na aeronáutica, por exemplo, os escoamentos ao redor das aeronaves são turbulentos, a mistura de combustível e comburente nos motores ocorre através de um escoamento turbulento e o ruído é gerado por vórtices turbulentos na superfície da aeronave. Predições com alto nível de acurácia destes tipos de escoamentos são extremamente necessários para que seja possível a melhoria dos processos de produção, de modo a construir aeronaves menos dispendiosas, com menores “efeitos colaterais” e mais rápidas.

Mesmo com a rotineira predição de escoamentos simples, tais como os que ocorrem em dutos, o cálculo de situações com relevância prática não pode ser realizado atualmente e não há perspectivas de que possa ser feito em um futuro próximo. Isto porque há uma infinidade de escalas a serem solucionadas nestes tipos de situações, mas não há capacidade intelectual ou computacional para tal realização. Desta forma, cientistas e engenheiros baseiam-se no constante crescimento do poder de processamento dos microcomputadores, para simular numericamente as propriedades relevantes de escoamentos turbulentos. Neste âmbito, a Fluidodinâmica Computacional (“*Computational Fluid Dynamics*” - CFD) tem-se mostrado uma importante ferramenta na predição de fenômenos envolvendo fluidos há mais de 40 anos. Tal aproximação pode gerar resultados mais rápidos e baratos na criação ou avaliação de projetos quando comparados com os métodos experimentais, mesmo com a sensível evolução atingida por estes últimos (desenvolvimento de instrumentos menos intrusivos e de alta precisão). Entretanto, condições de operação extremas de temperatura, pressão, velocidades ou geometrias com maior complexidade são de difícil reprodução em laboratório e, da mesma forma, dispendiosos. No presente momento, os principais desafios envolvendo o uso de CFD no meio industrial são a sua confiabilidade e a significativa necessidade de recursos computacionais que o mesmo pode requerer.

A turbulência é um processo que apresenta peculiaridades em sua experimentação ou simulação. Isto ocorre devido a complexidade e extrema sensibilidade do processo às condições iniciais dos campos de escoamento turbulentos. Há uma grande faixa de escalas de tempo e comprimento, característica que demanda uma grande quantidade de recursos computacionais. Para simplificar tal situação, podem ser utilizados modelos de turbulência, os quais reduzem o nível de descrição do escoamento. Existe uma relevante quantidade de modelos, que variam em complexidade, acurácia, custo computacional e aqueles que são mais ou menos derivados especificamente para certos tipos de escoamentos.

Em Simulações Numéricas Diretas (“*Direct Numerical Simulations*” - DNS), todas as escalas de movimento do fluido são calculadas, mas os recursos computacionais disponíveis restringem as mesmas aos escoamentos que ocorrem a baixos Reynolds e em geometrias simples.

As simulações baseadas nas médias de Reynolds para as equações de Navier-Stokes (“*Reynolds-averaged Navier-Stokes*” - RANS) oferecem uma alternativa mais prática para a simulação de escoamentos a altos números de Reynolds, mais comuns em aplicações de engenharia. Tal método resolve apenas o movimento médio e um modelo de turbulência é utilizado para representar este fenômeno. Tal aproximação é simples de ser utilizada e apresenta baixo custo de recursos computacionais, podendo ser aplicável a todos os tipos de problemas industriais.

Uma aproximação intermediária às mencionadas anteriormente é a denominada Simulação de Grandes Escalas (“*Large Eddy Simulations*” - LES). Este método filtra as equações do movimento e resolve as escalas maiores do que o tamanho de um filtro utilizado, ao passo que as menores são modeladas. A principal vantagem deste modelo é o fato do mesmo apresentar uma maior confiabilidade do que a modelagem RANS, já que ele somente modela escalas menores do que o tamanho do filtro e não toda a faixa da turbulência.

Mesmo requerendo menos recursos do que a simulação DNS, o custo de uma aproximação LES ainda excede em muitas ordens de magnitude o custo de uma simulação RANS e esta diferença aumenta com o aumento do número de Reynolds. Métodos híbridos baseados no acoplamento das aproximações LES e RANS visam combinar a acurácia da primeira com o baixo custo computacional da segunda. Porém, a principal dificuldade relacionada a esta aproximação híbrida é o problema teórico causado pela combinação de uma solução estacionária e uma turbulenta, não permanente.

Neste âmbito, os objetivos principais deste trabalho se resumem à revisão de modelos de turbulência para LES e RANS e à avaliação da performance dos mesmos para situações que apresentam escoamentos laminares e turbulentos.

A geometria escolhida como base para estas análises foi a de um degrau descendente, pois, mesmo sendo de simples implementação, apresenta várias situações interessantes a serem estudadas como, por exemplo, descolamento e recolamento da camada limite, escoamentos parietais e recirculações.

Serão revisadas e utilizadas as aproximações RANS e LES, bem como os modelos de Smagorinsky, dinâmico e, finalmente, casos sem modelagem de turbulência. Duas situações de escoamentos serão avaliadas, uma envolvendo regime laminar e outra turbulenta, sendo que as mesmas podem ser comparadas com simulações realizadas por Mariano (2011).

Este autor realizou simulações numéricas de um degrau descendente em uma faixa significativa de números de Reynolds, partindo de $Re=200$ até $Re=6000$. Para a situação em que este número adimensional equivale-se a 400, este autor pôde orientar-se por resultados experimentais realizados por Lee e Mateescu (1998), que consistiam em uma expansão brusca com altura do degrau variável, como pode ser observado através da Fig. 1. Tal situação foi a utilizada neste trabalho para a simulação numérica de um escoamento laminar.

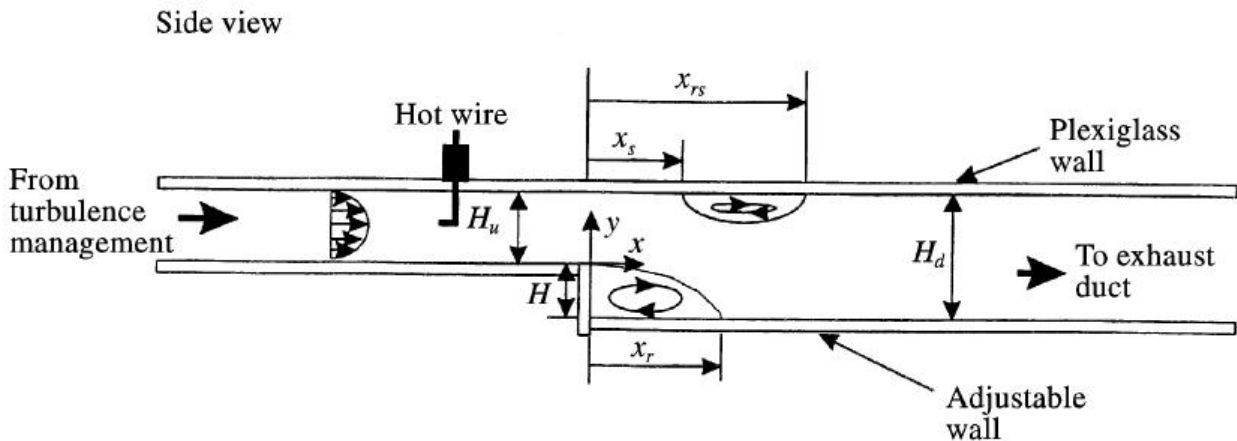


Figura 1: Esquema do experimento realizado por Lee e Mateescu (1998).

Trata-se de um canal bidimensional com $x/h = 68,88$ de comprimento, por $z/h = 2$ de altura, o degrau possui altura $h = 0,5$ [m]. Tal geometria também foi utilizada para a simulação numérica de um escoamento experimentando $Re=6000$ no presente trabalho. Para as duas situações, foi utilizado o critério $CFL = 0,75$ (COURANT; FRIEDRICHS; LEWY, 1967) e o tempo total de simulação foi de 400 [s] físicos.

A caracterização de qualquer escoamento parte das Equações de Navier-Stokes, Eq. 1. Entretanto, os elevados detalhamento e precisão advindos deste equacionamento trazem algumas dificuldades para situações em que há presença de turbulência, pois estas equações descrevem o campo de velocidades de todas as escalas de comprimento e tempo presentes no escoamento, ou seja, a quantidade de informação gerada é muito vasta e, como consequência, a resolução direta das mesmas se torna impossível.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (1)$$

Desta forma, utiliza-se da decomposição das escalas da turbulência, de modo a eliminar algumas das frequências presentes no escoamento, com o intuito de reduzir a quantidade de cálculo necessária para a caracterização de um processo específico. Tal ação é realizada com a divisão de um sinal genérico $f(\vec{x}, t)$ em uma parte filtrada $\bar{f}(\vec{x})$ e uma flutuante $f'(\vec{x}, t)$, tal como pode ser observado na Eq. 2.

$$f(\vec{x}, t) = \bar{f}(\vec{x}) + f'(\vec{x}, t) \quad (2)$$

Este procedimento é a base da determinação das aproximações do tipo *RANS* e *LES* sendo que, no primeiro caso, utiliza-se do operador média (filtro mais rigoroso existente) e no segundo, é realizada uma filtragem mais branda, de modo a eliminar uma menor quantidade de frequências do escoamento.

A equação gerada por este processo rigoroso de filtragem (operador média) pode ser avaliada através da Eq. (3), que é aquela utilizada para a realização de simulações numéricas do tipo *RANS*.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (3)$$

Uma consequência dos processos de média e decomposição de escalas é o aparecimento de um tensor adicional $\tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$, que pode ser modelado através de uma equação de transporte para momentos de segunda ordem.

O equacionamento da aproximação *LES*, como fora comentado anteriormente, também parte da decomposição das escalas. Entretanto, $\bar{f}(\vec{x})$ representa as menores frequências do escoamento e $f'(\vec{x}, t)$ diz respeito à flutuação do sinal original em relação à parcela filtrada.

A equação gerada por este processo de filtragem pode ser avaliada através da Eq. (4), que é aquela utilizada para a realização de simulações numéricas do tipo *LES*.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - (L_{ij} + \tau_{ij} + C_{ij}) \right] \quad (4)$$

Neste caso, há o aparecimento de três tensores adicionais $\tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$, $L_{ij} \equiv \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ e $C_{ij} = \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i \bar{u}_j}$ já que, com a aplicação deste filtro, não foi possível a remoção dos termos intermediários da decomposição de escalas do termo advectivo das equações de Navier-Stokes. Tal equação pode ser solucionada com o auxílio de modelos de turbulência.

Há uma significativa quantidade de modelos de turbulência até o presente momento. Para os fins deste trabalho serão analisadas situações com o emprego dos modelos de Smagorinsky, dinâmico e sem modelagem.

A necessidade da modelagem se deve ao surgimento de quatro incógnitas e quatro equações, acrescidas de três tensores (L_{ij} , τ_{ij} e C_{ij}), advindos da filtragem das equações de Navier-Stokes. Uma solução para esta indeterminação é a hipótese de Boussinesq, que pode ser avaliada pela Eq. 5 e que propõe a determinação do tensor de Reynolds sub malha em função da taxa de deformação gerada pelo campo de velocidades filtrado e da energia cinética turbulenta.

$$\tau_{ij} = -\nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (5)$$

A viscosidade turbulenta pode ser calculada através de diferentes modelos, a energia cinética pode ser incorporada à pressão estática e, finalmente, os tensores cruzado e de Leonard podem ser modelados através de uma expansão de Taylor do campo de velocidades filtrado, tal como pode-se avaliar pela Eq. 6.

$$L_{ij} + C_{ij} \approx \frac{\Delta_k}{12} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} \quad (6)$$

Desta forma, o problema de fechamento das equações é reduzido à determinação da viscosidade turbulenta escalar, ν_t , como função das variáveis do campo resolvido. Para o modelo de Smagorinsky, esta viscosidade é obtida a partir da hipótese de que as pequenas estruturas estão em equilíbrio com a produção e dissipação de energia cinética turbulenta sub malha e é proporcional às escalas de comprimento e de velocidade características sub malha Δ e $k_{sgs}^{1/2}$. O cálculo desta grandeza escalar pode ser avaliado pela Eq. 7.

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (7)$$

O coeficiente de Smagorinsky, C_s , pode ser calibrado para uma classe de escoamentos, o mesmo varia em cada caso estudado, inclusive, internamente em um dado escoamento. Para a situação em que analisa-se turbulência homogênea isotrópica, Lilly (1967) determinou o valor de $C_s = 0,18$ como aceitável mas, para casos práticos, seu valor está compreendido na faixa de $0,05 \leq C_s \leq 0,30$.

Uma deficiência do modelo de Smagorinsky é o fato de o mesmo não fazer nenhuma consideração com relação à proximidade de paredes (condição de não deslizamento). Desta forma, torna-se necessária a adição de uma função externa de amortecimento para que tal situação seja satisfeita. Utiliza-se, geralmente, a função de amortecimento de Van Driest (Eq. 8), com $d^* = du_\tau / \nu$ retratando a distância da parede, $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$ a velocidade de cisalhamento, τ_w a tensão de cisalhamento junto a parede, $A^+ = 25$ uma constante determinada por Ferziger e Peric (1999) e C_{s0} a constante de Smagorinsky, compreendida na mesma faixa mencionada anteriormente.

$$C_s = C_{s0} (1 - e^{-d^*/A^+})^2 \quad (8)$$

O modelo dinâmico utiliza-se de uma função capaz de ajustar-se ao escoamento no tempo e no espaço. A metodologia baseia-se em dois filtros com comprimentos característicos diferentes, sendo que um parte das dimensões da malha para o cálculo deste comprimento e o outro, norteia-se por um múltiplo das dimensões utilizadas pelo filtro anterior. Desta forma, esta metodologia orienta-se pelas informações dos níveis de energia contidos nas menores escalas resolvidas, localizadas entre estes dois filtros, para a modelagem da transferência de energia entre as escalas resolvidas e modeladas.

É necessária a definição de dois tensores para a determinação das equações filtradas já que, se tal manipulação não for realizada, o termo advectivo fica em função de termos desconhecidos, como fora mencionado anteriormente. O tensor relativo à primeira filtragem é o chamado tensor de Reynolds global sub malha, $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ e o que se refere à segunda filtragem, é denominado tensor sub teste, $T_{ij} = \overline{u_i u_j} - \hat{u}_i \hat{u}_j$. O resultado desta dupla filtração pode ser avaliado nas Eqs. (9) e (10)

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \right] \quad (9)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\hat{u}_i \hat{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right) - T_{ij} \right] \quad (10)$$

A partir destas equações, pode-se definir o tensor de Leonard global (Eq. 11) como a subtração destes dois tensores. Tal igualdade, conhecida por identidade de Germano, pode ser utilizada para a determinação da função coeficiente $c(\vec{x}, t)$, que varia com o tempo e o espaço e deverá se anular nas regiões de escoamentos laminares e proximidades de fronteiras sólidas, implicando em um melhor comportamento assintótico. Esta função, bem como o tensor M_{ij} , necessário para o cálculo da mesma, podem ser avaliados nas Eqs. 11 e 12.

$$c(\vec{x}, t) = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (11)$$

$$M_{ij} = \hat{\Delta}^2 |\hat{S}_{ij}| \hat{S}_{ij} - \bar{\Delta} |\bar{S}_{ij}| \bar{S}_{ij} \quad (12)$$

Realizadas as revisões relativas às aproximações e metodologias a serem utilizadas e com a utilização do código computacional FLUIDS 3D, de segunda ordem, baseado em volumes finitos com esquema de diferenças centradas, tornou-se possível a simulação numérica dos casos mencionados anteriormente.

Primeiramente, podem ser avaliados casos bidimensionais de escoamentos laminares, resolvidos sem modelagem de turbulência. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles apresentados por Mariano (2011), nos quais foi utilizada a metodologia espectral, baseada em transformadas de Fourier das equações de Navier-Stokes e com os resultados experimentais obtidos por Lee e Mateescu (1998). A Fig. 2 apresenta os campos médios de escoamento em três refinamentos distintos:

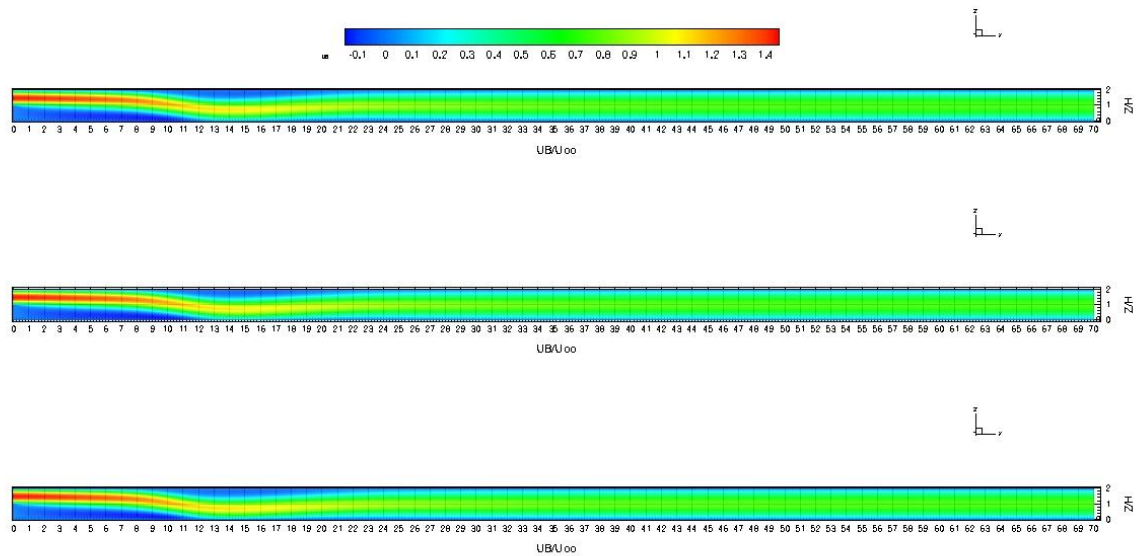


Figura 2: Perfis médios de escoamentos sobre um degrau descendente realizados com diferentes refinamentos. Em sequência: malhas de 1024x32; 2048x64; 4096x128

Uma forma interessante de análise de escoamentos do tipo degrau descendente é por meio dos comprimentos das recirculações originadas neste processo. Três dimensões são importantes para esta comparação e as mesmas podem ser melhor avaliadas através da Fig. 1. A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos pelo presente trabalho, bem como os valores atingidos pelas referências comentadas anteriormente.

Tabela 1: Comprimentos característicos de recirculações

	x_r/h	x_s/h	x_{rs}/h
Lee e Mateescu (1998)	12,90	10,30	20,5
Mariano (2011) – 4096x128	12,19	9,94	20,7
Presente trabalho – 1024x32	11,6	9,3	20,0
Presente trabalho – 2048x64	12,0	9,8	20,5
Presente trabalho – 4096x128	11,6	9,3	20,6

Já a Tabela 2 demonstra os desvios relativos das mesmas, quando comparadas com os experimentos realizados por Lee e Mateescu (1998).

Tabela 2: Desvios relativos - comprimentos característicos de recirculações

	x_r/h	x_s/h	x_{rs}/h
Mariano (2011) – 4096x128	5,5%	3,5%	0,97%
Presente trabalho – 1024x32	10,07%	9,7%	2,44%
Presente trabalho – 2048x64	6,98%	4,85%	0,0%
Presente trabalho – 4096x128	10,08%	9,71%	0,49%

Observa-se que, dentre os refinamentos realizados pelo presente trabalho, o segundo foi o que apresentou melhores resultados, com valores bem próximos aos atingidos por Mariano (2011).

Outra análise realizada foi através de perfis de velocidade, retirados em pontos distintos do domínio. Tais resultados podem ser avaliados através da Fig. 3.

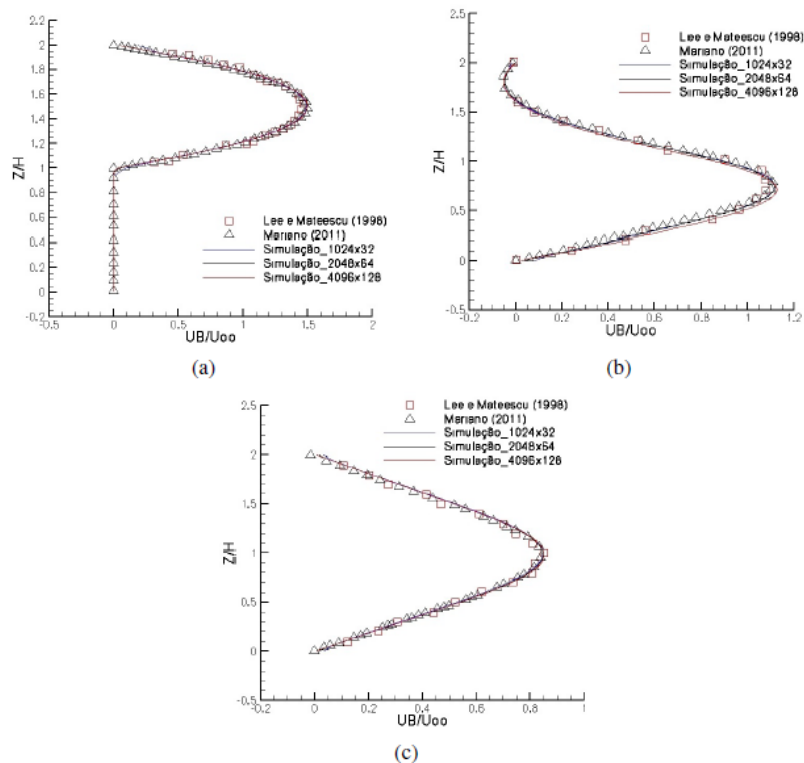


Figura 3: Perfis de velocidade para os campos de escoamento médios em um degrau descendente em três diferentes pontos de análise: (a) $x/h = 0$, (b) $x/h = 14$ e (c) $x/h = 30$

Nota-se uma boa concordância com as outras referências em todos os pontos analisados, demonstrado que o método utilizado é interessante para casos do tipo degrau descendente laminar, ainda mais pelo fato de o mesmo ser de menor custo computacional do que, por exemplo, o espectral.

A mesma geometria foi utilizada para a avaliação de um escoamento ocorrendo a $Re=6000$. Entretanto não há a disponibilidade de dados experimentais, contrariamente ao que fora retratado anteriormente.

Perfis de escoamentos instantâneos, médios e de vorticidade podem ser avaliados nas Figs. 4, 5 e 6 com três tipos distintos de modelagem. Foram realizadas simulações numéricas sem modelagem de turbulência, com modelagem *LES* de Smagorinsky e dinâmica.

Tal como fora realizado anteriormente, perfis de velocidade em alguns pontos do escoamento foram retirados e comparados com as simulações numéricas realizadas por Mariano (2011). Foram avaliados quatro pontos ao longo do domínio estudado, sendo estes os seguintes: $x/h = 0$, $x/h = 2$, $x/h = 14$ e $x/h = 60$, estes valores estão adimensionalizados pelo tamanho do degrau. As informações obtidas podem ser analisadas na Fig. 7.

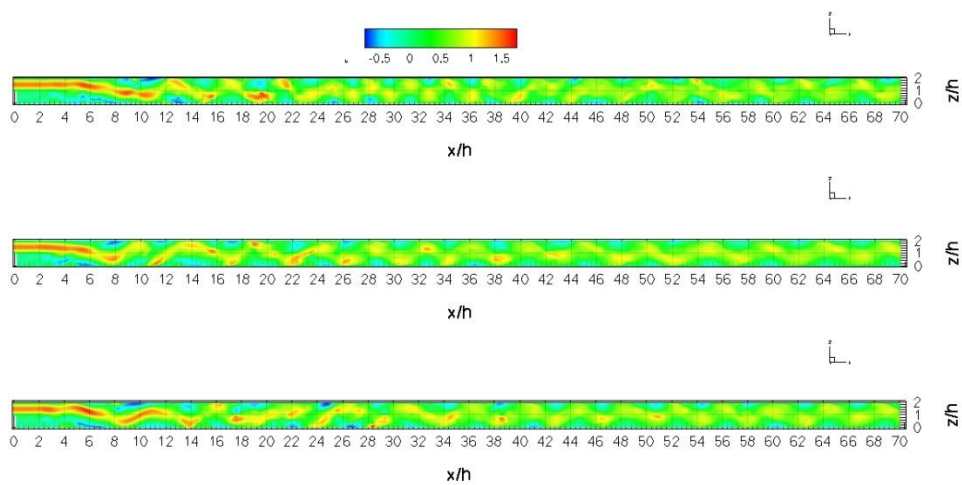


Figura 4: Perfis instantâneos de escoamentos sobre um degrau descendente realizados com diferentes aproximações. Respectivamente: Sem modelagem (4096x128), com modelagem *LES* Smagorinsky (2048x64) e com modelagem *LES* dinâmica (2048x64).

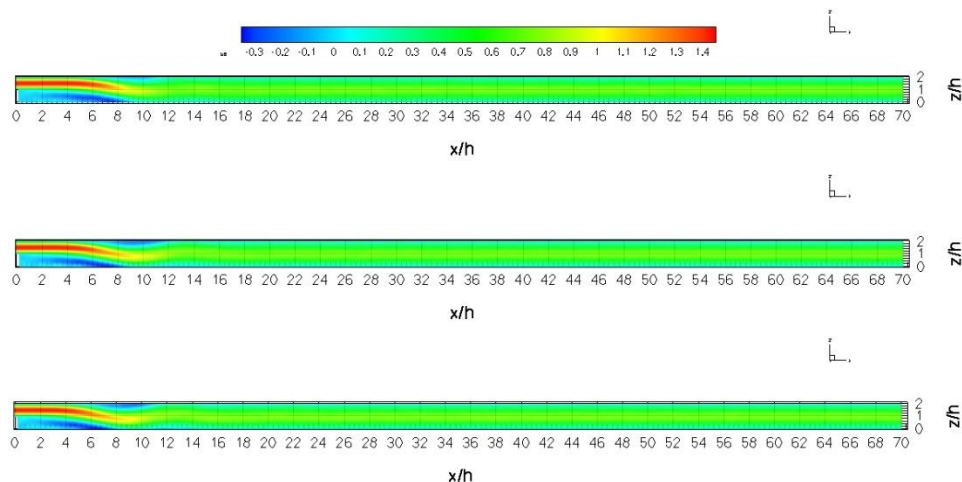


Figura 5: Perfis médios de escoamentos sobre um degrau descendente realizados com diferentes aproximações. Respectivamente: Sem modelagem (4096x128), com modelagem *LES* Smagorinsky (2048x64) e com modelagem *LES* dinâmica (2048x64).

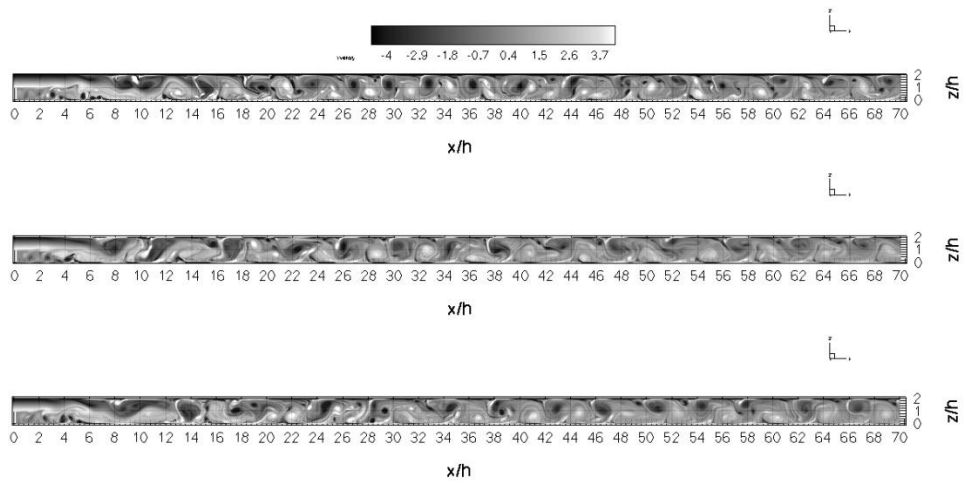


Figura 6: Perfis instantâneos de vorticidade de escoamentos sobre um degrau descendente realizados com diferentes aproximações. Respectivamente: Sem modelagem (4096x128), com modelagem *LES* Smagorinsky (2048x64) e com modelagem *LES* dinâmica (2048x64).

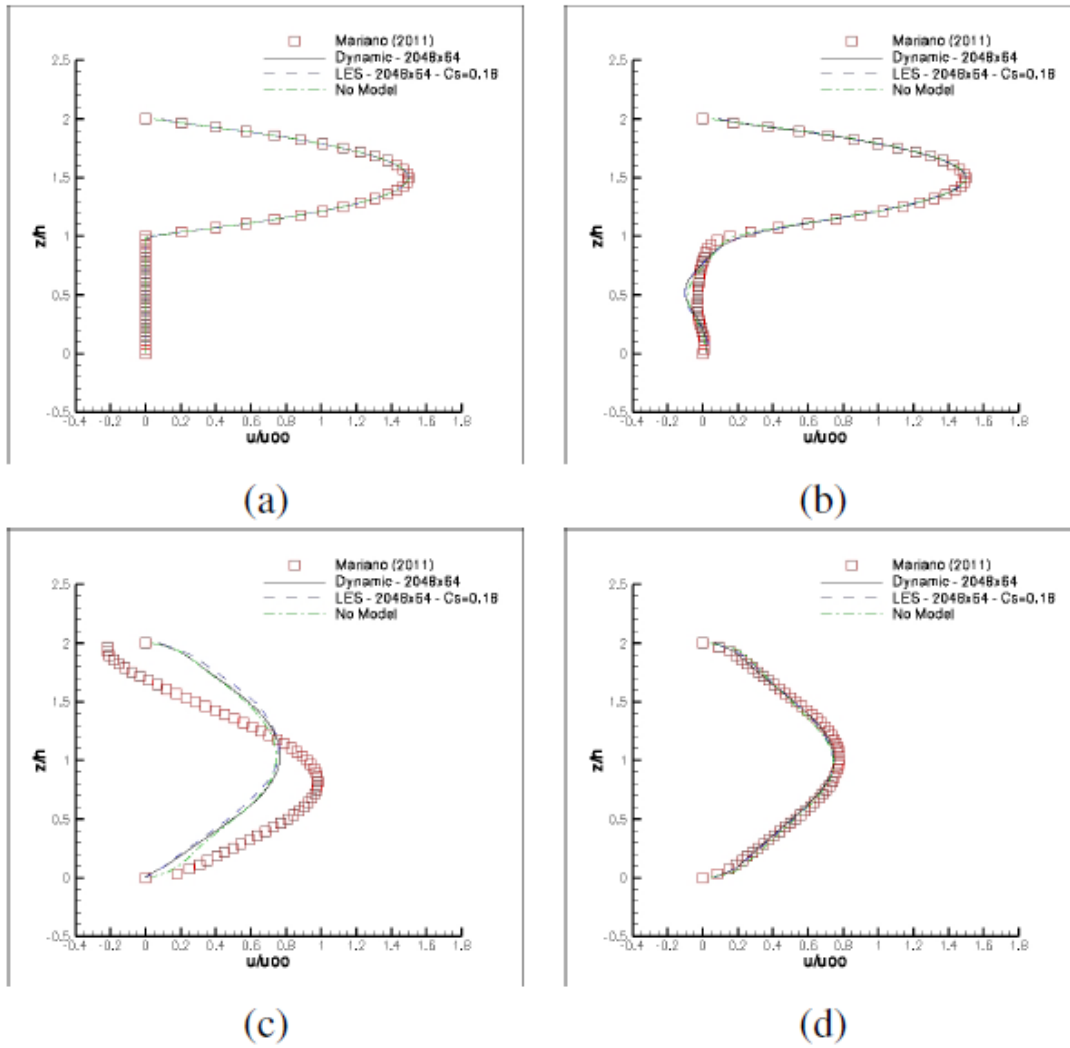


Figura 7: Perfis de velocidade para os campos de escoamento médios em um degrau descendente em quatro diferentes pontos de análise: (a) $x/h = 0$, (b) $x/h = 2$, (c) $x/h = 14$ e (d) $x/h = 60$

A última análise realizada foi o impacto gerado pela variação da constante de Smagorinsky em um mesmo escoamento. Os perfis de velocidade foram retirados nos mesmos pontos anteriores e podem ser avaliados pela Fig. 8.

Os resultados obtidos para esta classe de escoamentos são satisfatórios, salvo um dos perfis de velocidade, que apresentou um desvio maior do que o esperado. Dentre os modelos utilizados, o dinâmico apresentou-se mais dispendioso do que os demais e a variação do valor do coeficiente de Smagorinsky não trouxe grandes mudanças aos perfis de velocidade determinados. Espera-se um maior efeito desta constante em escoamentos experimentando maiores números de Reynolds.

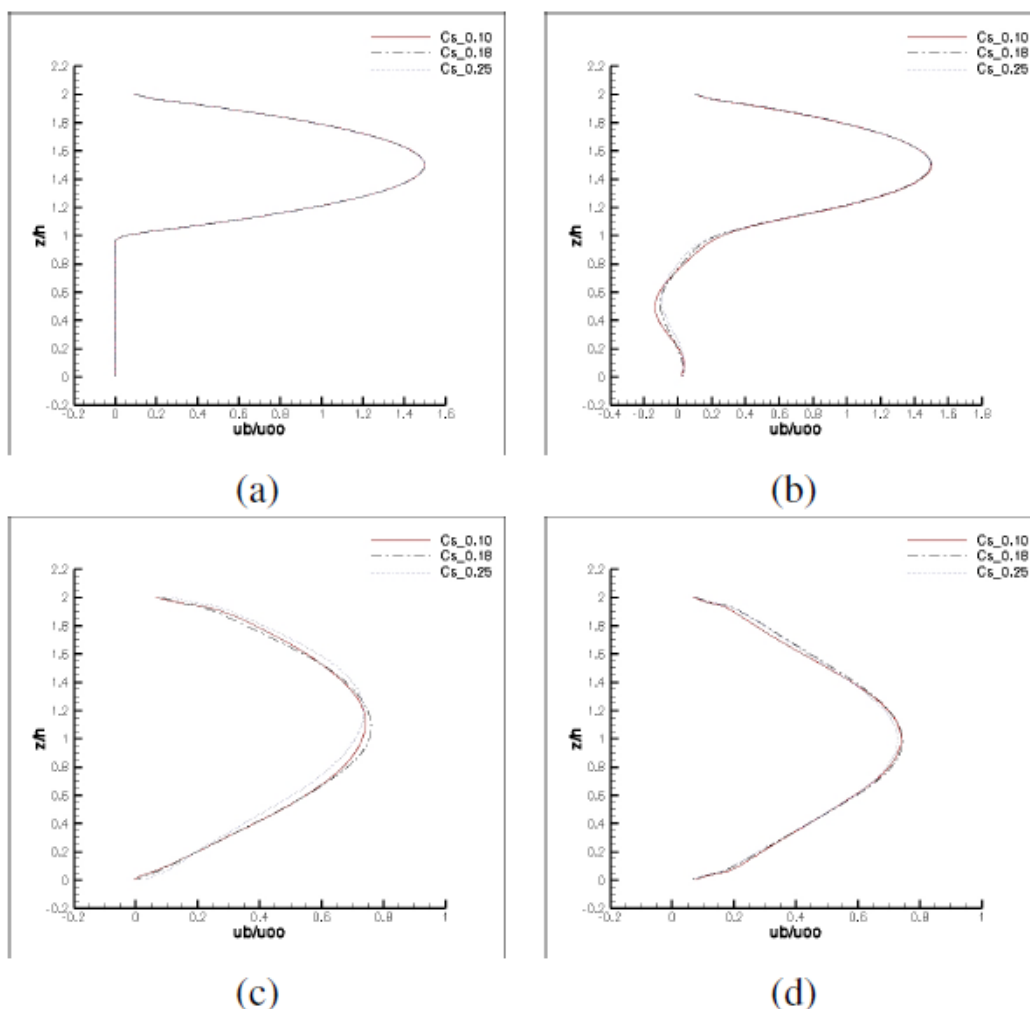


Figura 8: Perfis de velocidade para os campos de escoamento médios em um degrau descendente em quatro diferentes pontos de análise, com variações na constante de Smagorinsky: (a) $x/h = 0$, (b) $x/h = 2$, (c) $x/h = 14$ e (d) $x/h = 60$

REFERÊNCIAS

COURANT, R.; FRIEDRICHS, K.; LEWY, H. On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM Journal*, v. 1, p. 215-234, 1967.

FERZIGER, J.; PERIC, M. *Computational methods for fluid dynamics*. New York: Springer, 1996.

LEE, T.; MATEESCU, D. Experimental and numerical investigation of 2-d backward-facing step flow. *Journal of Fluids and Structures*, v. 12, p. 703-716, 1998.

MARIANO, F. P. Solução numérica das Equações de Navier-Stokes usando uma hibridação das metodologias Fronteira Imersa e Pseudo-Espectral de Fourier, 153 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2011.