

ANÁLISE NUMÉRICA DO FENÔMENO VORTEX BREAKDOWN EM ESCOAMENTOS ROTATIVOS

Orientado: Diego Alves de Moro Martins, Co-orientador: Francisco José de Souza, Orientador: Aristeu da Silveira Neto

1. INTRODUÇÃO

Os primeiros relatos sobre o fenômeno vortex breakdown foram feitos por Peckham e Atkinson (1957), que realizaram estudos sobre a aerodinâmica em uma asa do tipo delta. Nos resultados obtidos, foi verificada a formação de uma estrutura no vórtice de ponta de asa em forma de bolha, que influenciava negativamente no coeficiente de sustentação da asa. Posteriormente surgiram várias teorias sobre o fenômeno. Benjamim (1962) propôs que o fenômeno pode ser explicado como uma transição entre dois estados estacionários de escoamentos rotativos axissimétricos, com analogia ao princípio do salto hidráulico em escoamentos em canal aberto. Faler e Leibovich (1978) realizaram estudos em escoamentos rotativos confinados em cilindros e caracterizaram o vortex breakdown como sendo o resultado de fortes gradientes no escoamento axial, que levam a formação de um ponto de estagnação interno no eixo do vórtice, seguido por um fluxo reverso em uma região axial limitada.

Apesar de vários estudos realizados sobre o fenômeno de *vortex breakdown*, e este ter significância crucial em vários dispositivos de importância tecnológica, tais como asas do tipo delta, lâminas fixas de turbinas hidráulicas e combustores, ainda não há uma teoria geral ou um consenso para a explicação do *vortex breakdown*.

Neste trabalho foram realizadas simulações numéricas em escoamentos rotativos confinados em cilindros com tampa rotativa, com o intuito de capturar e analisar o fenômeno *vortex breakdown*. Os resultados numéricos foram comparados com resultados experimentais obtidos por Escudier (1984), que verificou a formação e os tipos de *vortex breakdown* formados para determinados número de Reynolds e dimensões dos cilindros.

2. MODELAGEM FÍSICA

As simulações foram realizadas em escoamentos confinados em cilindros com a tampa inferior rotativa. A tampa inferior funciona como uma bomba, que devido às forças viscosas direciona o escoamento para as paredes laterais até alcançar a tampa superior estacionária, nesta o escoamento se movimenta em espiral na direção axial para a tampa inferior, formando um vórtice central. Os parâmetros que regem as características do escoamento são a razão altura sobre o raio do cilindro H/R , e o número de Reynolds $Re = \Omega R^2/\nu$, onde Ω é a velocidade angular da tampa rotativa e ν a viscosidade cinemática do fluido.

O sistema de bombeamento do escoamento ocorre devido a formação da camada limite de Ekman na tampa inferior rotativa. Nesta a força de Coriolis prepondera sobre o gradiente de pressão forçando o transporte de massa para a parede e formando uma região de baixa pressão no centro da tampa rotativa. Na parede lateral forma-se a camada de Stewartson. Nesta os termos inerciais não-lineares e as forças viscosas estão em equilíbrio, e não existe força de Coriolis para este caso. Na parede superior têm-se a camada limite de Bödewadt, que direciona o fluido para o centro e para fora da camada. Esta é caracterizada pelo equilíbrio do gradiente de pressão devido às forças centrífugas. Posteriormente o escoamento é direcionado em espiral para o centro de baixa pressão formado na camada limite de Ekman, formando um vórtice central axial. A Fig. 1 mostra o esquema do escoamento básico em um cilindro com tampa rotativa.

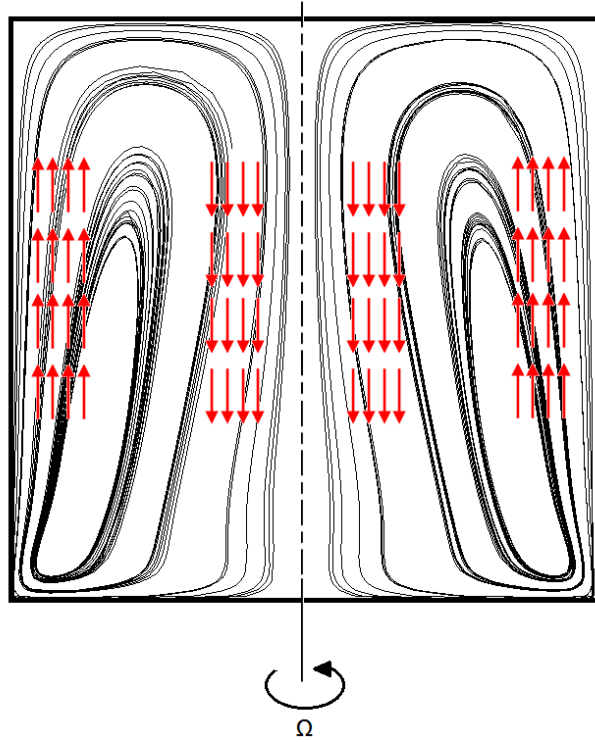


Figura 1. Esquema ilustrando o escoamento básico em um cilindro com tampa rotativa.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

As simulações numéricas foram realizadas utilizando o código UNSCYFL3D (Unsteady Cyclone Flow 3D), que soluciona o escoamento através das equações de Navier-Stokes tridimensionais para escoamentos incompressíveis em fluido newtoniano, mostradas nas Eq. 1 e 2 na notação indicial.

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2)$$

Para os casos simulados em regime laminar, não foi necessário o uso de modelagem de turbulência, sendo assim a viscosidade turbulenta μ_t é nula. Nos casos em regime transicional, foi utilizado o modelo de turbulência dinâmico, e as equações de Navier Stokes passaram a ser filtradas.

2.1. Modelo Dinâmico

Proposto por Germano et al. (1991), este modelo é caracterizado por ter o coeficiente de proporcionalidade C_s dinâmico, o que significa que ele deixa de ser imposto e passa a ser calculado em função do tempo e do espaço. Segundo a literatura, este modelo remove uma serie de deficiências e limitações do modelo de Smagorinsky e, entre outras qualidades, se apresenta como uma ferramenta promissora no tratamento de escoamentos transicionais complexos, como demonstrado em Padilla (2004).

A expressão de Germano et al. (1991) para o coeficiente de proporcionalidade, modificado por Lilly (1992), tem a forma:

$$C(x_i, t) = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}}, \quad (3)$$

com

$$L_{ij} = \widetilde{u}_i \widetilde{u}_j - \widetilde{u}_i \widetilde{u}_j, \quad (4)$$

$$M_{ij} = \left(\widetilde{\Delta}^2 |\widetilde{S}| \widetilde{S}_{ij} - \overline{\Delta}^2 |\widetilde{S}| \widetilde{S}_{ij} \right), \quad (5)$$

e

$$\widetilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad |\widetilde{S}| = \sqrt{2 \widetilde{S}_{ij} \widetilde{S}_{ij}}, \quad (6)$$

onde Δ é o comprimento característico do filtro teste. No processo de segunda filtragem usa-se o filtro discreto proposto por Padilla e Silveira-Neto (2003).

Finalmente, a viscosidade é avaliada como:

$$\nu_t = C(x_i, t) \overline{\Delta}^2 |\widetilde{S}|. \quad (7)$$

3. MODELAGEM NUMÉRICA

No UNSCYFL3D V1.11, as equações de Navier-Stokes na formulação incompressível são resolvidas numericamente através do método de volumes finitos (Ferziger e Peric, 2002) em malhas não-estruturadas, que podem ser compostas por hexaedros, tetraedros, prismas, pirâmides e cunhas. Para o acoplamento pressão-velocidade, o algoritmo SIMPLE (Ferziger e Peric, 2002) é utilizado. Escoamentos em regime permanente e transiente podem ser simulados, e 5 tipos de condição de contorno podem ser prescritas: velocidade imposta, simetria, escoamento desenvolvido, não-deslizamento e pressão imposta. Os termos difusivos são discretizados por diferenças centradas de 2ª ordem, para os termos advectivos o esquema upwind de 1ª ordem e o esquema centrado de 2ª ordem podem ser combinados. O esquema upwind de 2ª ordem também pode ser utilizado. Para o avanço no tempo, os esquema de Euler implícito (1ª ordem) e de três níveis no tempo (2ª ordem) podem ser empregados.

Com o intuito de otimizar o tempo computacional e utilizar malhas mais finas nas simulações, o código UNSCYFL3D foi paralelizado.

3.1. Paralelização

O detalhamento necessário nos casos de dinâmica dos fluidos computacional está cada vez maior, exigindo computadores de alta performance, e códigos computacionais capazes de solucionar problemas utilizando computação paralela, ou seja, usando mais de um processador para solucionar um caso. Acompanhado as necessidades da engenharia, o código computacional UNSCYFL3D foi paralelizado, com o intuito de capturar detalhes do escoamento somente observados com malhas muito finas, e com várias máquinas processando em conjunto.

A arquitetura utilizada na paralelização do código UNSCYFL3D foi a de memória distribuída, ou seja, múltiplos processadores operam independentemente, sendo que, cada um possui sua própria memória. Os dados são compartilhados através de uma interface de comunicação (rede ou switch), utilizando o sistema de “Message-Passing”.

A decomposição do domínio computacional é realizada pela ferramenta METIS (Karypis et al., 1998), um pacote de fonte aberta para o particionamento de grafos, de malhas, e computação de preenchimento reduzido e ordenação de matrizes esparsas. O METIS é uma ferramenta de fonte aberta, amplamente utilizada pelos códigos comerciais, depurada e eficiente através do uso corriqueiro em problemas de CFD. Essencialmente, os algoritmos de particionamento procuram balancear a carga entre os processos, mantendo tanto quanto possível a mesma quantidade de elementos em cada partição, e minimizar as interfaces entre as partições para reduzir a comunicação entre processos durante a execução do problema.

A paralelização do código foi realizada utilizando os recursos da biblioteca MPI, com funções de comunicação ponto a ponto e coletiva. A comunicação entre os domínios é feita por elementos denominados de “halo”. Estes elementos se localizam na interface da partição, armazenando os valores das variáveis dos elementos vizinhos que estão em outras partições.

Cada elemento "halo" recebe a informação do seu respectivo elemento da outra partição, como mostra a figura 2. Assim, os valores armazenados nos elementos "halo" devem ser atualizados a cada iteração, para que o processo iterativo paralelo gere os mesmos resultados que o processo serial.

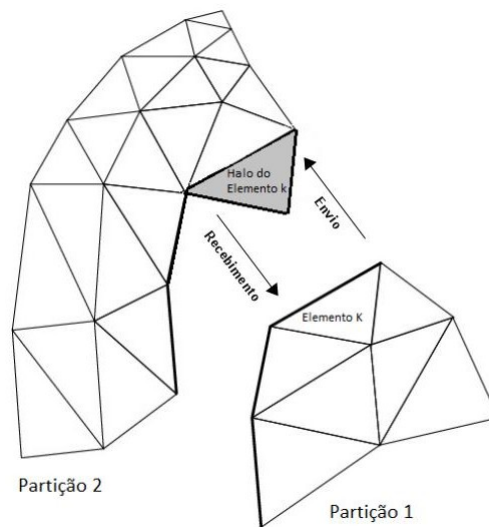


Figura 2. Esquema ilustrativo de troca de mensagens entre as partições (adaptado do Manual FEM).

A validação do código paralelo foi feita com base no código UNSCYFL3D serial, que já foi validado anteriormente (Salvo, 2009). Foram comparados os resultados do campo de velocidade de um caso simulado no ciclone usado por Hoekstra et al, (1998), com número de Reynolds de 15000 e malha de 101.000 elementos. O resíduo estipulado para os casos foi de $1E-05$. A figura 3 mostra o perfil de velocidade na direção x ao longo da direção y comparando o código serial com o paralelo, e a figura 4 mostra a ordem da diferença entre os resultados obtidos com os códigos serial e paralelo, em uma aproximação do gráfico da figura 3.

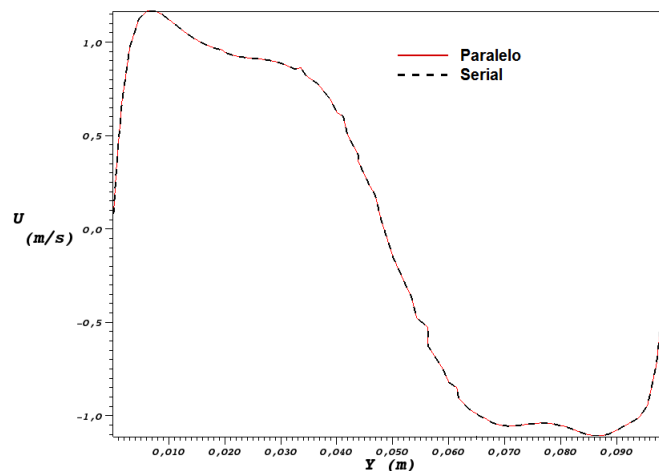


Figura 3. Perfil radial da velocidade na direção x ao longo de y.

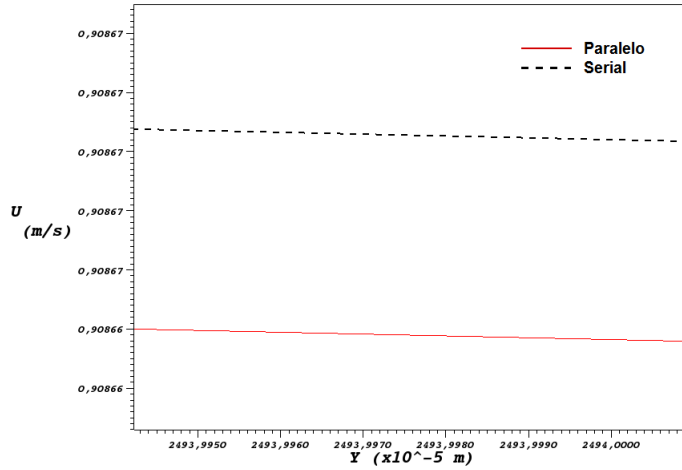


Figura 4. Seção aproximada da figura 3.

Pela figura 4, observa-se que a diferença entre os resultados é da ordem do resíduo estipulado, ou seja, 1E-05.

Na avaliação do speed-up e da eficiência foram simulados casos em um canal tridimensional não-periódico de dimensão unitária, para garantir o balanceamento de carga. O número de Reynolds dos casos foi de 1000. A malha utilizada foi de 4.096.000 elementos. A figura 5(a), mostra a geometria do canal dividida em oito partições, sendo cada partição com uma determinada cor, e a figura 5(b) mostra uma vista frontal de malha utilizada.

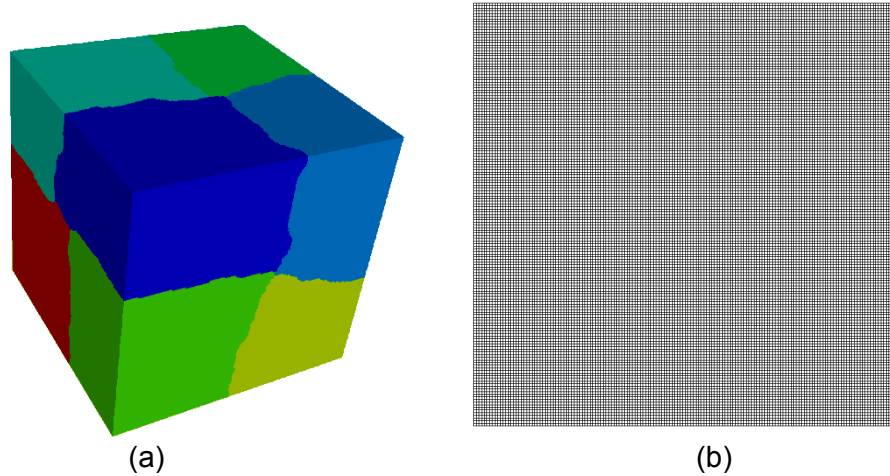


Figura 5. Geometria do canal particionada em oito pelo METIS (a), e vista frontal da malha utilizada no canal (b).

Os resultados foram obtidos com a tolerância estipulada no solucionador de 1E-05, e foram rodadas cinco iterações no SIMPLE. Os casos foram simulados em um cluster linux de alta performance com processadores Intel Xeon E5650 2.67GHz, 12MB cache, 24 cores, e memórias de 48GB DDR3 1333 MHz.

As análises de speed-up (Sp) e eficiência (Ef) foram feitas seguindo as seguintes equações:

$$Sp_n = \frac{T_1}{T_n}, \quad (8)$$

$$Ef_n = \frac{Sp_n}{n}, \quad (9)$$

onde T_1 é o tempo computacional gasto com um processo, n é o numero de processos, e T_n é o tempo computacional gasto com n processos.

As figuras 6 e 7 mostram respectivamente os gráficos de speed-up e eficiência do código UNSCYFL3D para até 64 processos, comparando com os resultados ideais.

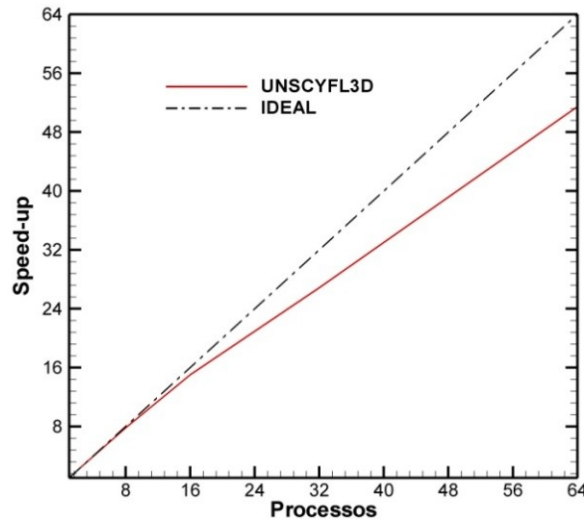


Figura 6. Gráfico do speed-up obtido com o código UNSCYFL3D, comparado com o speed-up ideal.

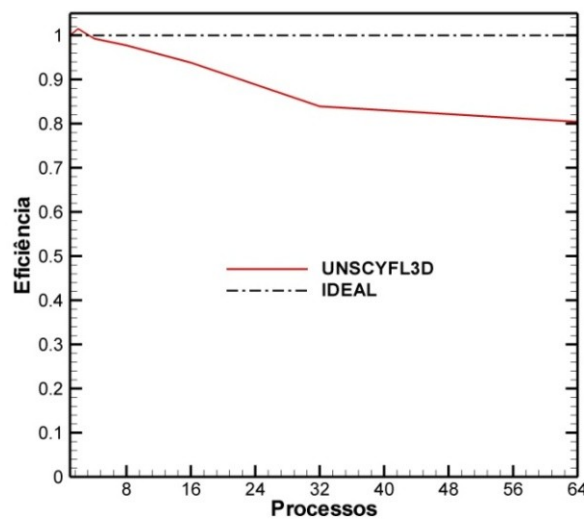


Figura 7. Gráfico da eficiência obtida com o código UNSCYFL3D, comparado com a eficiência ideal.

Observando o speed-up e a eficiência obtida pelo código UNSCYFL3D, nota-se a linearidade em relação ao ideal em até 16 processos, posteriormente há um decréscimo na eficiência chegando a 80% com 64 processos. Após vários testes, foi observado que o aumento do número de processos em um mesmo nó reduz a eficiência do caso. Isto explica a apreciável eficiência em até 16 processos, onde foram utilizados menos processos por nó, e a redução da eficiência nos casos com mais processos, onde o número destes é maior por nó.

4. RESULTADOS

Foram realizadas simulações numéricas em um recipiente cilíndrico fechado com a parede inferior rotativa. Os resultados numéricos foram comparados com resultados experimentais obtidos por Escudier (1984), que determinou o limite para a formação de *vortex breakdown* simples, duplo e triplo, e o limite entre os regimes de escoamentos permanente e oscilatório, através de um gráfico de estabilidade do número de Reynolds em função da razão altura sobre o raio do cilindro, mostrado na Fig. 8.

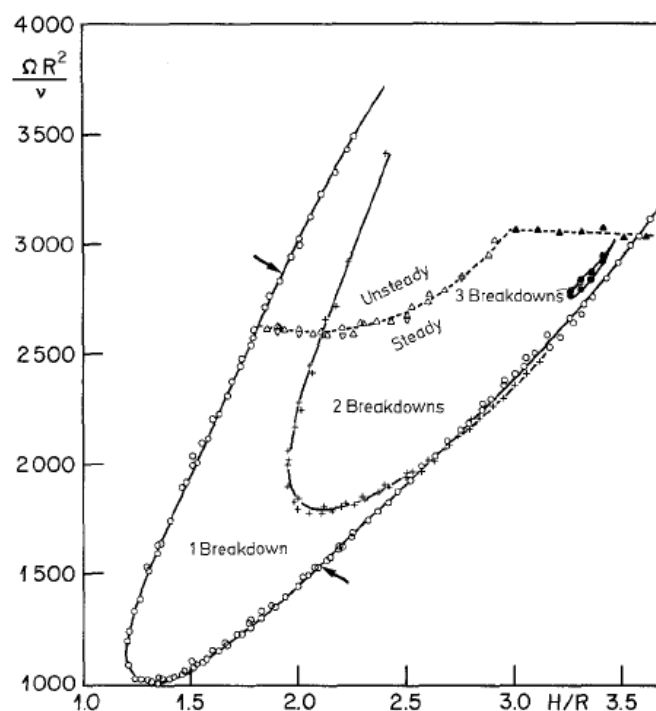


Figura 8. Gráfico com os limites para *vortex breakdown* simples, duplo e triplo, e limite entre os regimes de escoamentos permanente e oscilatório no plano $Re \times H/R$ (Escudier, 1984).

Foram comparadas as linhas de corrente em um plano médio obtidas numericamente e experimentalmente para cinco valores específicos de Re e H/R . Os resultados experimentais cedidos gentilmente por Escudier (1984) foram obtidos por meio de fotografias do escoamento. As visualizações foram realizadas com injeção de um corante fluorescente através de um furo de diâmetro 1 mm no centro da parede superior do cilindro. A Tabela 1 mostra os casos simulados, o tipo de regime, o modelo de turbulência e o número de volumes na malha utilizada. As malhas computacionais foram gerada pelo software ICEMCFD. A Fig. 9 mostra a malha utilizada para um dos casos.

Tabela 1. Especificações das simulações realizadas

Caso	Re	L/H	Modelo	Regime	Malha
1	1000	2	Laminar	Permanente	891.000
2	1492	2	Laminar	Permanente	891.000
3	1492	2	Laminar	Permanente	2.300.000
4	1854	2	Laminar	Permanente	891.000
5	2494	2,5	Laminar	Permanente	620.000
6	2752	3,25	Dinâmico	Transiente	620.000

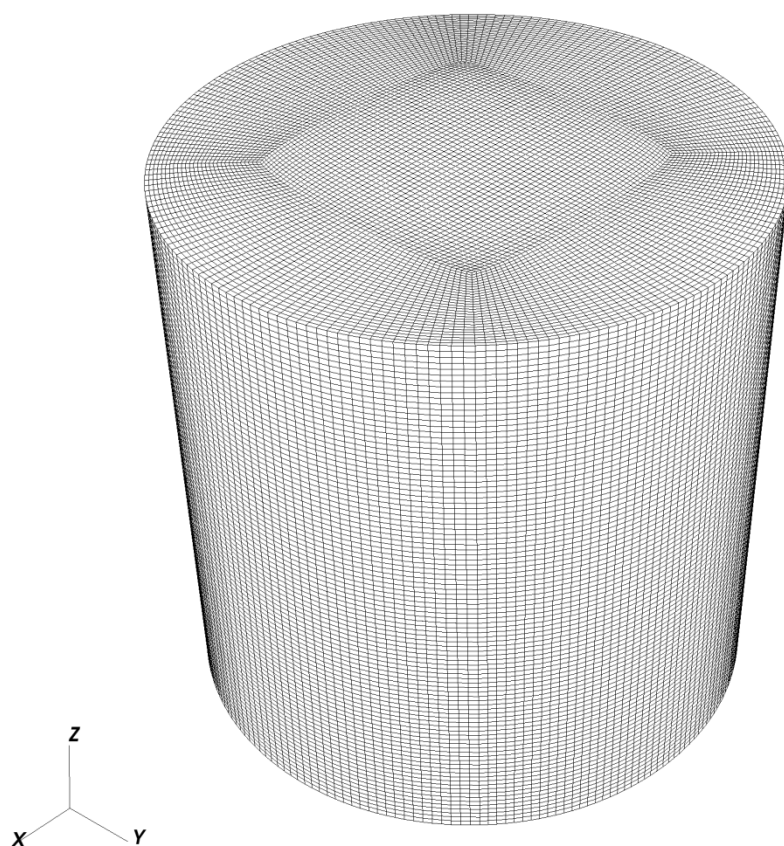


Figura 9. Malha computacional com 891.000 volumes.

As Figuras 10(a) e 10(b) mostram respectivamente as linhas de corrente no plano médio na direção y obtidas numericamente e experimentalmente, para o caso 1.

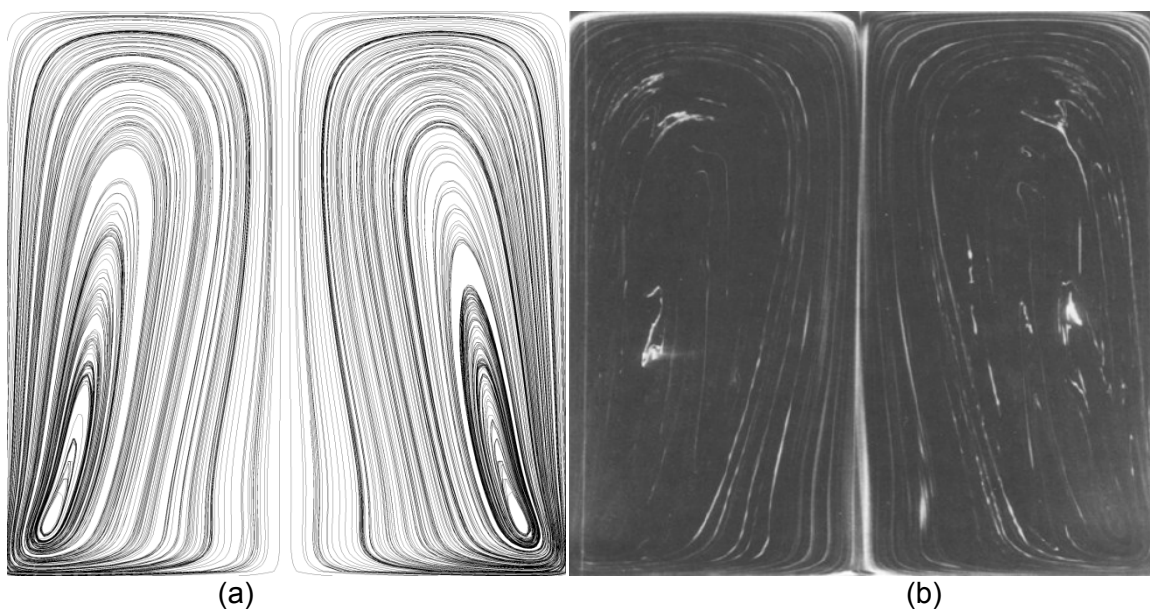


Figura 10. Linhas de corrente em um plano médio na direção y obtidas numericamente (a) e experimentalmente (b), para o caso 1.

Para $H/R = 2$ e $Re = 1000$, não há indício de *vortex breakdown*, o vórtice central tem espessura pequena na região próxima a parede superior, e aumenta quando se aproxima da

camada limite de Ekman na parede inferior rotacional. As mesmas características são observadas nos resultados numéricos e experimentais.

A Figura 11 mostram as linhas de corrente no plano médio na direção y obtidas numericamente para o caso 2, e as Fig. 12(a) e 12(b) mostram respectivamente as linhas de corrente no plano médio na direção y obtidas numericamente e experimentalmente, para o caso 3.

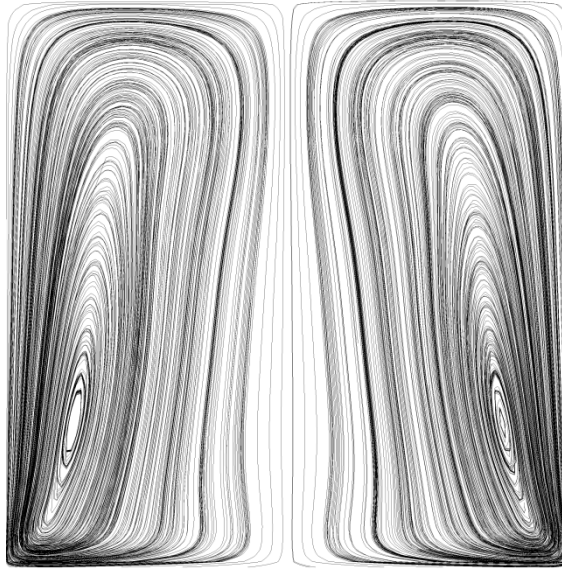


Figura 11. Linhas de corrente em um plano médio na direção y obtidas numericamente para o caso 2.

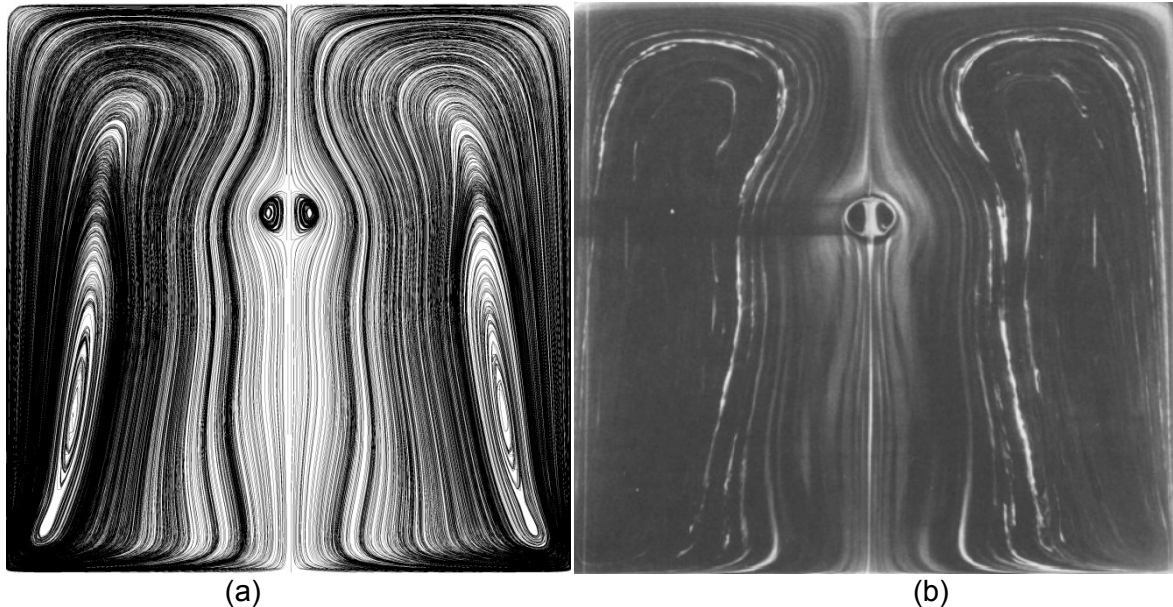


Figura 12. Linhas de corrente em um plano médio na direção y obtidas numericamente (a) e experimentalmente (b), para o caso 3.

Para $H/R = 2$ e $Re = 1492$ foi necessário utilizar uma malha com maior resolução para capturar o fenômeno de *vortex breakdown*, pois estes valores de Re e H/R estão muito próximos da região de não formação de *vortex breakdown* no gráfico de estabilidade (Fig. 8), sendo necessário capturar detalhes do escoamento que são imprescindíveis na formação do *vortex breakdown*. O resultado mostrado na Fig. 11 foi obtido com a malha de 891.000 volumes, e o resultado mostrado na Fig. 12(a) foi obtido com a malha de 2.300.000 volumes. Após o refino da malha, pôde-se observar a coerência entre os resultados numéricos e experimentais, com a formação do *vortex breakdown* do tipo bolha simples, começando em um ponto de estagnação a montante da zona de recirculação quase-estagnada, e termina em um ponto de sela a jusante.

As Figuras 13(a) e 13(b) mostram respectivamente as linhas de corrente no plano médio na direção y obtidas numericamente e experimentalmente, para o caso 4.

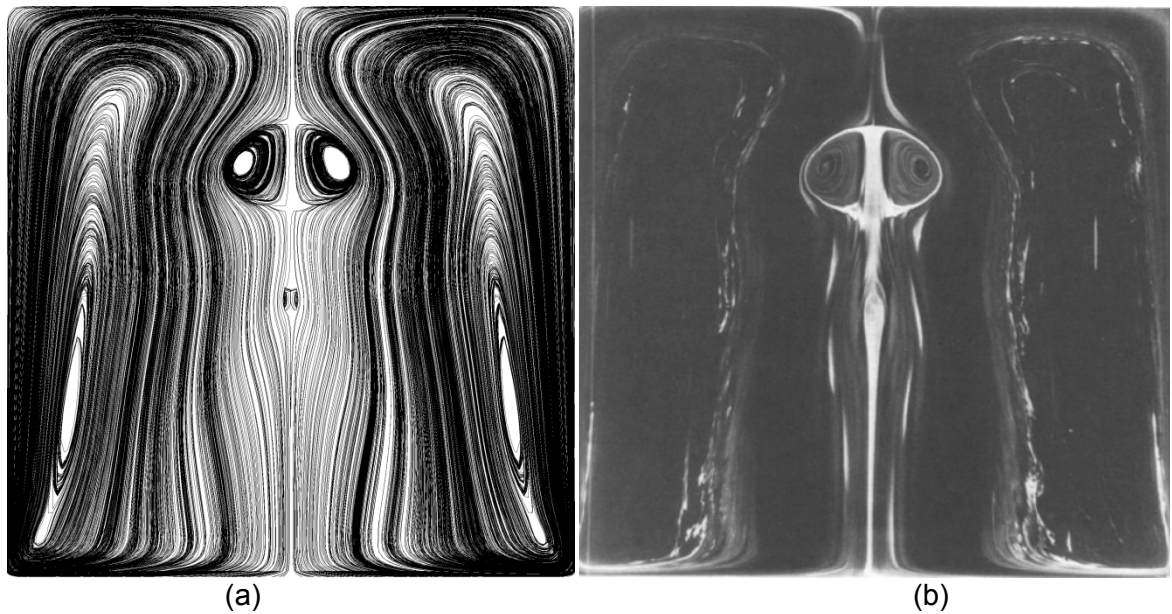


Figura 13. Linhas de corrente em um plano médio na direção y obtidas numericamente (a) e experimentalmente (b), para o caso 4.

Nas Figuras 13(a) e 13(b), nota-se que para $H/R = 2$ e aumentando o número de Reynolds para 1854 a bolha superior aumenta, e abaixo desta surge outro *vortex breakdown* com menor dimensão.

As Figuras 14(a) e 14(b) mostram respectivamente as linhas de corrente no plano médio na direção y obtidas numericamente e experimentalmente, para o caso 5.

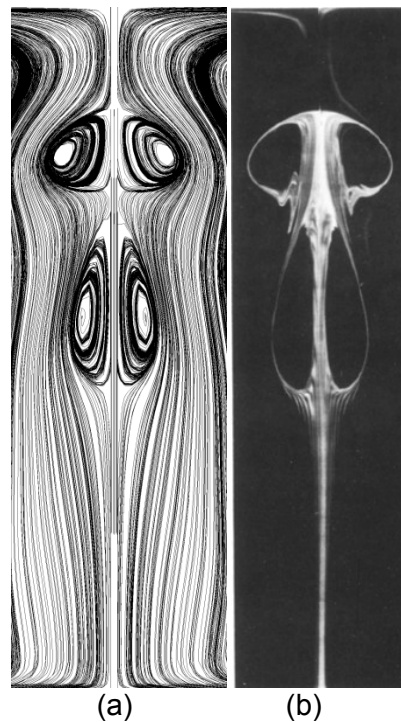


Figura 14. Linhas de corrente em um plano médio na direção y obtidas numericamente (a) e experimentalmente (b), para o caso 5.

Para $H/R = 2,5$ e $Re = 2494$ têm-se dois *vortex breakdown* bem definidos. Neste caso existe somente um ponto de estagnação e duas zonas de recirculação, pois com o aumento do

número de Reynolds o *vortex breakdown* inferior se movimenta em direção ao superior, e seu ponto de estagnação deixa de existir.

As Figuras 15(a) e 15(b) mostram respectivamente as linhas de corrente no plano médio na direção y obtidas numericamente e experimentalmente, para o caso 6.

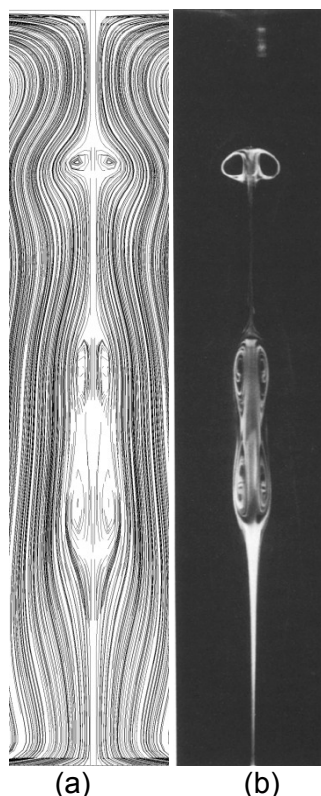


Figura 15. Linhas de corrente em um plano médio na direção y obtidas numericamente (a) e experimentalmente (b), para o caso 6.

No gráfico de estabilidade do escoamento (Fig. 8), os valores $H/R = 3,25$ e $Re = 2752$ estão muito próximos da região de transição entre o regime permanente e transiente. No experimento realizado para estes valores, o regime permanente é alcançado depois de um tempo relativamente alto, porém nas simulações numéricas o regime do escoamento é transiente periódico. Isto se deve às perturbações numéricas existentes na solução com métodos de discretização de segunda ordem. Neste contexto, foi necessário utilizar o regime temporal transiente na solução, e como o escoamento é transicional, foi utilizado o modelo de turbulência dinâmico. As linhas de corrente mostradas na Fig. 15(a), estão na máxima amplitude de formação de *vortex breakdown*, em $t=400s$. Neste instante, visualiza-se três estruturas de *vortex breakdown*, sendo as duas inferiores acopladas e a superior separada, mantendo a tendência dos resultados experimentais.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram realizadas simulações numéricas em escoamentos confinados em um cilindro com tampa rotativa utilizando o código computacional UNSCYFL3D. Este que soluciona o escoamento através das equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis em fluido newtoniano. Como parte do trabalho o código computacional UNSCYFL3D foi paralelizado, afim de otimizar o tempo computacional gasto nas simulações e viabilizar a utilização de malhas com maiores resoluções. Foi realizada a validação do código, e foram feitos testes de speed-up e eficiência, verificando a boa eficiência do código UNSCYFL3D na versão paralela.

Nas simulações realizadas, os parâmetros variados foram a razão altura sobre o raio do cilindro e o número de Reynolds. Os resultados obtidos numericamente foram comparados com resultados experimentais obtidos por Escudier (1984). Foram realizadas simulações para cinco diferentes casos, variando H/R e Re . Os resultados numéricos apresentaram boa concordância

com os resultados experimentais. A maior dificuldade foram com os casos em que H/R e Re estavam próximos da curva de estabilidade (Fig. 8), sendo necessário o uso de malhas mais finas, e no caso específico de $H/R = 3,25$ e $Re = 2752$, o regime temporal da solução numérica foi transiente periódico, diferente do regime permanente obtido no experimento. A diferença entre os regimes temporais neste caso se deve a proximidade da zona de regime permanente com a de regime transiente no gráfico de estabilidade, caracterizando um região de transição do escoamento, e como na simulações existem perturbações numéricas devido aos métodos de discretização, a solução numérica entrou em transição precocemente.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS

- Benjamin, T. B., "Theory of vortex breakdown phenomenon", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 14, pp. 593-629, 1962.
- Escudier, M. P., "Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating end wall", Experiments in Fluids, Vol. 2, pp. 179-186, 1984.
- Faler, J. H. e Leibovich, S., "An experimental map of the internal structure of a vortex breakdown", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 86, pp. 313-335, 1978.
- Ferziger, J. H., Peric, M., 2002, "Computational Methods for Fluid Dynamics", Springer.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W.H., 1991, "A Dynamic Sub Grid-Scale Eddy Viscosity Model", Phys. Fluids A 3 (7), pp. 1760-1765
- Hoekstra, A. J., Derksen, J. J. and Van Den Akker, H. E. A., 1998, "An experimental and numerical study of turbulent swirling flow in gas cyclones", Chemical Engineering Science, v. 54, p. 2055-2065.
- Karypis, G. e Kumar, V., "METIS, A Software Package for Partitioning Unstructured Graphs, Partitioning Meshes, and Computing Fill-Reducing Orderings of Sparce Matrices Version 4.0" University of Minnesota, 1998.
- Lilly, D.K., 1992, "A Proposed Modification of the Germano Subgrid-Scale Closure Method", Phys. Fluids A 4 (3), pp. 633-635.
- Padilla, E.L.M. and Silveira-Neto, A., 2003, "Influence of Different Types of Filters for Dynamic Modeling in Large-Eddy Simulation", Proceedings of XXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Ouro Preto - MG, pp. CIL189-32.
- Padilla, E.L.M., 2004, "Simulação de Grandes Escalas da Transição à Turbulência em Sistemas Rotativos com Transferência de Calor", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia.
- Peckham, D. H. e Atkinson, S. A., "Preliminary results of low speed wind tunnel tests on a Gothic wind of aspect ratio 1.0", Aero. Res. Council Current Paper, no. 508, 1957.
- Salvo, R. V., "EFEITOS DE MODELOS SUBMALHA EM ESCOAMENTOS EM CICLONES", Tese de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia.