



## 20º POSMEC

SIMPÓSIO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

---

### *Verificação e Validação do Código IMERSPEC para Escoamentos Bifásicos*

*Autor(es):*

Mariana FERNANDES S. VILLELA

Felipe PAMPLONA MARIANO

*Orientador:*

Aristeu DA SILVEIRA NETO

*Co-Orientador:*

Millena M. VILLAR

---

O termo escoamento multifásico é utilizado para qualquer escoamento que apresente mais de uma fase ou componente escoando simultaneamente. Esses escoamentos são observados tanto em processos industriais quanto na natureza. Cita-se como exemplos a cavitação de turbinas e bombas hidráulicas, processos de fabricação de papel e plásticos, extração de petróleo, aspersão de líquido no ar como venenos e aerossóis, fluxo de sangue e dispersão de poluentes na atmosfera.

Buscando compreender os mecanismos pertinentes, muitas vezes é suficiente considerar apenas duas fases escoando (*e.g.*, líquido e gás). As fases podem se arranjar em diversas configurações em tubulações, as quais influenciarão diretamente as características do escoamento. Muitos estudos têm sido realizados ao longo dos anos para mapear os possíveis regimes de acordo com as propriedades e geometria de onde escoam os fluidos e das condições de operação (Unverdi & Tryggvason 1992, Villar *et al.* 2010, Cenicerros & Roma 2004).

Uma das dificuldades encontradas na simulação de escoamentos bifásicos consiste na busca de alta precisão. O uso de metodologias de alta ordem, as quais requer alto custo computacional, permite obter soluções próximas da física que envolve o problema. Outra exigência necessária para simular este tipo de escoamento é devido ao refinamento da malha, pois é preciso capturar os detalhes dos escoamentos, principalmente na região da interface (Villar *et al.*, 2010).

Dentre as metodologias de alta ordem, o método pseudo-espectral de Fourier é bastante utilizado, pois apresenta alta precisão e convergência numérica (Trefethen, 2000), além de ter baixo custo computacional comparado com os métodos de alta ordem devido ao uso da Transformada Rápida de Fourier (FFT) (Cooley & Tukey, 1965). A FFT calcula as derivadas necessárias para a solução das equações com um custo computacional da ordem de  $O(N \log N)$ , onde  $N$  é o número de nós da malha computacional, enquanto que nas metodologias convencionais esse custo é de  $O(N^2)$ .

Além disso, para as equações de Navier-Stokes, considerando escoamentos incompressíveis no espaço espectral, é possível utilizar o método da projeção do termo gradiente de pressão (Canuto *et al.*, 2007), levando ao desacoplamento pressão-velocidade sem a necessidade de resolver a equação de Poisson para a pressão. A maior limitação desta metodologia está nas condições de contorno (Canuto *et al.*, 1988), as quais devem ser periódicas para que o método espectral de Fourier possa ser aplicado. Isso limita a utilização do método espectral de Fourier em CFD para alguns tipos de escoamentos, como por exemplo, jatos periódicos (Souza, 2005) e turbulência homogênea e isotrópica.

Devido à necessidade de se resolver numericamente problemas de escoamentos bifásicos com alta precisão numérica, o objetivo do presente trabalho é a verificação de um código em desenvolvimento no *MFLab*, o qual se baseia no acoplamento dos métodos pseudo-espectral de Fourier às metodologias *Front-Tracking* e *Front-Capturing*.

Dessa forma tem-se as discretizações das equações do movimento (Eq. 1) e da continuidade (Eq. 2) pelo método espectral de Fourier e a representação da interface elástica pela metodologia *Front-tracking/ Front-capturing*.

$$\frac{\partial \hat{u}_l^*}{\partial t} = \wp_{lm} [\widehat{f_m} - ik_j (\partial u_m^* u_j) - k^2 (\widehat{\mu u_m}) - k_m k_k \widehat{\mu u_k} + (\widehat{\rho} - \rho_0) g_m], \quad (1)$$

$$ik_j \hat{u}_j^* = 0, \quad (2)$$

onde  $u_l^* = \rho u_l$

Primeiramente, a verificação do código pseudo-espectral bidimensional foi realizada através de solução manufaturada proposta por NÓS (2007) com propriedades físicas variáveis e condição de contorno periódica. Na Tab.1 encontra os resultados obtidos da norma  $L_2$  do campo de velocidade  $u$ . Os resultados encontrados são da ordem de  $10^{-14}$  para uma malha de  $32 \times 32$  e para as malhas  $64 \times 64$  e  $128 \times 128$  o erro é da ordem de  $10^{-15}$ , enquanto que nos resultados encontrados em NÓS (2007) o erro para as malhas  $32 \times 32$  e  $64 \times 64$  é da ordem de  $10^{-3}$  e para a malha  $128 \times 128$  o erro é da ordem de  $10^{-4}$ .

Tabela 1: Valores obtidos da norma  $L_2$  do campo de velocidade  $u$

| Malha            | Norma $L_2$ (código pseudo-espectral) | Norma $L_2$ (NÓS, 2007)   |
|------------------|---------------------------------------|---------------------------|
| $32 \times 32$   | $5.509742 \times 10^{-14}$            | $4.714069 \times 10^{-3}$ |
| $64 \times 64$   | $1.865614 \times 10^{-15}$            | $1.173169 \times 10^{-3}$ |
| $128 \times 128$ | $1.218144 \times 10^{-15}$            | $2.933410 \times 10^{-4}$ |

Os resultados da norma  $L_2$  do campo de pressão  $p$  e do campo de velocidade  $v$  apresenta a mesma ordem que o da velocidade  $u$ .

Um teste comum para validar a função distribuição e a função interpolação em escoamentos multifásicos é o método da bolha cilíndrica estática ou correntes espúrias, ou seja, a solução exata é  $u = 0$ . Porém, quando a tensão superficial é elevada, numericamente é introduzida anisotropia em sua representação e, então, velocidades diferentes de zero são geradas, ou seja, há o aparecimento de correntes espúrias, as quais podem afetar a precisão numérica da solução (Lafaurie *et al.*, 1994).

Este escoamento é caracterizado pelo número de Laplace ( $La = \sigma \rho D / \mu^2$ ) e por uma medida adimensional da força das correntes espúrias, a qual é denominado número de capilaridade ( $Ca = \mu U_{max} / \sigma$ ) (Villar *et al.*, 2010).

Tabela 2: Magnitude da corrente espúrias  $Ca$  para uma malha fixa  $32 \times 32$  para diferentes  $La$ .

| $La$  | $Ca$ (Híbrido, Villar <i>et al.</i> (2010)) | $Ca$ (Código espectral) |
|-------|---------------------------------------------|-------------------------|
| 1.2   | $6.81 \times 10^{-9}$                       | $9.63 \times 10^{-14}$  |
| 12    | $1.50 \times 10^{-10}$                      | $1.05 \times 10^{-14}$  |
| 120   | $2.22 \times 10^{-12}$                      | $2.03 \times 10^{-15}$  |
| 1200  | $9.57 \times 10^{-13}$                      | $1.28 \times 10^{-15}$  |
| 12000 | $7.73 \times 10^{-14}$                      | $6.02 \times 10^{-16}$  |

O domínio computacional é um quadrado de tamanho  $2D$ , onde  $D$  é o diâmetro de uma interface circular posicionada no centro do domínio e as condições de contorno são periódicas. Os pontos lagrangianos, neste teste, são equidistribuídos e a interface da bolha é circular. Os resultados obtidos foram comparados com Villar *et al.* (2010).

Primeiramente fixou-se a malha em  $32 \times 32$  e variou  $La$  de 1.2 até 12000. Na Tab.2 mostra-se a magnitude máxima das correntes espúrias ( $Ca$ ) para diferentes  $La$ . No código espectral percebe-se que a magnitude das correntes espúrias é praticamente eliminada com o aumento do número de Laplace, ou seja, a força de corrente espúrias chegou a erro de truncamento na ordem de  $10^{-16}$ , enquanto que nos resultados encontrados em Villar *et al.* (2010) as correntes espúrias, para o mesmo número de Laplace, é de  $Ca = 7.73 \times 10^{-14}$ .

Tabela 3: Magnitude da corrente espúrias  $Ca$  para  $La$  fixo e a malha variável.

| $Malha$          | $Ca$ (Híbrido, Villar <i>et al.</i> (2010)) | $Ca$ (Código espectral) |
|------------------|---------------------------------------------|-------------------------|
| $16 \times 16$   | $8.37 \times 10^{-13}$                      | $9.77 \times 10^{-12}$  |
| $32 \times 32$   | $7.73 \times 10^{-14}$                      | $6.02 \times 10^{-16}$  |
| $64 \times 64$   | $3.08 \times 10^{-14}$                      | $2.62 \times 10^{-17}$  |
| $128 \times 128$ | $9.50 \times 10^{-15}$                      | $1.76 \times 10^{-17}$  |
| $256 \times 256$ | $5.55 \times 10^{-15}$                      | $4.06 \times 10^{-17}$  |

Na Tab.3 fixou-se o número de Laplace  $La = 12000$  e variou a malha de  $16 \times 16$  até uma malha mais refinada de  $256 \times 256$ . No código espectral percebe-se que a magnitude de correntes espúrias é praticamente eliminada com o aumento da malha, ou seja, a força de corrente espúrias chegou a erro

de truncamento na ordem de  $10^{-17}$ , enquanto que nos resultados encontrados em Villar *et al.* (2010) as correntes espúrias, para a mesma malha, é de  $5.55 \times 10^{-15}$ .

## Referências

- CANUTO, C. *et al.* *Spectral methods in fluid dynamics*. [S.l.]: New York: Springer-Verlag, 1988.
- CANUTO, C. *et al.* *Spectral methods: evolution to complex geometries applications to fluid dynamics*. [S.l.]: Springer-Verlag/New-York, 2007.
- CENICEROS, H. D.; ROMA, A. M. Study of the long-time dynamics of a viscous vortex sheet with a fully adaptive nonstiff method. *Physics of Fluids*, v. 16, 2004.
- COOLEY, T. W.; TUKEY, J. W. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics Computations*, v. 19, p. 297–301, 1965.
- LAFaurie, B. *et al.* Modeling merging and fragmentation in multiphase flows with surfer. *Journal of Computatinal Physics*, v. 113, p. 134–147, 1994.
- NÓS, R. L. *Simulações de escoamentos tridimensionais bifásicos empregando métodos adaptativos e modelos de campo de fase*. São Paulo: John Wiley & Sons, 2007.
- SOUZA, A. M. *Análise numérica da transição à turbulência em escoamentos de jatos circulares livres*. [S.l.]: Universidade Federal de Uberlândia-Faculdade de engenharia Mecânica, 2005.
- TREFETHEN, L. *Spectral methods in matlab*. [S.l.]: Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000.
- UNVERDI, S. O.; TRYGGVASON, G. A front-tracking method for viscous, incompressible, multifluid flows. *Journal of Computational Physics*, v. 100, p. 25–37, 1992.
- VILLAR, M. *et al.* A robust, fully adaptive hybrid level-set/front-tracking method for two phase flows with an accurate surface tension computation. *Communication in Computer Physics*, v. 8, p. 51–94, 2010.