



20º POSMEC

SIMPÓSIO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Modelagem Integral e Simulação da Compressão de um Sistema Cilindro Pistão

Autor
João Rodrigo ANDRADE

Orientador:
Aristeu DA SILVEIRA NETO

Em um gás ideal, graças à sua compressibilidade e ao comportamento bem definido Pressão-Volume-Temperatura, é possível a construção de um sistema pneumático de forma que quando há compressão, uma pressão interna ao sistema seja gerada. Graças a esse efeito este sistema apresenta movimento oscilatório e pode ser utilizado como amortecedor. Dentro deste contexto, o presente trabalho vem contribuir com o estudo do comportamento da velocidade do pistão, da temperatura e da massa específica do gás neste processo, de forma integral através das equações do balanço de massa, energia, quantidade de movimento, equação de estado dos gases perfeitos e de métodos numéricos. Foi utilizada a formulação diferencial em conjunto com o Teorema do Transporte de Reynolds (TTR).

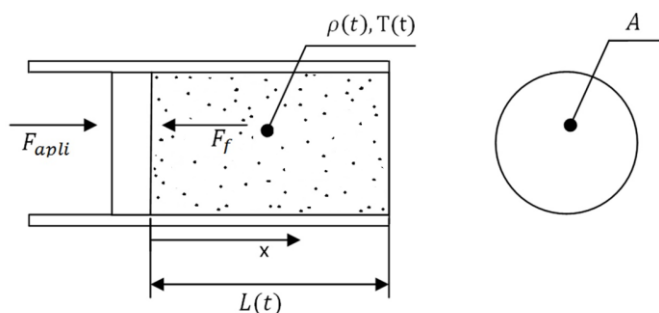


Figura 1: Sistema estudado, onde F_{apli} é a força externa constante, F_f é a força interna do sistema, L é o comprimento do cilindro ocupado com gás, ρ é a massa específica, T é a temperatura e A é a área do pistão.

O modelo abordado está esquematizado na Fig. 1 e inicialmente utiliza-se as seguintes hipóteses: gás ideal, vedação perfeita, adiabático, variação linear da velocidade em x, atrito zero entre pistão e cilindro e homogeneidade instantânea do gás (sistema *a*). Em seguida foi adicionado o atrito entre o pistão e as paredes do cilindro (sistema *b*) e por último a transferência de calor com o meio externo através das paredes do cilindro (sistema *c*).

O balanço de massa em um volume infinitesimal é dado pela Eq. 1:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

A quantidade de movimento total de um conjunto permanece inalterada, exceto que uma força externa seja exercida sobre o sistema. O balanço da quantidade de movimento linear (TTR) é dado pela Eq. 2:

$$\sum F_{pistão} = m_p \frac{dV_p}{dt} \quad (2)$$

onde o sub-índice *p* corresponde ao pistão.

O comportamento P-V-T dos gases ideais é dado com boa precisão pela Eq. 3:

$$P\nu = RT \quad (3)$$

onde ν é o volume específico e *R* é a razão da constante universal dos gases e a massa molar do gás.

Da hipótese de linearidade da velocidade do gás em função da coordenada *x* do sistema e a consideração que a velocidade do gás em $x = 0$ é a velocidade do pistão e em $x = L$ é nula, tem-se a Eq. 4:

$$u_{gas} = \left(\frac{-V_p \cdot A \cdot \rho}{m_{gas}} \right) x + V_p \quad (4)$$

onde u_{gas} é a componente em *x* da velocidade do gás.

Aplicando a primeira lei da termodinâmica a um volume de controle infinitesimal juntamente com a consideração do gás no interior do sistema estudado ser um fluido newtoniano, tem-se a Eq. 5.

$$\begin{aligned} \rho \frac{De}{Dt} = & \rho \dot{q} + \nabla \cdot [k \cdot \nabla(T)] - P_f \nabla \cdot \vec{V}_f + \lambda (\nabla \cdot \vec{V}_f)^2 + \\ & + \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (5)$$

No presente trabalho foi considerado que o calor flui através das paredes laterais do cilindro por condução e se transfere entre o cilindro e o meio externo e interno por convecção, Eq. 6:

$$\dot{q}_{transf} = \frac{T_{externa} - T}{\left\{ \frac{1}{h_{int} A_{int}} + \frac{1}{h_{ext} A_{ext}} + \frac{(r_2 - r_1) \cdot \ln(r_2 / r_1)}{A 2k \ln(r_2 / r_1) + \pi L (r_2 - r_1)} \right\}} \quad (6)$$

onde $T_{externa}$ é a temperatura ambiente, r_1 é o raio interno do cilindro, r_2 é o raio externo do cilindro, *k* é o coeficiente de condução do calor no cilindro e os sub-índice *int* e *ext* representam interno e externo.

O modelo matemático geral para o sistema estudado é representado pela Eq. 7.

$$\frac{dV_p(t)}{dt} - \frac{[F_{aplic} - RAT(t)\rho(t) - C_{atrito}V_p(t)]}{m_p} = 0$$

$$\frac{\partial \rho(t)}{\partial t} - \left(\frac{A}{m_{gas}} \right) V_p(t)\rho(t)^2 = 0 \quad (7)$$

$$\frac{dT}{dt} - \left[RT(t) + \frac{4}{3} \frac{\mu AV_p(t)}{m_{gas}} \right] \frac{AV_p(t)\rho(t)}{m_{gas}c_v} - \frac{\dot{q}_{transf}}{\rho(t)c_v} = 0$$

$$V_p(0) = 0, \rho(0) = \rho_0, T(0) = T_0$$

Foi empregado o método numérico de Runge-Kutta de ordem 4 para solução numérica do modelo diferencial composto pelas equações 7.

A Figura 2 representa a resposta do sistema *a*, o qual é adiabático e não possui atrito.

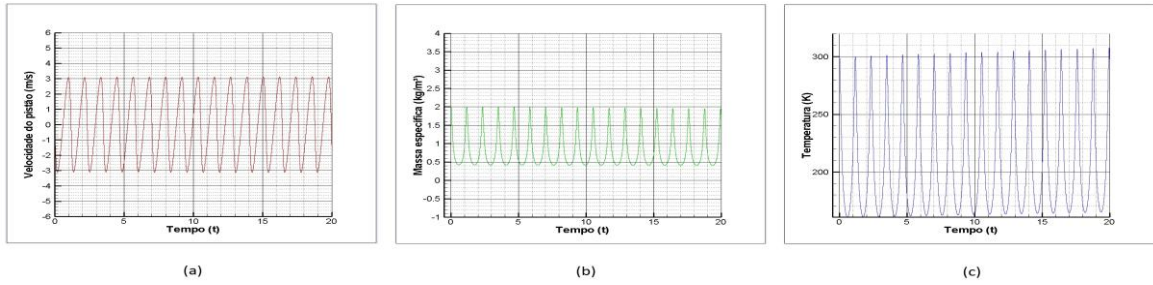


Figura 2: Relações das variáveis estudadas em função do tempo para o sistema adiabático.

A resposta representada pela Fig. 2 indica que a oscilação é praticamente perpétua, pois a única dissipação de energia do sistema é através das perdas viscosas, esse efeito pode ser notado ao analisar a pequena inclinação do gráfico da temperatura, e essa dissipação de energia é praticamente nula.

A Figura 3 representa a resposta do sistema *b*, cujo sistema é similar ao *a*, mas com um termo dissipador de energia que representa o atrito entre o pistão e o cilindro.

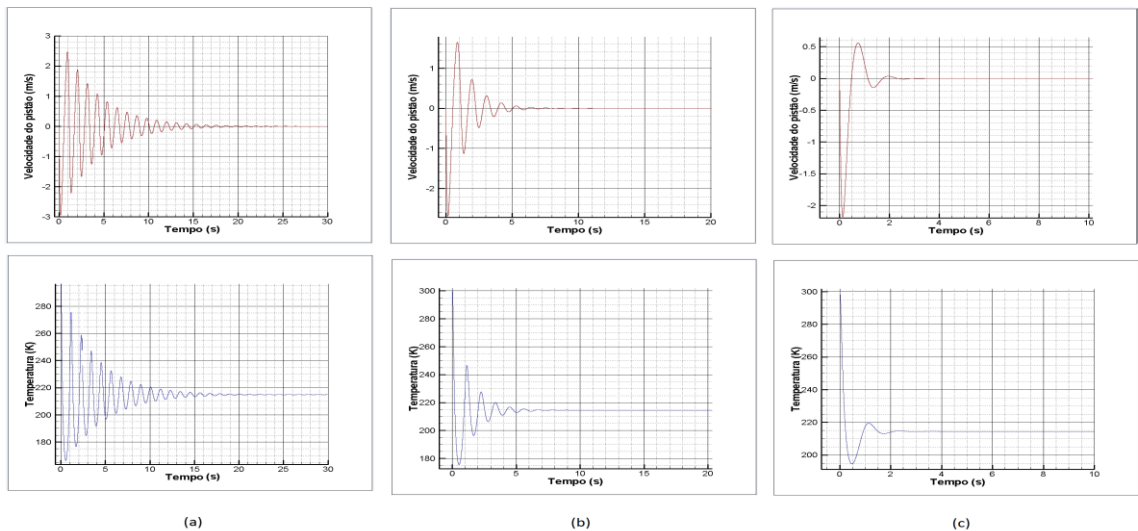


Figura 3: Relações da velocidade do pistão e da temperatura do gás em função do tempo para o sistema adiabático com termo dissipador para três diferentes valores de coeficiente de atrito; (a) $C_{atrito}=0,5$; (b)

$C_{atrito}=1,5$; (c) $C_{atrito}=4,5$.

A análise da Fig. 3 revela o quanto influente é o atrito para a não conservação da energia no sistema, analisando a temperatura nota-se que para os três sistemas elas tendem para o mesmo valor.

A Figura 4 representa o sistema completo com a transferência de calor, a temperatura no meio externo é uma função do tempo de forma senoidal dada por $T_{ext} = 300 + 50\text{sen}(2t)$.

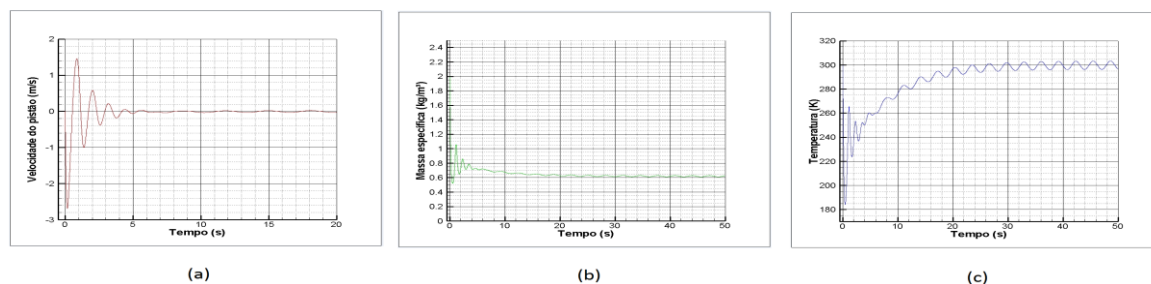


Figura 4: Relações das variáveis estudadas para o sistema não adiabático com termo dissipador.

Na Figura 4 nota-se que a temperatura interna do sistema tende a igualar com temperatura externa, nota-se também através da massa específica que o sistema se expande, esse fenômeno ocorre porque a temperatura externa é maior que a temperatura de equilíbrio do sistema na ausência de troca de calor.

Referências

FRANCO, N.B. **Cálculo Numérico**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

ANDERSON, J. D. **Computational fluid dynamics: the basics with applications**, 1. ed. New York: McGraw-Hill, 1995.

BORGNACKE, C.; SONNTAG, R. E. **Fundamentos da Termodinâmica**, 7. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2009.

ÇENGEL, Y.A. CIMBALA, J. M. **Mecânica dos fluidos: Fundamentos e aplicações**, 1. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2007.