



20º POSMEC

SIMPÓSIO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Acoplamento dos Métodos Pseudo-Espectral de Fourier e Fronteira Imersa

Autor(es):

Felipe PAMPLONA MARIANO

Leonardo de QUEIROZ MOREIRA

Orientador:

Aristeu da SILVEIRA NETO

O uso da Dinâmica dos Fluidos Computacional vem crescendo de forma muito rápida, devido ao aumento do poder computacional, com processadores cada vez mais rápidos e com capacidade de memória cada vez mais elevada, além de eficientes processos de computação paralela. Porém, mesmo com toda essa evolução, o desenvolvimento de CFD só foi possível devido ao aparecimento de novas metodologias matemáticas e técnicas numéricas. Dentro deste contexto, o presente trabalho vem contribuir com uma nova metodologia para se resolver as equações de Navier-Stokes ($N - S$) incompressíveis (Eq. 1 e Eq. 2) de forma precisa e eficiente, a qual foi denominada *IMERSPEC* em Mariano *et al.* (2010).

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_j} + f_i. \quad (2)$$

A metodologia *IMERSPEC* surge da fusão entre os métodos pseudo-spectral de Fourier (*MPEF*) e da fronteira imersa (*MFI*). O *MPEF* é mais bem detalhado no trabalho de Canuto *et al.* (2007). É um método que atinge alta precisão na resolução de equações diferenciais parciais, obtendo 10 a 12 dígitos de precisão, enquanto que outros métodos convencionais obteriam três, ou quatro. Outra vantagem de trabalhar com esse método é quando se trata especificamente das equações de $N - S$ incompressíveis. É

possível desacoplar o campo de pressão dessas equações e se livrar da resolução do sistema linear, que, normalmente, tem que ser resolvido nos métodos convencionais. Além disso, ele faz uso da subrotina de transformada rápida de Fourier (*FFT*), a qual torna esse método eficiente computacionalmente. As equações de $N - S$ transformadas se apresentam da seguinte forma:

$$\iota k_j \widehat{u}_j = 0, \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nu k^2 \right) \widehat{u}_i(\vec{k}, t) = \wp_{im} \left[\iota k_n \int_{\vec{k}=\vec{r}+\vec{s}} \widehat{u}_m(\vec{r}, t) \widehat{u}_n(\vec{k}-\vec{r}, t) d\vec{r} + \widehat{f}_m(\vec{k}, t) \right]. \quad (4)$$

A desvantagem de se trabalhar com o *MPEF* é a restrição das condições de contorno, as quais devem ser periódicas para que se possa usar a *FFT*. Então, para contornar esse problema, foi proposto no trabalho de Mariano *et al.* (2010), impor as condições de contorno através do *MFI* e ao mesmo tempo estender o domínio de cálculo para que se possa colocar as condições de periodicidade, como pode ser visualizado na Fig. 1.

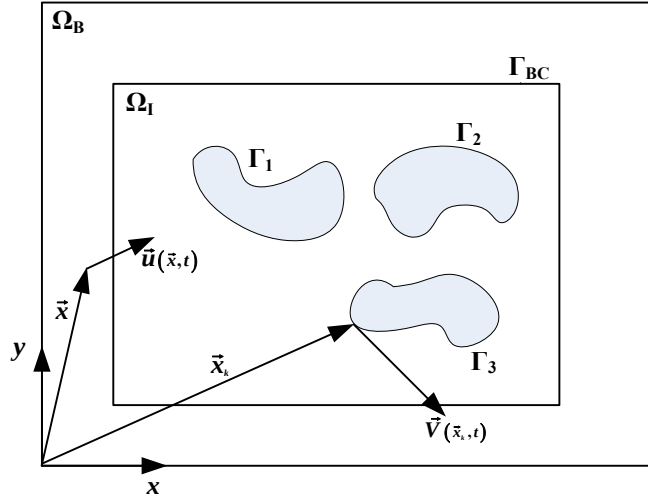


Figura 1: Domínios de cálculo: euleriano e lagrangiano

As principais características do *MFI* (Peskin 2002 e Silva, Silveira-Neto & Damasceno 2003) são a presença de dois domínios de cálculo, um euleriano (Ω), onde as equações para o fluido são resolvidas e outro lagrangiano (Γ), onde os corpos imersos no escoamento são representados. Na Fig. 1 são mostrados o domínio de interesse, Ω_I , o qual é enclausurado por Γ_{BC} , onde as condições de contorno são impostas. O domínio euleriano é então estendido até Ω_B , para que as condições de contorno periódicas sejam impostas. Além disso, é possível representar corpos imersos no escoamento representados por Γ_i .

Matematicamente as estruturas imersas são modeladas através de um termo fonte, f_i , o qual é adicionado às equações de $N - S$, como mostrado na Eq. 2:

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = \begin{cases} \vec{F}(\vec{x}, t) & \text{if } \vec{x} = \vec{x}_k \\ 0 & \text{if } \vec{x} \neq \vec{x}_k \end{cases}, \quad (5)$$

onde $\vec{x}$ é a posição no domínio euleriano e $\vec{x}_k$ é a posição dos pontos lagrangianos. O termo $\vec{F}(\vec{x}, t)$ é o campo de força lagrangiano, o qual é modelado de acordo com os trabalhos de Silva, Silveira-Neto & Damasceno (2003) e Wang, Fan & Luo (2008).

A Eq. 5 mostra que o termo de força é diferente de zero apenas quando há coincidência entre os domínios de cálculo. Quando não existe coincidência, o que para geometrias complexas e móveis é o mais habitual, se faz o espalhamento do campo de força, através de uma função distribuição (Peskin 2002).

Com o intuito de validar o *IMERSPEC* diferentes escoamentos estão sendo simulados e os resultados estão sendo comparados com outros trabalhos numéricos e experimentais. A Fig. 2 (direita), mostra a simulação de um escoamento em uma expansão brusca e a Fig. 2 (esquerda) é comparado um perfil de velocidade com o experimento de Lee & Mateescu (1998). Observa-se uma boa concordância entre os resultados experimentais e os resultados do presente trabalho.

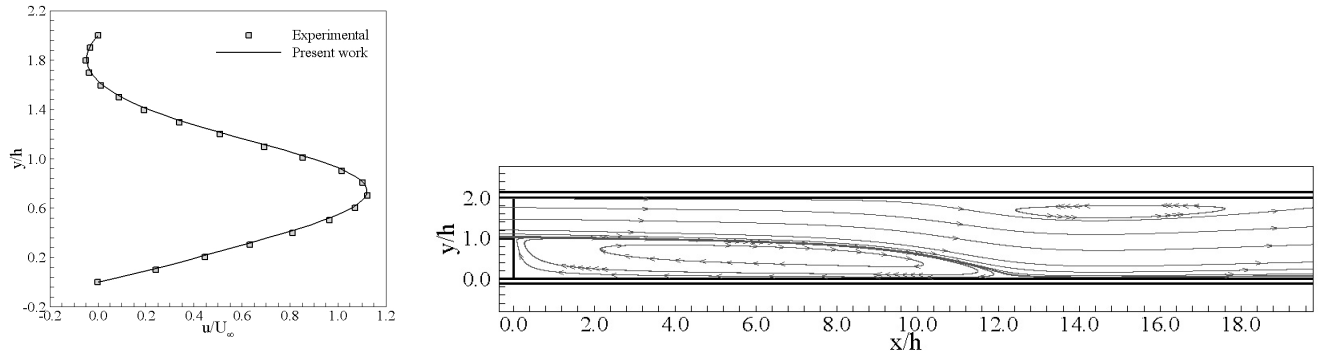


Figura 2: Comparação de um perfil de velocidade com os resultados experimentais de Lee & Mateescu (1998) (esquerda); Linhas de corrente em um escoamento sobre uma expansão brusca (direita).

A Fig. 3 mostra a evolução temporal da queda de uma partícula em um meio fluido. E a Tab. 1 apresenta a comparação dos números de Reynolds terminais entre diferentes autores e o presente trabalho, obteve-se uma boa concordância entre os resultados.

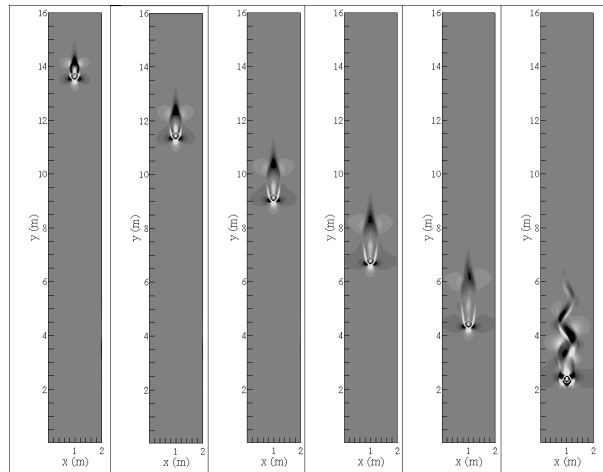


Figura 3: Queda livre de uma partícula em um meio fluido.

Tabela 1: Comparação do número de Reynolds terminal da simulação da queda de uma partícula.

Autores	$\nu = 0,10$	$\nu = 0,10$	$\nu = 0,01$	$\nu = 0,01$
	$\rho = 1,25$	$\rho = 1,50$	$\rho = 1,25$	$\rho = 1,50$
Wan & Turek (2007)	17,15	32,76	270,77	465,52
Wang, Fan & Luo (2008)	17,31	-	-	503,38
<i>IMERSPEC</i>	17,73	33,62	293,96	527,51

Os resultados obtidos para os diferentes escoamentos simulados utilizando a metodologia *IMERSPEC* estão de acordo com a literatura. A grande vantagem de se usá-la é a precisão obtida, podendo visualizar detalhes da formação e a evolução de estruturas de forma muito interessante. Além disso, a metodologia conta com a eficiência computacional do algoritmo pseudo-espectral aplicado as equações de $N - S$.

Referências

- CANUTO, C. *et al.* *Spectral methods: evolution to complex geometries and applications to fluid dynamics*. [S.l.: s.n.], 2007.
- LEE, T.; MATEESCU, D. Experimental and numerical investigation of 2-d backward-facing step flow. *Journal of Fluids and Structures*, v. 12, p. 703–716, 1998.
- MARIANO, F. *et al.* A new incompressible navier-stokes solver combining fourier pseudo-spectral and immersed boundary method. *Computer Modeling in Engineering Science*, v. 59, n. 2, p. 181–216, 2010. ISSN 1526-1492. Disponível em: <http://www.techscience.com/paper.asp?jnl=cmes&issue=v59n2&no=08>.
- PESKIN, C. The immersed boundary method. *Acta Numerica*, v. 11, p. 479–517, 2002.
- SILVA, A. Lima e; SILVEIRA-NETO, A.; DAMASCENO, J. Numerical simulation of two dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. *Journal of Computational Physics*, v. 189, p. 351–370, 2003.
- WAN, D.; TUREK, S. An efficient multigrid-fem method for the simulation of solid-liquid two phase flows. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 203, p. 561–580, 2007.
- WANG, Z.; FAN, J.; LUO, K. Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 34, p. 283–302, 2008.