



20° POSMEC

SIMPÓSIO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

Projeto ótimo de manipuladores 3R ortogonais considerando a sua topologia

Autor(es)

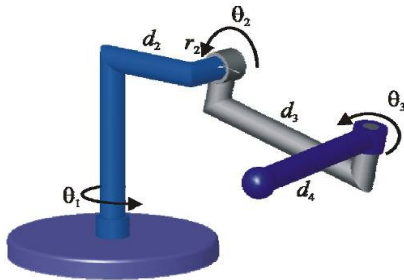
Giovana Trindade da Silva OLIVEIRA
Antônio Carlos NOGUEIRA

Orientador:

Sezimária F.Pereira SARAMAGO

O propósito deste trabalho é obter os parâmetros ótimos de manipuladores com três juntas rotacionais (3R) ortogonais considerando um problema multi-objetivo sujeito a restrições quanto ao tipo de topologia do robô. Deseja-se maximizar o volume do espaço de trabalho, a rigidez do sistema de juntas do mecanismo e otimizar a destreza de tais manipuladores. Serão utilizadas técnicas evolutivas e sequenciais para obter o projeto ótimo.

Os manipuladores 3R ortogonais são representados na Fig. 1, cujo modelo geométrico direto (MGD), utilizando os parâmetros de Denavit-Hartenberg, é dado pelas equações:



$$\begin{aligned} x &= [d_2 + (d_3 + d_4 c_3) c_2] c_1 - (r_2 + d_4 s_3) s_1 \\ y &= [d_2 + (d_3 + d_4 c_3) c_2] s_1 + (r_2 + d_4 s_3) c_1 \\ z &= -(d_3 + d_4 c_3) s_2 \end{aligned} \quad (1)$$

Figura 1: Esquema do Manipulador estudado.

A matriz jacobiana J é dada em (2). Considerando o caso em que com $d_2=1$, o seu determinante é calculado usando a Eq.(3).

$$J = \begin{pmatrix} -s_3 c_2 d_4 - c_2 r_2 & 0 & -s_3 d_4 \\ s_3 s_2 d_4 + s_2 r_2 & d_3 + c_3 d_4 & 0 \\ c_2 d_3 + c_2 c_3 d_4 + d_2 & 0 & c_3 d_4 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\det(J) = d_4 (d_3 + d_4 c_3) [d_2 s_3 + (d_3 s_3 + (d_3 s_3 - r_2 c_3) c_2)] \quad (3)$$

A matriz de rigidez do sistema de juntas do mecanismo no espaço cartesiano é dada por $Kc = J^T K_j J$, onde K_j é a matriz de rigidez das juntas do mecanismo serial, com $K_j = \text{diag} [k_1, k_2, k_3]$. Assumindo que cada um dos atuadores do mecanismo é modelado como uma componente elástica, k_i é um escalar que representa a rigidez da junta de cada atuador. Particularmente, no caso em que todos os atuadores possuem a mesma rigidez, ou seja, $k=k_1=k_2=k_3$, tem-se então que $Kc=kJ^T J$.

Além disso, os elementos K_{ii} , $i=1,2,3$ da diagonal da matriz de rigidez são usados como o valor de rigidez do sistema. Estes elementos representam a rigidez pura em cada direção, e eles refletem a flexibilidade das ferramentas da máquina. Assim, a função objetivo para a rigidez pode ser escrita como:

$$R = Kc_{11} + Kc_{22} + Kc_{33} \quad (4)$$

A destreza de um manipulador pode ser definida pela minimização da relação entre os valores singulares da matriz jacobiana J . Considerando que $\lambda_{\min}$ e $\lambda_{\max}$ representam os valores singulares mínimos e máximos da matriz jacobiana, tem-se a destreza descrita por:

$$D = |\lambda_{\max}(J) / \lambda_{\min}(J)| \quad (5)$$

O cálculo volume do espaço de trabalho foi desenvolvido por Oliveira (2006). Considerando que o espaço de trabalho é representado por um sólido de revolução, cuja seção transversal possui área A e centro de gravidade r_g , tem-se:

$$V = 2 \pi r_g A \quad (6)$$

O problema de otimização é formulado com o objetivo de obter os parâmetros geométricos ótimos de um manipulador que maximiza o volume do espaço de trabalho e a rigidez do sistema de juntas e minimiza a relação que define a destreza do manipulador, caracterizando assim, um problema multi-objetivo conflitante. A solução é obtida utilizando o Método dos Objetivos Ponderados, as métricas L_2 e L_3 relativas do Método do Critério Global. No método dos objetivos ponderados, define-se a prioridade de cada função objetivo de acordo com o interesse do projetista, de modo que a soma dos coeficientes de ponderação w_i seja igual a um. As funções forem expressas na forma adimensional utilizando as soluções ideais, que são obtidas calculando os valores ótimos de cada função separadamente. Assim, o problema é escrito como uma função escalar que depende do vetor de parâmetros geométricos do manipulador $X = (d_3, d_4, r_2)^T$:

$$\text{Maximizar } F(x) = w_1 \frac{V}{V_{id}} - w_2 \frac{D}{D_{id}} + w_3 \frac{R}{R_{id}} + r_p P(x) \quad (7)$$

Neste artigo é considerando um estudo de caso onde se deseja que o manipulador pertença à topologia WT_5 . Conforme mostrado na Fig. 2(b), a seção radial do espaço de trabalho destes manipuladores possui dois pontos de cúspides e um ponto de nó. Observando a Fig. 2(a), verifica-se que as restrições a serem obedecidas são: o ponto ótimo deverá estar à direita da curva de separação C_4 e abaixo da curva E_3 .

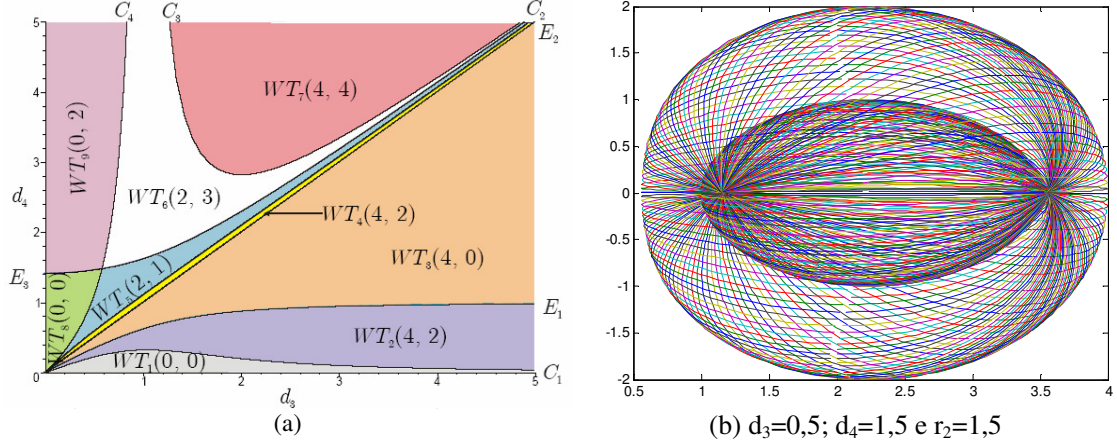


Figura 2: (a) Divisão do espaço dos parâmetros (d_3 , d_4), considerando $d_2 = 1$ e $r_2 = 2$ (Oliveira, 2008);
(b) Espaço de Trabalho de manipuladores que pertencem à topologia $WT_5(2, 1)$.

Desta forma, as seguintes restrições são impostas:

Restrições Laterais: $0,1 < d_3 < 0,97$; $0,1 < d_4 < 3,0$ e $0,1 < r_2 < 3,0$ [u.c.],

$$\text{Pontos abaixo da curva } E_3: d_4 = \frac{1}{2}(A+B) \Rightarrow g_1(X) = d_4 - \frac{1}{2}(A+B) \leq 0 \quad (8)$$

$$\text{E à direita de } C_4: d_4 = \frac{d_3}{1-d_3} B \Rightarrow g_2(X) = d_4 - \frac{d_3}{1-d_3} B \leq 0$$

$$\text{sendo } A = \sqrt{(d_3+1)^2 + r_2^2}, \quad B = \sqrt{(d_3-1)^2 + r_2^2} \text{ e } P(X) = \max(0, g_j(X))^2, \quad g_j(X) \leq 0, \quad j=1, \dots, 8$$

Como o problema é restrito, a otimização utilizando técnicas evolutivas necessita que a formulação seja reescrita como um problema irrestrito. Para isto, o conceito de função de penalidade (Vanderplaats, 1999) é utilizado: adiciona-se à função objetivo inicial uma função de penalidade $P(X)$ multiplicada por um fator de penalidade r_p para limitar as violações das restrições $g_j(X)$, conforme último termo da Eq.(7).

As técnicas evolutivas utilizadas foram: Evolução Diferencial (ED), estratégia ED/best/1/exp, adotando uma população com 15 indivíduos, 100 gerações, fator da diferença ponderada: $F=0,8$; probabilidade de cruzamento: $CR=0,6$; fator de penalidade $r_p=1000$; e Algoritmos Genéticos (AG), com as configurações padrão, utilizando o código computacional GAOT. As soluções ideais obtidas foram: $V_{id}=888,0335$, $D_{id}=2,0047$ e $R_{id}=49,46$.

Além das técnicas aleatórias, métodos sequenciais foram aplicados, utilizando a subrotina *fmincon* do Matlab. Como o modelo é multimodal, a solução ótima depende do ponto inicial fornecido pelo usuário, sendo assim, foram testadas várias soluções iniciais: os limites inferiores e superiores do espaço de busca, a solução obtida por ED/AG e o ponto médio do espaço de busca, sendo este último o adotado. Os resultados da otimização são apresentados na Tab. 1.

A melhor solução, utilizando o método dos objetivos ponderados, depende do interesse do projetista pois as funções são conflitantes. Na Tab. 1, por exemplo, tanto o volume como a rigidez com prioridade de 80%, tendem aos valores ideais, isto se deve ao fato de que ambos são maximizados, porém, a destreza é penalizada, se distanciando do valor ideal. Considerando igual prioridade para todos os objetivos, observa-se que apenas a destreza é penalizada, se distanciando bastante do valor ideal, mas ao considerar prioridade de 80% para a destreza, observa-se que esta tem uma melhora significativa, evidenciando sua sensibilidade na busca do projeto ótimo de manipuladores 3R.

Considerando igual prioridade para todos os objetivos, observa-se que apenas a destreza é penalizada, se distanciando bastante do valor ideal, mas ao considerar prioridade de 80% para a destreza, observa-se que esta tem uma melhora significativa, evidenciando sua sensibilidade na busca do projeto ótimo de manipuladores 3R. Observa-se ainda que alta prioridade para o volume e a rigidez conduz à obtenção de variáveis com dimensões máximas.

Tabela 1: Valores ótimos considerando o Método dos Objetivos Ponderados.

Prioridades de w_i : <i>Vol, Destreza, Rigidez</i>	Técnica	d_3	d_4 (u.m.)	r_2	Volume (u.v.)	Destreza	Rigidez (u.r)	Tempo (min)
$w_1=0,33; w_2=0,33;$ $w_3=0,33$	ED	0,97	3,00	3,00	888,0335	2,931	49,4618	22,56
	AG	0,97	3,00	3,00	888,0335	2,931	49,4618	47,19
	Fmincon	0,97	3,00	3,00	888,0335	2,931	49,4618	2,09
$w_1=0,80; w_2=w_3=0,10$	ED	0,97	3,00	3,00	888,0335	2,931	49,4618	7,39
	AG	0,97	3,00	3,00	888,0335	2,931	49,4618	51,35
	Fmincon	0,97	3,00	3,00	888,0335	2,931	49,4618	1,68
$w_2=0,80; w_1=w_3=0,10$	ED	0,17	0,59	2,99	32,0708	1,006	4,0103	26,80
	AG	0,17	0,59	2,99	32,1034	1,006	4,0096	70,74
	Fmincon	0,95	0,68	3,00	109,2174	2,005	10,0112	5,05
$w_1=w_2=0,10; w_3=0,80$	ED	0,97	3,00	3,00	888,0335	2,931	49,4618	7,58
	AG	0,97	3,00	3,00	888,0335	2,931	49,4618	59,94
	Fmincon	0,97	3,00	3,00	888,0335	2,931	49,4618	0,74

No Método do Critério Global, a solução ótima é um vetor de variáveis de decisão que minimiza algum critério global. A função que descreve este critério deve ser definida pelo projetista de forma que

obtenha uma solução mais próxima possível da solução ideal (Oliveira, 2005). Neste trabalho são utilizadas as Métricas- L_2 e L_3 relativas, descritas respectivamente pelas Eqs. (9) e (10). O problema é sujeito às mesmas restrições dadas em (8). Os resultados são apresentados na Tab. 2.

$$\text{Minimizar } F(x) = \left(\left(\frac{V_{id} - V}{V_{id}} \right)^2 + \left(\frac{D_{id} - D}{D_{id}} \right)^2 + \left(\frac{R_{id} - R}{R_{id}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

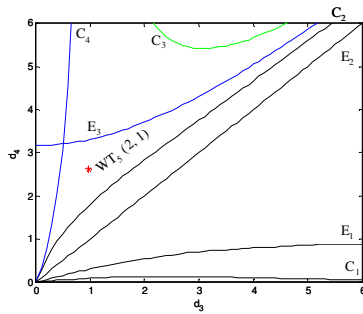
$$\text{Minimizar } F(x) = \left(\left| \frac{V_{id} - V}{V_{id}} \right|^3 + \left| \frac{D_{id} - D}{D_{id}} \right|^3 + \left| \frac{R_{id} - R}{R_{id}} \right|^3 \right)^{\frac{1}{3}} \quad (10)$$

O comportamento foi semelhante, pois a idéia é minimizar o erro relativo das funções em relação aos valores ideais. As soluções obtidas representam um compromisso entre as três funções objetivo.

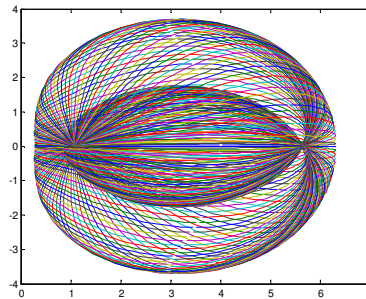
Tabela 2: Resultados ótimos considerando o Método do Critério Global.

Métrica:	Técnica	d_3, d_4, r_2 (u.c.)	Volume (u.v.)	Destreza	Rigidez (u.r.)	Tempo (min)
L_2 Relativa	ED	0,97 2,73 3,00	759,1816	2,6844	43,1380	14,61
	AG	0,97 2,73 3,00	759,2186	2,6844	43,1399	64,88
	Fmincon	0,97 2,56 3,00	686,3689	2,5682	39,6488	5,79
L_3 Relativa	ED	0,97 2,62 3,00	710,2758	2,6044	40,7786	13,60
	AG	0,97 2,61 3,00	706,1566	2,6015	40,5737	69,73
	Fmincon	0,95 2,74 3,00	757,3169	2,7106	43,0034	3,99

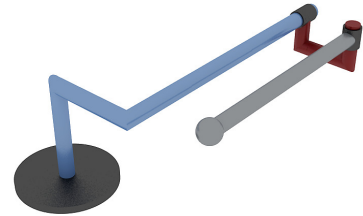
Observando as Tabelas 1 e 2, verifica-se que os resultados para ambos os métodos de otimização multi-objetivo são próximos, diferindo apenas no custo computacional. Dependendo do valor inicial, os resultados obtidos com a função *fmincon* do Matlab nem sempre foram iguais, isto porque a técnica sequencial pode “ficar presa” em algum mínimo local.



(a) Ponto ótimo $d_3=0,97$; $d_4=2,62$ e $r_2=3,0$



(b) Topologia $WT_5(2,1)$.



(c) Manipulador com parâmetros ótimos

Figura 3: Divisão do espaço dos parâmetros (d_3, d_4) , considerando $d_2 = 1$.

Tanto ED como AG encontram valores ótimos muito próximos, a vantagem da primeira técnica é o custo computacional, que é significativamente pequeno. A Fig. 3(b) mostra o espaço dos parâmetros (d_3 , d_4) considerando o ponto ótimo obtido pela métrica- L_3 relativa.

O objetivo deste trabalho foi obter dimensões ótimas de manipuladores com 3 juntas rotacionais ortogonais. Para isto escreveu-se um problema multi-objetivo, que visa maximizar o volume, maximizar a rigidez e otimizar a destreza. Além disso, foram impostas restrições quanto ao tipo da topologia. A solução foi obtida por meio de técnicas evolutivas e sequenciais.

Em trabalhos futuros serão estudados outros casos com diversas restrições de topologia, bem como considerar o caso geral para o manipulador 3R, adotando o parâmetro $r_3 \neq 0$.

As contribuições do trabalho foram verificar que a destreza tem grande influência na obtenção das dimensões ótimas dos manipuladores e possibilitar ao projetista a escolha de um determinado tipo de topologia para obter o melhor projeto que corresponda à aplicação desejada.

Referências

- BAILL, M., “Analyse et Classification de Manipulateur 3R à axes Orthogonaux”, Thèse de Doctorat - University of Nantes, France, 2004. 256p.
- OLIVEIRA, G. T. S., “Estudo e Aplicações da Evolução Diferencial”, Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2006. 126p.
- OLIVEIRA, L. S., “Uma Contribuição ao Estudo dos Métodos de Otimização Multi-Objetivo”, Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2005. 117p.
- OLIVEIRA, G.T.S., NETO, A.D.C., MENDONÇA, S.A., SARAMAGO, S.F.P., “Projeto Ótimo de Manipuladores 3R Ortogonais considerando a sua Topologia”, Proceedings of the 5th Congresso nacional de engenharia Mecânica - CONEM, Associação Brasileira de Mecânica Computacional – ABMEC, Salvador, Brasil, 2008.
- VANDERPLAATS, G. N. **Numerical Optimization Techniques for Engineering Design**. 3.ed. Vanderplaats Research & Development, Inc., Colorado Springs, CO, 1999.