



COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS FÍSICO VIRTUAL E DE FORÇAGEM DIRETA

Felipe Pamplona Mariano; Aristeu da Silveira Neto;

A metodologia da fronteira imersa (MFI) apareceu como uma alternativa viável para se trabalhar com problemas de dinâmica de fluidos computacional (CFD) que possuem geometrias complexas no interior do domínio de cálculo. O primeiro exemplo mostrando a capacidade do método está no trabalho de Peskin, (1977), no qual são apresentadas simulações de escoamentos em válvulas cardíacas (geometria complexa e com movimento). Desde então, muitos outros pesquisadores vem abordando esse tema com o intuito de aperfeiçoar tanto a precisão quanto o custo computacional da metodologia.

De forma geral, para se utilizar a MFI adiciona-se à equação de Navier-Stokes um termo forçante, termo f que aparece no lado direito da Eq. 1, o qual pode ser entendido como uma força de campo. Este termo tem como finalidade reproduzir as condições de não deslizamento sobre o corpo imerso.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{f_i}{\rho}. \quad (1)$$

Para isso ele pode ser modelado de diferentes formas: Peskin (2002) e Goldstein et al. (1993), apresentam modelos que dependem de constantes ad-hoc. No trabalho de Lima e Silva et al. (2003) é proposto o modelo físico virtual (MFV), o qual determina o campo de força através da avaliação da equação de quantidade de movimento sobre a geometria imersa, dispensando o uso de constantes ad-hoc. O trabalho de Wang et al. (2007) propõe uma extensão do MFV a partir do conceito de superposição, desta forma foi possível gerar um modelo eficiente computacionalmente denominado de “multi-direct forcing” (MDF). O propósito do presente trabalho é apresentar uma comparação entre o MFV e o MDF.

Para isso é utilizado o método pseudo-espectral de Fourier para resolver as equações de Navier-Stokes juntamente com o MFV e o MDF (Mariano et al. 2008) para representar as condições de não-deslizamento sobre a fronteira. O caso teste escolhido para realizar essa comparação é o problema dos vórtices em decaimento de Green-Taylor (Canuto et al, 2007), o qual apresenta uma solução analítica para as equações de Navier-Stokes, podendo-se assim, avaliar a acurácia da solução numérica. Como critério de comparação adotou-se a norma de erro L_2 dada pela Eq. 2:

$$L_2 = \sqrt{\frac{\sum_i^{N_x} \sum_j^{N_y} (u_{ij}^a - u_{ij}^{calc})^2}{N_x N_y}}, \quad (2)$$

onde N_x e N_y são o número de pontos de colocação em cada direção do domínio, u^a é a solução analítica e u^{calc} é a numérica.

A Fig. 1 (a) é o domínio de cálculo utilizado nas simulações, Ω representa o domínio do fluido e Γ é o da geometria imersa. Por simplicidade, foi escolhida uma geometria circular de raio unitário. Foram feitas várias simulações variando-se o espaçamento entre os pontos de colocação, h , e o passo de tempo, Δt . Todas as simulações foram realizadas até o tempo de 0,3 seg, de acordo com o trabalho de Uhlmann, 2005. Na Fig.1 (b) é apresentado o campo de velocidade horizontal, sobreposto pelos vetores velocidade.

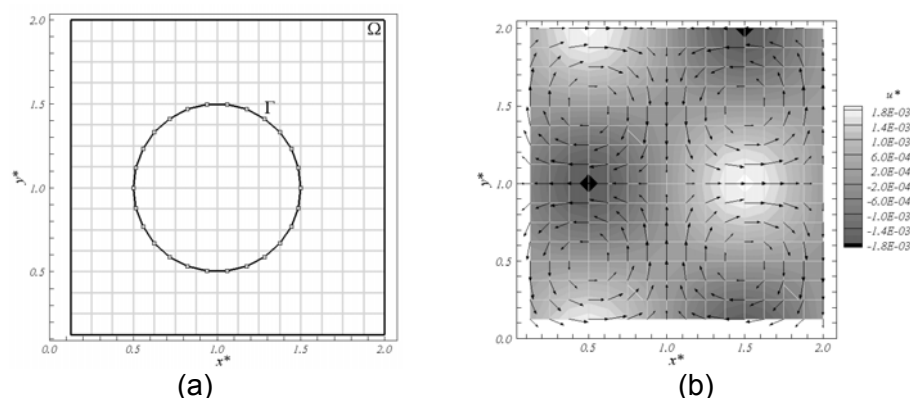


Figura 1: (a) Domínio de cálculo, (b) campo de velocidade horizontal.

A Fig. 2 (a) é a comparação da Norma L_2 (Eq. 2) das simulações que utilizaram o MFV, todas elas foram realizadas utilizando como esquema de avanço temporal um Runge-Kutta de quarta ordem (RK4). Na Fig. 2 (b) são os resultados obtidos com MDF, além de RK4, também foram feitas simulações com Euler de primeira ordem.

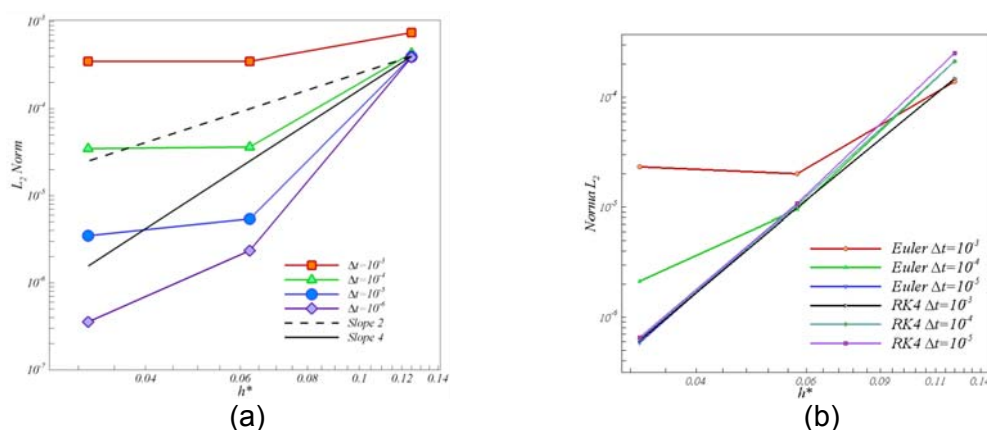


Figura 2: Comparação da norma L_2 entre diferentes avanços temporais (a) modelo físico virtual, (b) “multi-direct forcing”.

Observa-se que MDF fica independente do passo de tempo, uma vez que, alterando-o os resultados são praticamente os mesmos. Enquanto que utilizando o MFV esses resultados ficam muito dependentes, em compensação a ordem de convergência do MFV com baixos passos de tempo é superior a do MDF.

REFERÊNCIAS

- CANUTO, C.; HUSSAINI, M. Y.; QUARTERONI, A.; ZANG, T. A. Spectral methods: evolution to complex geometries and applications to fluid dynamics. New York: Springer-Verlag, 2007. 596p.
- LIMA e SILVA, A.; SILVEIRA-NETO, A.; DAMASCENO, J. Numerical simulation of two dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. Journal of Computational Physics, New York, v. 189, p. 351–370, 2003.
- MARIANO, F. P.; MOREIRA, L. Q.; SILVEIRA-NETO, A. Simulation of flows over square cylinders using the IMERSPEC: Fourier pseudo-spectral coupled with immersed boundary method. In: Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, 12., 2008, Belo Horizonte.
- PESKIN, C.S. The immersed boundary method. Acta Numerica, New York, v. 11, p. 479–517, 2002.
- UHLMANN M. An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows. Journal of Computational Physics, New York, v. 209, p. 448-476, 2005.
- WANG Z.; FAN J.; LUO, K. Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles. International Journal of Multiphase Flow, New York, v. 34, p. 283-302, 2008.