

VALIDAÇÃO ANALÍTICA DO ACOPLAGEM DE UM MODELO DE DANO À FORMULAÇÃO FSDT PARA A MODELAGEM NUMÉRICA EM ELEMENTOS FINITOS DE COMPOSTOS LAMINADOS.

Faria, A. W.; Trivaudey, F.; Bouhaddi, N.; Rade, D. A.

O propósito deste trabalho é a incorporação de uma lei de dano à *Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (FSDT)* em vista à modelagem em elementos finitos de estruturas compostas laminadas.

A formulação *FSDT* utilizada neste artigo aproxima as variáveis mecânicas (u) por uma função polinomial de primeira ordem, e é detalhada no trabalho de Faria (2006).

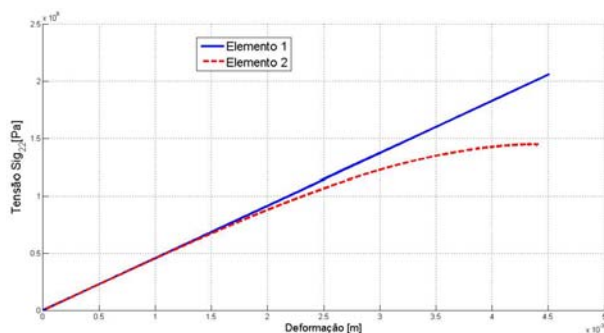
Já a lei de dano estudada é associada ao cálculo de uma única variável escalar interna de dano (D) válida para materiais com isotropia transversal (Baptiste, 1991).

A equação de equilíbrio: $F\{D, \tilde{\sigma}\} = Y - \bar{Y} = 1/2 \{\tilde{\sigma}\}^T [\dot{H}] \{\tilde{\sigma}\} - (y_c + qD^p)$ é fornecida pela teoria da termodinâmica e representa fisicamente a fronteira entre os dois domínios: elásticos e não elásticos do material composto em estudo. A matriz $[\dot{H}]$ contém as derivadas da variável de dano D associadas a cada uma das tensões efetivas do material composto e as demais constantes de origem experimentais (y_c , q , p) são detalhadas em Boubakar *et al* (2002).

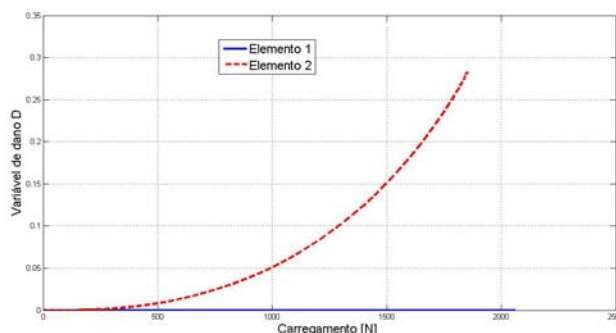
O problema estático avaliado neste artigo é escrito sob a forma: $[K_e^j(\Delta u_e^j)]\{\Delta u_e^{j+1}\} = \{\Delta F_e^j\}$, onde, a matriz de rigidez $[K_e^j(\Delta u_e^j)]$ depende da variação do deslocamento Δu a cada incremento j de força aplicada. Para cada um dos quatro pontos de Gauss (*PG*) por camada (k) do elemento finito estudado, a matriz de rigidez do elemento deve ser corrigida pela matriz das constantes de elasticidade $[C^i(\Delta u^i)]$ conforme a equação: $[C^i(\Delta u^i)] = ([S] + [H(D^i(\Delta u^i))])$. Onde: $[S] = [C]^{-1}$. O cálculo da matriz de rigidez elementar é detalhada no trabalho de Faria (2006).

Um único elemento finito, formado por duas camadas (k), quatro *PG* por camada, espessura total $e = 0,001$ m e largura $b = 0,01$ m foi utilizado para a validação em nível estático dos procedimentos de acoplamento numérico da formulação *FSDT* acoplada à lei de dano.

O material escolhido para essa avaliação foi um material isotrópico com $E = 45680$ MPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0,30$. Cada camada é orientada à 90° (direção de η) e ambas as camadas possuem a mesma espessura. O coeficiente de correção do cisalhamento da formulação *FSDT* escolhido é igual a $2/3$. O elemento é apoiado em uma de suas extremidades e na outra é aplicada uma carga de tração distribuída $P = 206000$ N/m.



(A)



(B)

Figura 1 : (A) Tensão σ_{22} em função da deformação obtida para a estrutura não danificada (Elemento 1) e danificada (Elemento 2); (B) evolução da variável D com o incremento de força.

A simulação numerica adotou um total de 5000 incrementos de carga aplicados em duas estruturas: uma sujeita a lei de dano e a outra sem o efeito do dano. O objetivo desta simulação é comparar os valores das tensões σ_{22}^T e do módulo de Elasticidade E_{22}^T analíticos os obtidos numericamente.

Teoricamente, o valor da tensão σ_{22} é dada por : $\sigma_{22}^T = P/(b \times e) = (F \times b)/(b \times e) = F/e$, e ao qual nos fornece o valor de $\sigma_{22}^T = 2,060 \times 10^8$ Pa.

A Fig. 1-A ilustra a variação da tensão σ_{22} em função da deformação ε_{22} e a Fig. 1-B ilustra o carregamento F em função da variável escalar D . A curva contínua em azul da Fig. 1-A é utilizada para a verificação do valor da tensão σ_{22}^s obtida para a estrutura não danificada.

Ao final das 5000 iterações, graficamente o valor da tensão para qualquer PG do elemento finito é igual ao valor teórico da tensão calculada anteriormente, ou seja: $\sigma_{22}^s = \sigma_{22}^T = 2,060 \times 10^8$ Pa. O módulo de elasticidade teorico é igual à $E_{22}^T = 45680$ MPa.

A lei de Hooke: $E_{22} = \sigma_{22}/\varepsilon_{22}$ e as duas curvas da Fig. 1-A são utilizadas para o cálculo dos valores do *módulo de elasticidade* E_{22}^s da estrutura não danificada e do *módulo de elasticidade aparente* $\tilde{E}_{22}^e$ da estrutura danificada. Os valores são tabelados a seguir.

Tabela 1 – Valores para o módulo de elasticidade E_{22} (em MPa) da estrutura danificada (sobrescrito e) e não danificada (sobrescrito s) para diferentes valores de força (N).

Carregamento	D	E_{22}^T	$E_{22}^s = \sigma_{22}^s / \varepsilon_{22}^s$	$\tilde{E}_{22}^e = \sigma_{22}^e / \varepsilon_{22}^e$	$\tilde{E}_{22}^e = (1-D)E_{22}^e$
250,1	0,00	45680	45680	45638	45638
1000,3	0,05	45680	45680	43346	43346
1500,1	0,15	45680	45680	38786	38786
1856,5	0,28	45680	45680	32768	32768

Segundo a Tab. 1, para qualquer incremento j de carga o modulo E_{22}^s é constante e vale 45680 MPa, idêntico ao valor teórico. Já o modulo $\tilde{E}_{22}^e$ varia conforme o carregamento adotado.

A mesma tabela fornece também o cálculo do $\tilde{E}_{22}^e$ usando a equação : $\tilde{E}_{22}^e = (1-D)E_{22}^e$ e os valores módulo de elasticidade encontrados são próximos dos valores calculados usando a lei de Hooke.

O valor máximo da variável de dano vale 0,28 para qualquer um dos PG do elemento estudado. Este valor é atingido antes do fim das 5000 iterações j (4508 iterações). Considerando esse valor de dano, o valor do módulo de elasticidade aparente $\tilde{E}_{22}^e$ do material que sofreu dano é cerca de 72% do valor do modulo E_{22}^s do material não danificado.

Assim, os procedimentos numericos adotados respeitam a lei de evolução analítica do dano para qualquer incremento j de carga e também fornecem valores coerentes de tensões σ_{22} no elemento finito ao final de cada incremento j de carga. Esta validação do modelo permite sua aplicação futura a outros diferentes tipos de estruturas danificadas (vigas, placas, placas com baixa curvatura e etc), sujeitas a diferentes condições de contorno, orientações de camadas e etc. Este modelo não linear estudado no domínio estático tem por continuidade natural a sua posterior aplicação nos domínios da frequência e temporal.

REFERÊNCIAS

- [1] FARIA, A. W. **Modelagem por elementos finitos de placas compostas dotadas de sensores e atuadores piezelétricos: Implementação computacional e avaliação numérica**, Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG, 2006.
- [2] BOUBAKAR, M. A.; TRIVAUDEY, F.; PERREUX, D.; VANG, L. **A meso-macro element modelling of laminated structures**, Composite Structures, vol. 58, issue 2, 2002, 271-286p.
- [3] BAPTISTE, D. **Mechanics and Mechanisms of Damage in Composites and Multi-Materials**,ESIS 11, 1991.