

PROJETO ÓTIMO DE MANIPULADORES 3R ORTOGONAIS

Giovana Trindade da Silva Oliveira; Sezimaria F. Pereira Saramago

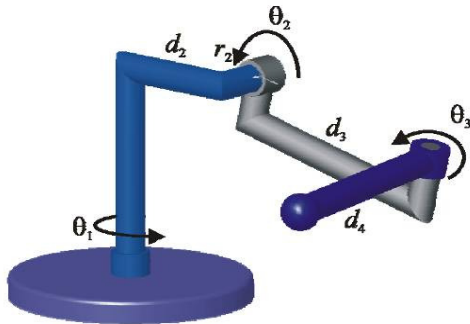
Neste estudo, deseja-se obter parâmetros geométricos ótimos de um manipulador 3R ortogonal, que maximize seu volume de espaço de trabalho. Para isto, considere uma família de manipuladores 3R com eixos ortogonais, conforme Fig. 1(a). O modelo geométrico direto, considerando os parâmetros de Denavit-Hartenberg, é dado por:

$$\begin{aligned} x &= [d_2 + (d_3 + d_4 c_3) c_2] c_1 - (r_2 + d_4 s_3) s_1, \\ y &= [d_2 + (d_3 + d_4 c_3) c_2] s_1 + (r_2 + d_4 s_3) c_1 \quad \text{e} \quad z = -(d_3 + d_4 c_3) s_2 \end{aligned} \quad (1)$$

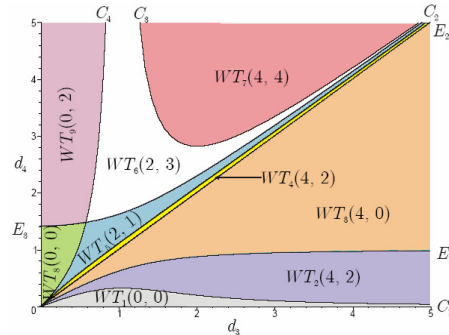
O determinante da matriz jacobiana desta família (Khalil e Dombre, 1999) é dado por:

$$\det(J) = d_4 (d_3 + d_4 c_3) [d_2 s_3 + (d_3 s_3 + (d_3 s_3 - r_2 c_3) c_2)] \quad (2)$$

O estudo da família de manipuladores se baseia na topologia das superfícies de singularidades no espaço de trabalho. *Singularidades* são os lugares onde o $\det(J)$ se anula. Tais lugares dividem o espaço articulado em diversos domínios, conforme Fig. 1(b), caracterizados por conjuntos de manipuladores que possuem propriedades similares.



(a) Manipulador Ortogonal 3R



(b) Espaço dos parâmetros com $d_2=1$ e $r_2=2$

Figura 1: Arquitetura do Manipulador estudado.

A topologia do espaço de trabalho é denotada $WTi(\alpha, \beta)$, onde α representa o número de pontos de cúspide e β o número de pontos de nós.

A família estudada apresenta manipuladores com 0, 2 e 4 pontos de cúspide, resultando em 5 domínios diferentes delimitados pelas superfícies C_1 , C_2 , C_3 e C_4 , obtidas de forma geométrica. Os domínios que apresentam número de nós diferentes são subdivididos pelas superfícies E_1 , E_2 e E_3 (Baili, 2004), dadas abaixo.

$$\begin{aligned} C_1 : d_4 &= \sqrt{\frac{1}{2} \left(d_3^2 + r_2^2 - \frac{(d_3^2 + r_2^2)^2 - d_3^2 + r_2^2}{\sqrt{(d_3+1)^2 + r_2^2} \cdot \sqrt{(d_3-1)^2 + r_2^2}} \right)}, \quad C_2 : d_4 = \frac{d_3}{1+d_3} \sqrt{(d_3+1)^2 + r_2^2}, \\ C_3 : d_4 &= \frac{d_3}{d_3-1} \sqrt{(d_3-1)^2 + r_2^2}, \quad C_4 : d_4 = \frac{d_3}{1-d_3} \sqrt{(d_3-1)^2 + r_2^2}, \quad E_1 : d_4 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(d_3+1)^2 + r_2^2} - \sqrt{(d_3-1)^2 + r_2^2} \right), \\ E_2 : d_4 &= d_3 \quad \text{e} \quad E_3 : d_4 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(d_3+1)^2 + r_2^2} + \sqrt{(d_3-1)^2 + r_2^2} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

O problema de otimização é formulado com o objetivo de obter os parâmetros geométricos ótimos de um manipulador 3R ortogonal que maximize o volume do espaço de trabalho. O projeto ótimo permite que o usuário escolha uma topologia pré-estabelecida para o manipulador, através da formulação adequada de restrições, escritas em função das superfícies de separação dos diversos domínios. Foram aplicados Algoritmos Genéticos na solução do problema, adotando os parâmetros: população com 80 indivíduos, $d_2=1,0$; $r_3=0$ e $r_p=100000$.

$$\text{Maximizar } \phi(X) = \frac{V}{V_{cil}} + r_p P(X), \text{ sendo } X = (d_2, d_3, d_4, r_2, r_3, \alpha_1, \alpha_2)^t, V = 2\pi r_g A \text{ (Oliveira, 2006),}$$

$$V_{cil} = 2\pi \left(\frac{r_{\max} - r_{\min}}{2} + r_{\min} \right) (z_{\max} - z_{\min}) (r_{\max} - r_{\min}) \quad \text{e} \quad P(X) = \max(0, g_j(X))^2, \quad g_j(X) \leq 0, \quad j=1, \dots, J, \quad (4)$$

O manipulador deve pertencer à topologia $WT_6(2, 3)$, obedecendo às restrições:

Laterais: $0,5 < d_3 < 1,5$; $0,5 < d_4 < 1,5$ e $0,5 < r_2 < 1,5$ [u.c.],

Pontos abaixo da curva $C_3 : g_1(X) = d_4 - \frac{d_3}{d_3 - 1} \sqrt{(d_3 - 1)^2 + r_2^2} \leq 0$,

à direita de $C_4 : g_2(X) = \frac{d_3}{1 - d_3} \sqrt{(d_3 - 1)^2 + r_2^2} - d_4 \leq 0$ e

acima de $E_3 : g_3(X) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(d_3 + 1)^2 + r_2^2} + \sqrt{(d_3 - 1)^2 + r_2^2} \right) - d_4 \leq 0$.

O volume ótimo obtido foi **V= 111,53**, sendo circunscrito pelo cilindro cujo volume foi $V_{cil}=143,73$ [u.v.]. Comparando as seções radiais, Fig. 2(a) e 2(b), observa-se que os parâmetros ótimos reduziram os pontos de cúspides e nós do manipulador (as superfícies de singularidade interna e externa apenas se tangenciam). A Fig. 2(c) mostra um manipulador ótimo, pertencente à topologia WT_6 .

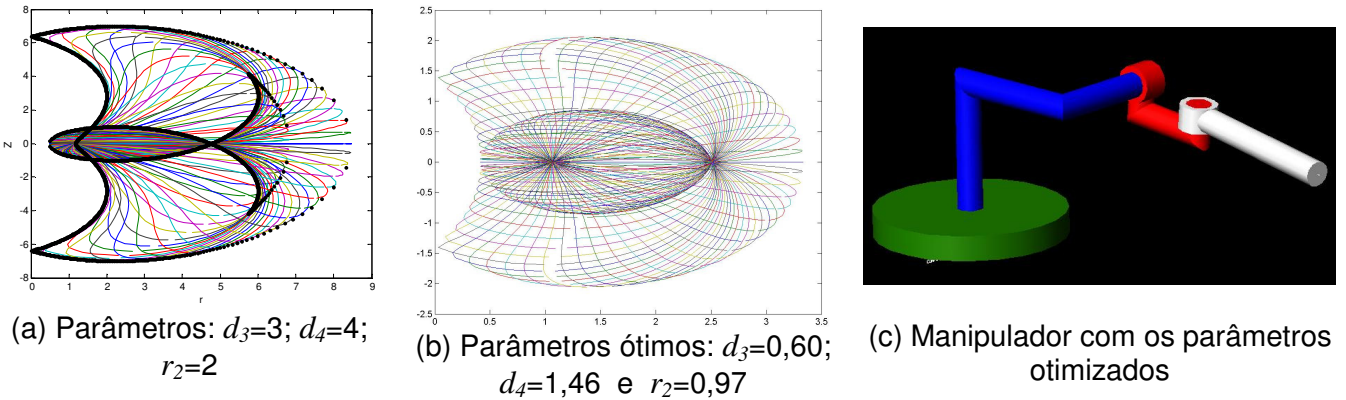


Figura 2: Comparação entre a seção radial de um manipulador 3R em $WT_6(2,3)$.

Conclui-se que a técnica utilizada é eficiente em obter parâmetros geométricos ótimos de um manipulador 3R ortogonal, segundo as especificações pré-estabelecidas para a topologia dos mesmos. A principal contribuição deste trabalho é possibilitar ao projetista a escolha de um determinado tipo de topologia e a obtenção do melhor projeto correspondendo à topologia desejada.

REFERENCIAS

- BAILL, M. 2004, "Analyse et Classification de Manipulateur 3R à axes Orthogonaux", Thèse de Doctorat - University of Nantes, France.
- KHALIL, W., DOMBRE, E., 1999, "Modélisation identification et commande des robots", Hermès Science Publications, 2^a edition, Paris.
- OLIVEIRA, G. T. S., 2006, "Estudo e Aplicações da Evolução Diferencial", Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil.