



ACOPLAMENTO DAS METODOLOGIAS DA FRONTEIRA IMERSA E A PSEUDO-ESPECTRAL DE FOURIER

Felipe Pamplona Mariano; Aristeu da Silveira Neto

A Dinâmica de Fluidos Computacional (DFC) visa simular escoamentos, através da solução das equações de Navier-Stokes, discretizando-as por meio de metodologias numéricas, de tal forma que represente um fenômeno físico o mais próximo da realidade, porém para conseguir uma boa precisão nas simulações existe um custo computacional envolvido. Este custo computacional é relacionado, principalmente, com tempo de processamento e uso da memória RAM, o desafio é realizar uma simulação precisa e, ao mesmo tempo, rápida.

Existem vários métodos numéricos para simulações de DFC, como principais metodologias podem ser citadas: o método das diferenças finitas, dos volumes finitos, dos elementos finitos e os métodos espectrais. Cada uma dessas classes apresenta suas vantagens e desvantagens, sendo mais adequadas para determinadas situações do que para outras. A motivação do presente trabalho é estudar os métodos espectrais, particularmente o método pseudo-espectral de Fourier aplicado à DFC.

Os métodos espectrais foram inseridos na DFC, a partir da década de 70 com o trabalho de Orsag (1970). Devido a utilização das transformadas rápidas de Fourier (FFT) e do método de projeção (Moreira, 2007) consegue-se simular problemas com alta ordem de precisão aliado com um custo computacional relativamente baixo, quando comparado a outras metodologias de alta ordem (Canuto et al, 1988). A principal desvantagem dos métodos espectrais, principalmente o de Fourier, está relacionada à imposição das condições de contorno, pois para a FFT manter sua eficiência ela necessita de condições de contorno periódicas, limitando o seu uso a escoamentos sobre geometrias cartesianas e simples (Kirby e Karniadakis, 2003).

Por outro lado, a metodologia da fronteira imersa (Peskin, 1977) apresenta como principal vantagem a facilidade de simular escoamentos sobre geometrias complexas e móveis. Ela é caracterizada pela presença de um termo fonte de força, o qual tem a finalidade de representar as condições de contorno de uma interface imersa.

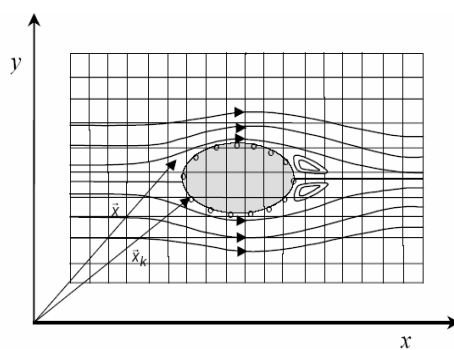


Figura 1: Esboço do domínio de cálculo (Lima e Silva, 2003).

Além disso, as equações de Navier-Stokes são resolvidas em um domínio cartesiano e regular, denominado de Ω , e a interface imersa é representado em um domínio lagrangiano (Γ) (Lima e Silva, 2003), a representação esquemática desses domínios é mostrada na Fig. 01. A desvantagem dessa metodologia é a baixa precisão e baixa ordem de convergência numérica, este assunto vem sendo estudado por diferentes autores, que estão em busca de uma maior precisão nos cálculos de escoamentos utilizando a fronteira imersa. Este trabalho tem como objetivo simular escoamentos não periódicos resolvendo as equações de Navier-Stokes no espaço espectral de Fourier (Moreira, 2007) utilizando para isso a metodologia da fronteira imersa, obtendo as Eqs. 1 e 2 (Mariano, 2007).

$$ik\hat{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \hat{u}(\vec{k})}{\partial t} + \nu k^2 \hat{u}(\vec{k}) = \bar{\bar{\rho}} \hat{f} - ik \bar{\bar{\rho}} \int_{\vec{k}=\vec{r}+\vec{s}} \hat{u}(\vec{r}) \hat{u}(\vec{k}-\vec{r}) d\vec{r}. \quad (2)$$

As Eqs. 1 e 2 são resolvidas aplicando as transformadas de Fourier (Briggs e Helson, 1995) nas equações de Navier-Stokes. Ao mesmo tempo a integral de convolução que aparece é substituída pela aproximação pseudo-espectral. Apresenta-se dois problemas teste da DFC, escoamento sobre cilindro quadrado (Fuka e Brechler, 2007) e escoamentos bifásicos (Villar, 2007).

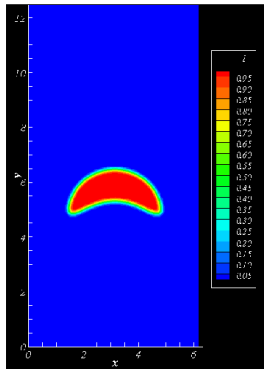


Figura 2: Escoamento bifásico.

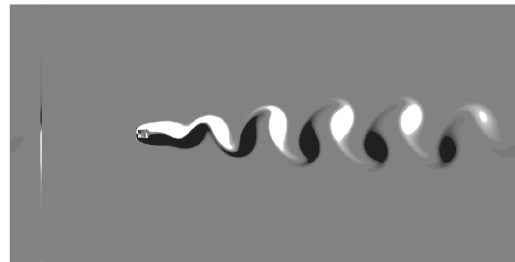


Figura 3: Escoamento sobre cilindro quadrado.

O acoplamento entre as metodologias mostra-se muito eficiente do ponto de vista de custo computacional e apresentou uma boa precisão comparado com outros trabalhos, porém a ordem de convergência numérica apresenta-se baixa (primeira ordem).

REFERÊNCIAS

- BRIGGS, W. L.; HENSON, V. E. The DFT. Philadelphia: SIAM, 1995. 434 p.
- CANUTO, C.; HUSSAINI, M.Y.; QUARTERONI, A.; ZANG, T.A. Spectral methods in fluid dynamics. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1988. 567 p. (Springer Series in Computational Physics).
- FUKA, V. e BRECHLER, J., 2007 "High Resolution Flow Modelling for Meteorological Purposes". WDS'07 Proceedings of Contributed Papers, Part III, PP.150–155. MATFYZPRESS.
- KIRBY R. M.; KARNIADAKIS, G. E. Under-resolution and diagnostic in spectral simulations of complex geometry flows. 2003.
- LIMA e SILVA, A.; SILVEIRA-NETO, A.; DAMASCENO, J. Numerical simulation of two dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. Journal of Computational Physics, New York. v. 189, p. 351–370, 2003.
- MARIANO, F.P., 2007. "Simulação de escoamentos não periódicos utilizando as metodologias pseudo-espectral de Fourier e da fronteira imersa acopladas". 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia.
- MOREIRA, L.Q., 2007. "Simulação de grandes escalas de jatos periódicos temporais utilizando a metodologia pseudo-espectral de Fourier". 100 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia.
- ORSZAG, S.A. Spectral Methods for Problems in Complex Geometries. Journal of Computational Physics, New York. v. 37, p. 70-92, 1970.
- PESKIN, C. S. Numerical analysis of blood flow in the heart. Journal of Computational Physics, New York. v. 25, p. 220, 1977.
- VILLAR, M.M., 2007. "Análise numérica detalhada de escoamentos multifásicos bidimensionais". 209 f. Tese. (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia.