

AMORTECIMENTO PASSIVO DE VIBRAÇÕES DE MATERIAIS COMPOSTOS LAMINADOS UTILIZANDO CIRCUITOS ELÉTRICOS SHUNT: OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DE SINTONIA DOS CIRCUITOS SHUNT UTILIZANDO MÉTODOS NATURAIS DE OTIMIZAÇÃO.

Albert Willian Faria

Universidade Federal de Uberlândia. Av. João Naves de Avila, 2160 , Bloco 10, Laboratório de Mecânica de Estruturas
Prof. José Eduardo Tannús Reis (Lmest), Sta. Mônica, Uberlândia, MG.
awfaria@mecanica.ufu.br

Felipe A. C. Viana

Universidade Federal de Uberlândia.

Domingos Alves Rade

Universidade Federal de Uberlândia.

Resumo: Este artigo utiliza os métodos naturais de otimização Any Colony Optimization (ACO) e Genetic Algorithm (GA) na busca dos parâmetros elétricos (resistência e indutância elétrica) ótimos de circuitos elétricos passivos shunt em vista a obtenção do máximo amortecimento modal de estruturas compostas laminadas. Esses circuitos são acoplados a uma pastilha piezelétrica colada sob a estrutura composta laminada. As estruturas compostas laminadas estudadas são formuladas numericamente em elementos finitos (MEF) por meio da utilização da Teoria Mista, que mistura, duas teorias distintas para a aproximação das variáveis mecânicas e das elétricas, respectivamente, a Teoria das Deformações Cisalhantes de Primeira Ordem (FSDT) e a Teoria das Camadas Discretizadas (Layerwise Theory). O elemento adotado na formulação numérica apresenta oito nós, cinco graus de liberdade mecânicos por nó e oito graus de liberdade elétricos por interface de camada piezelétrica. Em vista a obtenção do máximo amortecimento modal da primeira frequência natural vibração de uma viga engastada-livre feita de material composto laminado, os parâmetros elétricos do circuito shunt (resistência e indutância elétrica) são sintonizados por meio do ACO e GA e comparados aos obtidos analiticamente. Esta aplicação numérica demonstra que os circuitos elétricos shunts podem ser sintonizados utilizando um dos métodos naturais de otimização.

Palavras-chave: Materiais compostos laminados, circuitos elétricos shunts, amortecimento passivo de vibrações, GA, ACO e elementos finitos.

1. INTRODUÇÃO

Nas aplicações voltadas ao controle ativo de vibrações, os materiais piezelétricos são colados à uma estrutura base usando um forte material adesivo. Em uma aplicação típica de controle ativo, um material piezelétrico é usado como um atuador, enquanto outro é utilizado como um sensor para medir as vibrações da estrutura base. Um sistema de controle de voltagem é então aplicado no atuador piezelétrico para minimizar as vibrações não desejáveis da estrutura base.

Uma alternativa a este tipo de controle é a adoção de um sistema de controle passivo utilizando um circuito elétrico denominado *circuito elétrico shunt*, ao qual é transferida a energia de deformação da estrutura vibratória, que é parcialmente nele dissipada na forma de calor.

Duas diferentes topologias de circuitos elétricos passivos shunt são utilizadas neste trabalho: circuito elétrico shunt resistivo (R) e ressonante (em série (RLs) e em paralelo (RLp)).

Hagood e Von Flotow (1991) interpretaram o funcionamento de um material piezelétrico acoplado a um circuito shunt resistivo em termos de uma analogia com um Absorvedor Dinâmico de Vibrações (ADV), uma vez que o amortecimento promovido por tais circuitos pode ser observado ao longo de uma larga banda de frequências da estrutura eletromecânica acoplada.

Diversas outras publicações foram influenciadas por este trabalho. Dentre eles, por exemplo, Wu e Bicos (1997) demonstraram que se o circuito shunt ressonante em série for substituído por um circuito shunt ressonante em paralelo, o circuito shunt resultante terá performance semelhante, porém com performance mais sensível a mudanças na resistência elétrica do elemento resistivo no amortecimento dos modos de vibração de baixa ordem. Diferentemente do comportamento dos circuitos shunt resistivos, o amortecimento propiciado pelos circuitos shunts ressonantes são específicos a um determinado modo de vibração.

Apesar da existência de formulações analíticas para a sintonia ótima de circuitos shunt de topologias mais simples, tais como especificadas em Hagood e Von Flotow (1991), esses parâmetros muitas vezes não são tão evidentes em topologias mais complexas. Assim, técnicas numéricas de otimização são ferramentas úteis, às vezes únicas, neste tipo de estudo. Dentre essas técnicas, devido sobretudo a sua grande robustez, os *métodos naturais* são os mais indicados para a busca dos parâmetros ótimos de sintonia dos circuitos elétricos shunt. Dois métodos naturais são implementados neste artigo, o Algoritmo Genético (GA) e o Algoritmo Colônia de Formigas (ACO), e cujos algoritmos serão detalhados na sequência.

2. IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DO ALGORÍTIMO GENÉTICO (GA) E DO COLÔNICA DE FORMIGAS (ACO).

Os fluxogramas apresentados a seguir ilustram simplificadaamente as etapas principais de formulação do Algoritmo Genético (GA) e do Colônia de Formigas (ACO).

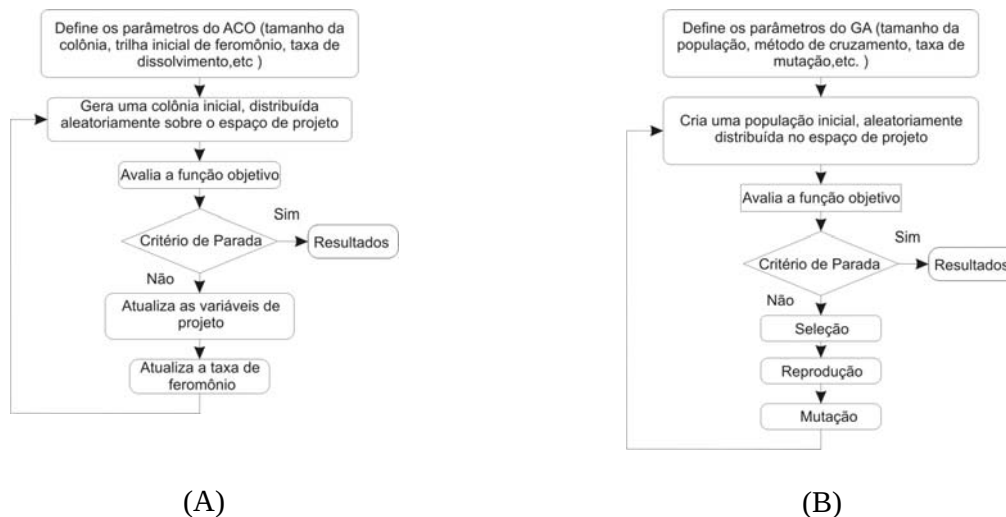


Figura 1 - (A) Fluxogramas simplificados do ACO e (B) do GA. (Adaptado de Viana et al., 2006).

O algoritmo colônia de formigas (ACO) é um algoritmo de minimização de funções objetivo que imita o comportamento natural de formigas na busca por alimentos. À medida que percorrem um determinado trajeto na busca por alimentos, as formigas depositam no caminho um hormônio natural segregado por elas denominado feromônio. Quanto maior for a taxa de feromônio depositado, maior será a quantidade de formigas que escolheram este caminho. Normalmente, quanto menor for a distância do ninho à fonte de alimentos, maior será o fluxo de formigas que o

percorreram, em virtude da maior taxa de feromônios depositada neste caminho. Essa tendência natural de minimização da distância a ser percorrida pelas formigas, se assemelha a interesses de minimização de funções objetivo nos problemas de otimização.

O algoritmo ACO pode ser descrito em seis passos esquematizados na Figura 1.

O primeiro ponto importante mostrado no fluxograma é a forma como a comunicação por meio de feromônios é modelada numericamente. Isto pode ser feito usando uma função de distribuição normal do tipo:

$$\text{feromônio}(x) = e^{-\frac{(x-x_{\min})^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

sendo que: $x_{\min}$ é o melhor ponto encontrado durante o processo de otimização dentro do espaço de projeto S e σ é o índice de agregação das formigas ao longo do processo de minimização.

Desde que o feromônio é modelado por (1), a distribuição de feromônio é atualizada atualizando-se $x_{\min}$ e σ . Um gerador de números aleatórios, baseado em uma distribuição normal (PDF) atualiza as variáveis de projeto de cada formiga. Já, σ é atualizado por:

$$\sigma = \text{Std}(\text{colônia}) \quad (2)$$

sendo Std (colônia) faz uso das soluções candidatas (colônia de formigas) para retornar um vetor contendo o desvio padrão de cada variável de projeto.

Para evitar uma convergência prematura ao encontrar mínimos locais, é adotado o processo conhecido por *evaporação de feromônios*. A idéia é dispersar o acúmulo de feromônio através de uma mudança no desvio padrão de cada uma das variáveis de acordo com a equação:

$$\sigma_{\text{novo}} = \gamma \sigma_{\text{velha}} \quad (3)$$

onde $\gamma > 1$ é a taxa de evaporação.

Diferentemente de outros algoritmos naturais como o Algoritmos Genéticos (GA) e o Enxame de Partículas (PSO) a taxa de evaporação do ACO é considerada o único parâmetro a ser escolhido pelo usuário. A taxa de feromônio adotada nas simulações numéricas reportadas aqui foi de 1,25.

Já o algoritmo básico do GA, imita as bases naturais dos mecanismos de evolução genética propostos por Darwin, e é constituído por quatro etapas principais:

- ✓ Inicialização aleatória da população;
- ✓ Avaliação da função objetivo;
- ✓ Seleção (reprodução);
- ✓ Cruzamento e mutação.

A Figura 1 ilustra como essas etapas são inter-relacionadas.

Basicamente, no GA são geradas populações de indivíduos em diferentes etapas, cada população representa o conjunto de dados em que uma solução melhor adaptada para o problema será buscada. O indivíduo do GA é formado por “cromossomos”, os quais carregam as informações que determinam as características próprias daquele indivíduo. No algoritmo básico é comum utilizar codificação binária, a qual se mostra muito eficiente na resolução de problemas de tomada de decisão. A população inicial é criada de forma aleatória e então o processo iterativo faz a avaliação de todos os indivíduos. A avaliação do indivíduo é fornecida através da avaliação da função objetivo.

Depois da avaliação, faz-se a seleção dos indivíduos, na qual a chance de cada indivíduo ser selecionado é proporcional a sua avaliação. Dessa maneira, um determinado indivíduo, com uma boa avaliação, pode ser selecionado mais de uma vez, uma vez que a chance de ele ser selecionado para constituir a próxima população é maior que a dos indivíduos mal-avaliados. Em seguida, são aplicados aos indivíduos os operadores restantes do GA (cruzamento e mutação). Assim, para uma dada probabilidade de cruzamento, seleciona-se proporcionalmente os indivíduos que sofreram

cruzamento. Eles são agrupados dois a dois, de maneira aleatória. A determinação da posição do *string* (*locus*) a partir do qual se dá a troca de genes (informação) também pode ser feita da forma aleatória. Por fim, é aplicado o operador mutação em cada geração, isto é, a partir de uma probabilidade de ocorrência, determina-se qual o bit de um indivíduo de uma dada população será alterado. No final, assume-se como resposta, o indivíduo mais bem avaliado entre todas as gerações.

Dois critérios de parada foram utilizados nos algoritmos GA e ACO utilizados nas aplicações numéricas deste artigo:

- ✓ *Iterações*: por meio da adoção de um número máximo de iterações durante o processo de otimização.
- ✓ *Estagnação*: pela adoção de um certo número de iterações, no caso 5, sem obter um melhor valor da função objetivo.

Os problemas de otimização implementados são definidos pela seguinte função objetivo:

$$f(R, L) = \sum_{i=1}^n \{P(i) \times \max(H_i)\} \quad i = 1, 2, 3 \dots n \quad (4)$$

$$\text{Sujeito a: } X^u \leq X \leq X^l \quad (5)$$

onde: H é o vetor que fornece a amplitude do modo de vibração i de interesse, $P(i)$ são pesos arbitrários atribuídos para cada modo i de vibração, n é o número total de modos de vibração amortecidos conjuntamente, X^u e X^l representam, respectivamente, os limites inferiores e superiores das variáveis de projeto. R e L são as variáveis de projeto estudadas, respectivamente, a resistência e indutância elétrica.

A seguir, a formulação numérica em elementos finitos (MEF) utilizada na aproximação das variáveis mecânicas e elétricas de estruturas compostas laminadas amortecidas passivamente com circuitos elétricos passivos, é apresentada.

3. FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS

No que diz respeito a modelagem numérica de estruturas inteligentes, é bem conhecido na literatura que a *Teoria Layerwise* aplicada à aproximação do campo de deslocamentos mecânicos e do potencial elétrico em materiais compostos laminados inteligentes apresenta alguns inconvenientes, sobretudo em relação ao custo computacional requerido que aumenta conforme o número de camadas (nc) do composto laminado (Faria, 2006, Chee et al., 2001).

A *Teoria Mista*, que representa as variáveis mecânicas em uma única camada equivalente e as variáveis elétricas em camadas discretas ao longo da espessura do estratificado, e que foi utilizada por Saravanos (1999), supera a desvantagem do elevado custo computacional apresentado pela *Teoria Layerwise* quando ela é utilizada na aproximação de ambas variáveis.

Na aproximação das variáveis mecânicas, Saravanos utilizou a Teoria das Deformações Cisalhantes de Primeira Ordem (FSDT) na aproximação numéricas dessas variáveis. Esta teoria, segundo Chee et al. (2001), apresenta o inconveniente da necessidade de correção dos cisalhamentos transversais (ε_{xz} , ε_{yz}) e conduz a uma rigidez excessiva (*shear locking*) na modelagem de placas compostas laminadas finas. Uma alternativa para superar esses inconvenientes é o uso da *Teoria da Deformação Cisalhante de Ordem Superior* (HSDT) na aproximação das variáveis mecânicas. No entanto, esta teoria leva a um aumento significativo de esforço computacional. Este artigo utiliza a *Teoria Mista* incorporando a teoria FSDT na aproximação das variáveis mecânicas no estudo de estruturas compostas laminadas por exigir um menor esforço computacional. A implementação numérica aqui apresentada pode ser estendida, conforme o interesse, ao uso da teoria HSDT.

3.1. Campo de Deslocamentos Mecânicos da Teoria Mista

A seguir é expresso o campo de deslocamentos da teoria FSDT.

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\psi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\psi_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (6)$$

onde: u_0 , v_0 , e w_0 são os deslocamentos nas direções coordenadas (x, y, z) de um ponto material do plano médio de referência (x, y) . ψ_x e ψ_y são rotações dos segmentos normais à superfície de referência em torno dos eixos y e x respectivamente.

As variáveis mecânicas apresentadas na Equação (6) são convertidas para sua formulação em elementos finitos usando funções de forma e variáveis mecânicas nodais apropriadas.

O elemento considerado é um elemento de placa que apresenta três nós por aresta, num total de 8 nós, conhecido como elemento Serendipity (Reddy, 1997).

A matriz de transformação linear entre as coordenadas globais (x, y) e locais (ξ, η) elementares é indicada por Reddy (1997), sendo que as oito funções de interpolação (funções de forma) N_i , com $i = 1$ a 8, são fornecidas em Faria (2006).

O campo de deslocamentos mecânicos da teoria FSDT é reescrito em coordenadas locais elementares como sendo:

$$\{U(\xi, \eta, z, t)\}_{1 \times 3} = [A_u(z)]_{3 \times 5} [N_u(\xi, \eta)]_{5 \times 40} \{u_e(t)\}_{40 \times 1} \quad (7)$$

onde: $\{U(\xi, \eta, z, t)\} = \{u(\xi, \eta, z, t) \ v(\xi, \eta, z, t) \ w(\xi, \eta, z, t)\}^T$, $\{u_e\}$ é o vetor que contém as 40 variáveis mecânicas nodais e $[N_u(\xi, \eta)]$ é a matriz de funções de forma mecânica.

As deformações mecânicas da teoria FSDT são apresentadas em termos das funções de forma e dos deslocamentos mecânicos nodais, a partir da Equação (7), sob a forma:

$$\{\varepsilon(\xi, \eta, z, t)\}_{6 \times 1} = [D(z)]_{6 \times 5} [N_u(\xi, \eta)]_{5 \times 40} \{u_e(t)\}_{40 \times 1} = [B_u(\xi, \eta, z)]_{6 \times 40} \{u_e(t)\}_{40 \times 1} \quad (8)$$

onde as matrizes $[D(z)]$, $[B_u(\xi, \eta, z)]$, $[N_u(\xi, \eta)]$ e $[A_u(z)]$ são indicadas em Faria (2006).

3.2. Potencial Elétrico Linear Distribuído por Camadas

Para a aproximação do potencial elétrico na Teoria Mista a coordenada z na direção da espessura da placa é desacoplada das coordenadas da superfície média (x, y) de referência, como expresso a seguir.

$$\phi(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^{nc+1} L_j(z) \phi_j(x, y, t) \quad (9)$$

onde $L_j(z)$ é chamada de função em camadas equivalentes (*layerwise function*) e $\phi_j(x, y, t)$ são funções de interface da j -ésima interface do material composto constituído por nc camadas.

O potencial elétrico em coordenadas locais para a k -ésima camada elementar do e -ésimo elemento é expresso na formulação em elementos finitos sob a forma:

$$\phi(\xi, \eta, z, t)_e^k = [N_\phi(\xi, \eta, z)]_{1 \times 8(nc+1)} \{\phi_e(t)\}_{8(nc+1) \times 1} \quad (10)$$

onde $[N_\phi(\xi, \eta, z)]$ é a matriz de funções de forma elétrica que incorpora as funções de forma Serendipity e as funções de interpolação Lagrangeana.

Usando a definição usual do campo elétrico como o gradiente negativo do potencial elétrico e a Equação (10), a expansão do campo elétrico, para cada camada k , é expressa da seguinte forma:

$$\{E(\xi, \eta, z, t)_e\}_{3 \times 1}^k = -\vec{\nabla}([N_\phi(\xi, \eta, z)]_{1 \times 8(n+1)} \{\varphi_e(t)\}_{8(n+1) \times 1}) = -[B_\phi(\xi, \eta, z)_k]_{3 \times 8(n+1)} \{\varphi_e(t)\}_{8(n+1) \times 1} \quad (11)$$

4. FORMULAÇÃO DAS MATRIZES ELEMENTARES

Como uma estrutura é composta de materiais ativos (sensores e atuadores) e passivos (estrutura-base), o acoplamento entre esses elementos deve ser incluído no modelo via *Princípio Variacional de Hamilton*, que incorpora todas as contribuições energéticas presentes na estrutura.

Segundo procedimento detalhado por Faria (2006) são obtidas as seguintes matrizes em nível elementar:

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}^e] \\ [K_{u\phi}^e] \\ [K_{\phi u}^e] \\ [K_{\phi\phi}^e] \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{nc} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta=-1}^{+1} \int_{z=z_k}^{z_{k+1}} \begin{bmatrix} [B_u]^T [c] [B_u] & [B_u]^T [e]^T [B_\phi] \\ [B_\phi]^T [e] [B_u] & -[B_\phi]^T [\chi] [B_\phi] \end{bmatrix} J d\eta d\xi dz \quad (12)$$

$$[m^e] = \int_{V^e} \rho [N_u]^T [A_u]^T [A_u] [N_u] dV^e \quad (13)$$

$$\{F^e\} = \int_{V^e} [N_u]^T [A_u]^T \{F^V\} dV^e + \int_{S^e} [N_u]^T [A_u]^T \{F^S\} dS^e + [N_u]^T [A_u]^T \{F^P\} \quad (14)$$

$$\{Q^e\} = \int_{S^e} [N_\phi]^T \{Q^S\} dS^e \quad (15)$$

onde $[K_{uu}^e]$ é conhecida como matriz de rigidez elástica em nível elementar, as matrizes $[K_{u\phi}^e]$ e $[K_{\phi u}^e]$ são as matrizes de rigidez ao acoplamento eletromecânico em nível elementar e $[K_{\phi\phi}^e]$ é conhecida como matriz dielétrica elementar. $[m^e]$ é a matriz de massa elementar e ρ é a densidade do material. $[c]$, $[e]$ e $[\chi]$ são, respectivamente, as matrizes das constantes de rigidez elástica, das constantes piezelétrica de tensão e permissividade elétrica. $\{F^e\}$ e $\{Q^e\}$ são respectivamente os vetores de forças e cargas nodais em nível elementar, V^e e S^e são definidos respectivamente como volumes e áreas elementares. J é o jacobiano da matriz.

Utilizando o procedimento padrão em elementos finitos de montagem das matrizes globais, o modelo matemático do sistema é expresso a seguir pelo sistema de equações globais do sistema eletromecânico acoplado (o subscrito g indica quantidades globais).

$$\begin{bmatrix} [M_g] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_g(t) \\ \ddot{\phi}_g(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{uu}] & [K_{u\phi}] \\ [K_{\phi u}] & [K_{\phi\phi}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_g(t) \\ \phi_g(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_g(t) \\ Q_g(t) \end{Bmatrix} \quad (16)$$

5. ACOPLAMENTO DO CIRCUITO SHUNT

O sistema eletromecânico apresentado em (16) no domínio do tempo pode ser reescrito no domínio de Laplace e é detalhado no trabalho de Faria et al. (2006). Assim, no domínio de Laplace, seguindo as devidas simplificações sugeridas em Faria et al. (2006), tem-se:

$$\begin{bmatrix} s^2 [M_g] + [K_{uu}] \\ [\bar{K}_{\phi u}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{K}_{u\phi} \\ \bar{K}_{\phi\phi}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_g(s)\} \\ \{\bar{\phi}_g(s)\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_g(s)\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

sendo que:

$$[\bar{K}_{\phi\phi}^*] = [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{1}{s} Z^{-1}(s) [L] \quad (18a)$$

$$[\bar{K}_{u\phi}] = [K_{u\phi}] [T] = [\bar{K}_{\phi u}]^T \quad (18b)$$

$$[\bar{K}_{\phi\phi}] = [T]^T [K_{\phi\phi}] [T] \quad (18c)$$

onde: $[L]$ é uma matriz de transformação e Z é a impedância elétrica definidas em Faria et AL. (2006).

Já a matriz de transformação $[T]$, relaciona os $ne(nc+1)$ graus de liberdade ($g.d.l.$) elétricos a somente dois $g.d.l.$ elétricos mestres por camada piezoeletrica, um localizado em sua superfície superior e o outro na inferior. Assim, $[T]$ é definida por:

$$\{\phi_g(t)\}_{(ne(nc+1)) \times 1} = [T]_{(ne(nc+1)) \times (ne(nc+1))} \{\bar{\phi}_g(t)\}_{ne(nc+1) \times 1} \quad (19)$$

onde: $\{\phi_g(t)\}$ é o vetor dos $g.d.l$ elétricos, $\{\bar{\phi}_g(t)\}$ é o vetor que contém todos os $g.d.l$ escolhidos como mestres, ne é o número total de $g.d.l$ elétricos e nc é o número de camadas dos elementos piezoeletricos.

Subdividindo o sistema matricial da Equação (17) em duas equações e substituindo a segunda equação na primeira, a equação resultante fornece a função de resposta em frequência (FRF) do sistema eletromecânico acoplado com o circuito shunt. Assim:

$$\{u_g(s)\} = \left[s^2 [M_g] + [K_{uu}] - [\bar{K}_{u\phi}] [\bar{K}_{\phi\phi}^*]^{-1} [\bar{K}_{\phi u}] \right]^{-1} \{F_g(s)\} \quad (20)$$

De posse da equação anterior resta definir analiticamente os parâmetros ótimos de sintonia dos circuitos shunt clássicos para a obtenção do máximo amortecimento modal. Esses parâmetros de sintonia foram apresentados para modos únicos de vibração por Hagood e Flotow (1991) e também por Viana (2005) e são sumarizados a seguir.

Tabela 1 - Parâmetros ótimos dos circuitos elétricos shunt resistivo e ressonante em série/paralelo.

Tipo de circuito shunt	Indutância ótima (L^*)	Resistência ótima (R^*)
Ressonante em série	$\frac{1}{C_{pzt} \omega_n^2} (1 + k_{31}^2)^{-1}$	$\frac{1}{C_{pzt} \omega_n} \left(\frac{\sqrt{2} k_{31}}{1 + k_{31}^2} \right)$
Ressonante em paralelo	$\frac{1}{C_{pzt} \omega_n^2} \left(1 - \frac{k_{13}^2}{2} \right)^{-1}$	$\frac{1}{C_{pzt} \omega_n} \left(\frac{1}{k_{13} \sqrt{2}} \right)$
Resistivo	-	$\frac{1}{C_{pzt} \omega_n} \left(1 - \frac{d_{31}^2 E_{pzt}}{\chi_{33}} \right)^{1/2}$

O coeficiente de acoplamento eletromecânico k_{31} apresentado na Tabela 1 é obtido, segundo Viana (2005), por meio da seguinte expressão:

$$k_{31} = \frac{(w_n^o)^2 - (w_n^c)^2}{(w_n^c)^2} \quad (21)$$

onde w_n^o é a frequência natural em circuito aberto e w_n^c é a frequência natural em curto circuito.

Em um *circuito fechado* uma voltagem nula é imposta simultaneamente aos eletrodos superior e inferior do material piezelétrico, e num *circuito aberto* o eletrodo mestre inferior é aterrado e o superior permanece livre.

Uma técnica alternativa para a obtenção dos parâmetros ótimos de sintonia dos circuitos passivos shunt consiste da utilização dos métodos naturais de otimização (por exemplo, *Algoritmos Genéticos* - GA e *Colônia de Formigas* - ACO, dentre outros).

A seguir, são apresentadas as simulações numéricas efetuadas para obtenção dos parâmetros ótimos de sintonia dos circuitos shunt resistivo e ressonante. Os parâmetros de sintonia obtidos pelos métodos naturais ACO e GA são comparados com os preditos pelas equações analíticas apresentadas na Tabela 1 para o amortecimento das amplitudes de vibração da primeira frequência natural de estruturas compostas laminadas.

6. SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Esta aplicação numérica objetiva evidenciar o amortecimento passivo de vibrações de um viga composta laminada engastada-livre e dotada de uma pastilha piezocerâmica acoplada a diferentes topologias de circuitos elétricos shunt. As topologias implementadas foram a resistiva a ressonante em série e em paralelo. A modelagem numérica do sistema viga-pzt foi realizada na plataforma Matlab® e integrada com a toolbox de otimização Simple® e desenvolvida no trabalho de doutorado do dissente Felipe A. C. Viana (2006) do grupo de pesquisa do LMEST-UFU.

Inicialmente, são apresentados os parâmetros ótimos de sintonia obtidos por meio das fórmulas analíticas apresentadas na Tabela (1) e posteriormente eles são comparados com os valores atingidos pelos algoritmos de otimização ACO e GA.

A viga composta laminada estudada possui 234mm de comprimento, 25,4mm de largura e 4,192mm de espessura e é dotada de uma pastilha de cerâmica piezocerâmica de dimensões 50,8x25,4mm² colada em sua face superior a 20 mm de distância do engaste. O composto laminado possui um total de quatro camadas fabricadas de grafite/epóxi e orientadas a [0°/90°]_s. A direção das fibras das camadas orientadas a 0° é paralela ao eixo x, a espessura de cada camada do composto laminado é de 0,1048mm, enquanto que a espessura da pastilha piezocerâmica é 0,762mm.

Os valores das constantes elásticas do composto laminado T300/934 adotados são: $E_{11} = 132,4$ GPa; $E_{22} = E_{33} = 10,8$ GPa; $G_{23} = 3,6$; $G_{13} = G_{12} = 5,6$ GPa; $\mu_{12} = \mu_{13} = 0,24$; $\mu_{23} = 0,49$. As do PZT-4 são: $E_{11} = E_{22} = 81,3$ GPa; $E_{33} = 64,5$ GPa; $G_{23} = G_{13} = 25,6$ GPa; $G_{12} = 30,6$ GPa; $\mu_{12} = 0,33$; $\mu_{13} = \mu_{23} = 0,43$. Já os coeficientes piezelétricos das pastilhas são em (10⁻¹²m/V): $d_{31} = d_{32} = -122$; $d_{24} = d_{15} = 495$ e os coeficientes de permissividade elétrica normalizados pela constante dielétrica do ar χ^0 (igual a 8,85x10⁻¹² F/m) são: $\chi_{11} = \chi_{22} = 1475$ e $\chi_{33} = 1300$. A densidade, em kg/m³, do material composto laminado e das pastilhas são, respectivamente, iguais a 1578 e 7600.

A viga foi discretizada em 6x1 elementos e foram obtidos, num primeiro momento, os parâmetros ótimos de sintonia dos diferentes circuitos elétricos shunt por meio da utilização da Tabela (1). Para isto, as cinco primeiras frequências naturais do sistema viga-pzt obtidas nas condições de *curto circuito* são: $f_1 = 119,47$; $f_2 = 516,02$; $f_3 = 699,66$; $f_4 = 766,92$ e $f_5 = 1876,90$ Hz e no *circuito aberto*: $f_1 = 118,72$; $f_2 = 516,02$; $f_3 = 697,80$; $f_4 = 766,92$ e $f_5 = 1876,32$ Hz.

Utilizando a Equação (21), e as frequências naturais dos circuitos aberto e fechado, os parâmetros ótimos da resistência e indutância elétricas para as diferentes topologias de circuitos shunts são obtidos e tabelados a seguir.

Tabela 2 - Parâmetros ótimos dos circuitos shunt resistivo e ressonante.

Circuito shunt	Parâmetros ótimos	
	Resistência (k Ω)	Indutor (H)
Resistivo	45,77	-
Ressonante em série	7,61	64,05
Ressonante em paralelo	303,80	65,27

A seguir, esses parâmetros ótimos de sintonia dos circuitos shunts obtidos analiticamente são comparados com os obtidos numericamente por meio dos métodos naturais ACO e GA integrados com o modelo de elementos finitos da estrutura estudada.

Nesses métodos de otimização, o vetor das variáveis de projeto é dado por $X = [R, L]^T$, sendo R a resistência elétrica e L a indutância do circuito elétrico shunt. O limite inferior e superior dessas variáveis de projeto é apresentado e foi estimado com base nos parâmetros ótimos de sintonia tabelados em (2):

- ✓ $10^2 < R < 10^6$, para o circuito elétrico shunt resistivo,
- ✓ $10^2 < R < 10^4$ e $10^{-1} < L < 10^3$ para o circuito elétrico shunt ressonante em série,
- ✓ $10^2 < R < 10^6$ e $10^{-1} < L < 10^3$ para o circuito elétrico shunt ressonante em paralelo.

Utilizando os métodos naturais ACO e GA, a função objetivo fornecida em (4) e as restrições laterais anteriores, as tabelas apresentadas a seguir sintetizam os parâmetros ótimos de sintonia da resistência elétrica (R) e da indutância elétrica (L) obtidas nas topologias de circuito shunt resistivo, ressonante em série e em paralelo. Somente o primeiro modo de flexão XZ da viga composta laminada e cuja banda de supressão varia entre 100 a 140Hz, foi avaliado.

Tabela 3 – Comparação dos parâmetros ótimos de sintonia de circuitos shunt resistivo e ressonante utilizando métodos analíticos e natural ACO.

Tipo de Circuito	Parâmetros ótimos				%		máx(H)	Número de iterações	Critério de parada
	Analítico		Métodos numéricos						
	Resistor	Intutor	Resistor	Indutor	Resistor	Indutor			
Resistivo	45770,892	-	35636,000	-	22,143	-	88,177	20	iteração
	45770,892	-	35976,000	-	21,400	-	88,175	30	iteração
	45770,892	-	36085,000	-	21,162	-	88,175	50	iteração
Resonante em série	7609,870	64,052	7314,800	65,270	3,877	1,901	67,663	20	iteração
	7609,870	64,052	5828,000	64,564	23,415	0,799	67,961	30	iteração
	7609,870	64,052	7634,000	64,198	0,317	0,228	67,519	50	iteração
Resonante em paralelo	303800,000	65,270	402130,000	64,295	32,367	1,494	67,840	20	iteração
	303800,000	65,270	433010,000	65,908	42,531	0,978	67,840	30	iteração
	303800,000	65,270	362060,000	64,374	19,177	1,373	64,374	50	iteração
	303800,000	65,270	53983000,000	71,621	-	-	69,008	70	iteração

Resistência elétrica(Ω) e indutância elétrica (H).

Tabela 4 - Comparação dos parâmetros ótimos de sintonia de circuitos shunt resistivo e ressonante utilizando métodos analítico e natural GA.

Tipo de Circuito	Parâmetros ótimos				%		máx(H)	Número de iterações	Critério de parada
	Analítico		Métodos numéricos						
	Resistor	Intutor	Resistor	Indutor	Resistor	Indutor			
Resistivo	45770,892	-	36070,000	-	21,194		88,181	20	iterações
	45770,892	-	35974,000	-	21,404	-	88,175	30	iterações
	45770,892	-	35974,000	-	21,404	-	88,175	(50 -15)	estagnação
Resonante em série	7609,870	64,052	9032,600	64,730	18,696	1,059	68,888	20	iterações
	7609,870	64,052	6949,600	64,733	8,676	1,063	67,562	30	iterações
	7609,870	64,052	6740,800	64,792	11,420	1,155	67,514	50	iterações
Resonante em paralelo	303800,000	65,270	362280,000	66,058	19,250	1,207	67,550	20	iterações
	303800,000	65,270	353950,000	67,544	16,508	3,485	67,544	30	iterações
	303800,000	65,270	272510,000	68,735	10,300	5,308	69,942	50	iterações
	303800,000	65,270	62171000,000	62,830	-	-	88,366	(50+18)	estagnação

Resistência elétrica(Ω) e indutância elétrica (H).

Ambos os métodos naturais utilizaram um total de 20 indivíduos evoluídos em diferentes números de gerações. Os circuitos elétricos shunts resistivo e ressonante em série foram evoluídos

em 20, 30 e 50 gerações ao passo que o circuito elétrico shunt ressonante em paralelo foi acrescida uma nova geração que poderia evoluir até 70 gerações, devido a maior dificuldade encontrada para na sintonia deste tipo de circuito elétrico. Os critérios de parada adotados foram ou por estagnação (fixado em cinco gerações consecutivas sem variação expressiva da função objetivo) ou pelo número máximo de gerações.

Por meio das tabelas anteriores, verifica-se uma pequena diferença porcentual entre os valores analíticos e numéricos de sintonia do indutor, para ambos os circuitos ressonante em série e em paralelo. No entanto, a resistência elétrica desses circuitos apresenta uma maior diferença porcentual em relação à obtida analiticamente. Além disso, constata-se que o circuito elétrico shunt ressonante em série apresenta valores de resistência elétrica inferiores aos do circuito elétrico shunt ressonante em paralelo.

Pela Tabela (3) e (4), os menores valores da função objetivo H representam teoricamente os melhores parâmetros de sintonia dos diferentes circuitos shunts estudados.

O amortecimento do primeiro modo de flexão em torno de XZ dado através dos melhores parâmetros de sintonia encontrados pelos métodos naturais tabelados em (3) e (4) é ilustrado nas figuras a seguir e são comparados com os obtidos analiticamente por meio dos valores ótimos analíticos.

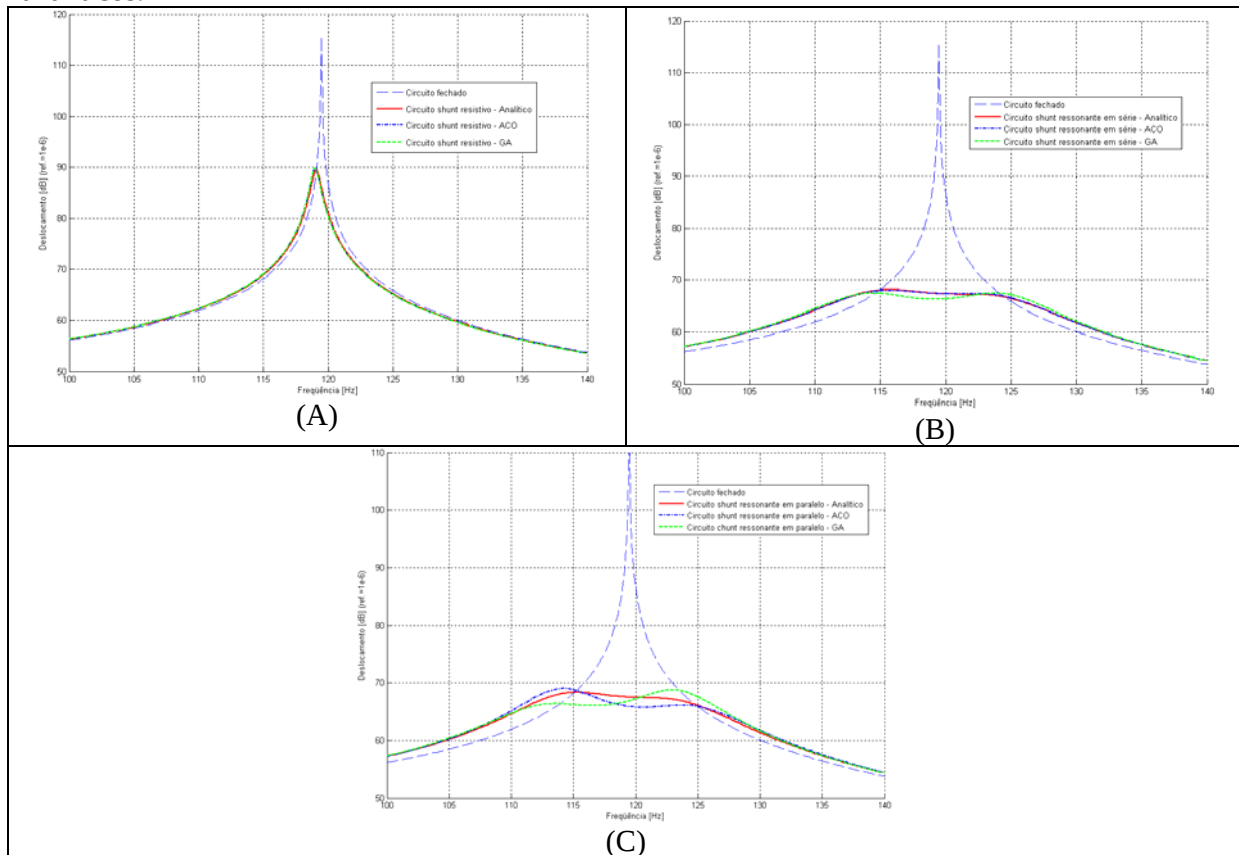


Figura 2 - (A) Amortecimento da amplitude de vibração da primeira frequência natural utilizando circuitos elétricos shunt resistivo, (B) ressonante em série e (C) ressonante em paralelo

7 CONCLUSÕES

Os procedimentos de modelagem numérica por elementos finitos de estruturas dotadas de atuadores piezelétricos permitem avaliar a eficiência de sistemas de controle passivo constituído por circuitos elétricos passivos de diversos tipos.

Ambos os métodos de otimização natural ACO e GA apresentaram parâmetros ótimos de sintonia para os diversos tipos de circuitos estudados semelhantes entre si. Apesar da variação porcentual observada entre os parâmetros de sintonia utilizando as formulações analíticas daqueles obtidos pelos métodos naturais, o amortecimento modal foi praticamente o mesmo.

A função objetivo do circuito shunt resistivo possui um único mínimo, que no caso é o global, o que possibilita o emprego de técnicas clássicas de otimização, menos onerosas computacionalmente, para a obtenção da resistência elétrica de sintonia ótima do circuito. Já a função objetivo dos circuitos shunts ressonantes é bem mais complexa do que a dos resistivos necessitando do uso de métodos naturais de otimização.

Até o presente momento raros trabalhos utilizaram a teoria FSDT, ou alternativamente a HSDT, aplicada na modelagem de materiais compostos laminados amortecidos passivamente por circuitos elétricos shunts. Além, disso raros trabalhos utilizam técnicas de otimização desses parâmetros elétricos aplicações voltadas ao amortecimento passivo de materiais compostos laminados.

Os resultados motivam a realização de experimentos para a validação da modelagem numérica efetuada para estruturas compostas laminadas amortecidas passivamente pelo emprego de circuitos shunts de várias topologias.

8. AGRADECIMENTOS

Ao CNPq pela bolsa de Doutorado de Faria, A. W. e de Viana, F. C. e ao Programa de Pós-Graduação em Eng. Mecânica da UFU e Lmest-UFU pela oportunidade de efetuar este trabalho.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Chee, C.; Tong, L.; Steven, G. P., 2001, "Static Shape Control of Composite Plates Using a Curvature-displacement Based Algorithm", *International Journal of Solid and Structures*, Vol. 38, pp. 6381-6403.

Faria, A. W., 2006, "Modelagem por Elementos Finitos de Placas Compostas Dotadas de Sensores e Atuadores Piezelétricos: Implementação Computacional e Avaliação Numérica", *Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG.*

Faria, A. W., Rade, D. A. e Rade, R. S. L., 2006, "Formulação em elementos finitos de estruturas compostas laminadas amortecidas passivamente por circuitos shunt", 16º Simpósio de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Uberlândia, MG.

Hagood, N. W. e Von. Flotow, A., 1991, "Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Network", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146, n.2, pp. 243-268.

Reddy, J. N., 1997, "Mechanics of Laminated Composite Plates: Theory and Analysis", Florida: CRC Press, 2.ed.

Saravanas, D. A., 1999, "Passively Damped Laminated Piezoelectric Shell Structures with Integrated Electric Networks", *National Aeronautics and Space Administration - NASA*, pp. 1-19.

Viana, F. A. C., 2005, "Amortecimento de Vibrações usando Pastilhas Piezelétricas e Circuitos Shunt Ressonantes", *Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia.*

Viana, F. A. C.; Kotinda, G. I.; Rade, D. A. e Steffen, V., 2006, "Can Ants Design Mechanical Engineering Systems?"

Wu, S. Y. e Bicos, A. S., 1997, "Structural Vibration Damping Experiments Using Improved Piezoelectric Shunts" In *Proc. SPIE Conf. Passive Damping Isolation: SPIE*. Vol. 3045, pp. 40-50.

PASSIVE DAMPING OF VIBRATION OF LAMINATED COMPOSITE MATERIAL USING ELECTRICAL CIRCUIT SHUNT: OPTIMIZATION OF ELECTRICAL PARAMETERS OF TUNED USING NATURAL OPTIMIZATION METHODS.

Albert Willian Faria

Federal University of Uberlândia. Avenue João Naves de Avila, 2160 , Block 1O, Laboratory of Structures Mechanical Prof. José Eduardo Tannús Reis (Lmest), Sta. Mônica, Uberlândia, MG.
awfaria@mecanica.ufu.br

Felipe A. C. Viana

Federal University of Uberlândia.

Domingos Alves Rade

Federal University of Uberlândia.

Abstract: *This article uses the optimization natural methods Any Colony Optimization (ACO) and Genetic Algorithm (GA) in the search of optimal electricals parameters (resistance and electrical inductance) of shunt circuits for the maximum modal damping of laminated composite structures. These circuits are coupled the one piezoelectric patch stickled on the laminated composite structure. The laminated composite structures studies are numerically formulated by method the finite elements (MEF) out of means of utilization of Mixed Theory, this is theory mix two distinct theories for the approximation of mechanical and electrical variables, respectively, the First-order Shear Deformation Theory (FSDT) and Layerwise Theory. The element used in the numerical formulation has eight nodes, five mechanical freedom degrees for node and eight electrical freedom degrees for piezoelectric layer interface. For the maximum modal damping of first natural frequency of vibration of one beam constrained fabricated of laminated composite, the electrical parameters of shunt circuits (resistance and inductance electrical) are tuned for means of ACO and GA algorithms and compared with the analytically obtained. This numerical application shows shunts circuits can are tuned using natural methods of optimization.*

Key-words: *Laminated composite material, shunts circuits, passive damping of vibration, GA, ACO and finite elements.*