

MODELAGEM E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DE TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS

Odair Antonio Nunes Junior

Domingos Alves Rade

Faculdade de Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Uberlândia, Av. João Naves de Ávila 2121, Campus Santa Mônica, 38400-902 – Uberlândia, Minas Gerais, Brasil.

[oanunes@mecanica.ufu.br](mailto: oanunes@mecanica.ufu.br)

[domingos@ufu.br](mailto: domingos@ufu.br)

Resumo: A incorporação de materiais piezelétricos como sensores e/ou atuadores em estruturas mecânicas tem despertado grande interesse e intensa investigação matemática e experimental é fundamental para a correta aplicação e utilização desta tecnologia. Neste contexto, o trabalho tem como objetivo a modelagem e validação experimental de dispositivos piezelétricos. As análises numéricas são desenvolvidas com o software de elementos finitos ANSYS e os resultados comparados com as verificações experimentais. O material analisado é uma cerâmica da classe de simetria hexagonal da família 6 mm, como os diversos tipos de PZT, neste caso, uma piezocerâmica PZT-5A no formato de um disco de 30 mm de diâmetro e 2 mm de espessura. Na abordagem experimental é utilizado um analisador de impedância modelo HP4194A, pois este equipamento permite a determinação das frequências de ressonância com maior precisão. O trabalho propõe ainda um método para determinação do coeficiente de amortecimento de cerâmicas piezelétricas utilizando este analisador de impedâncias complexas, conectado a um microcomputador via protocolo GPIB (General Purpose Interface Bus). O coeficiente de amortecimento é obtido utilizando técnicas elétricas, numéricas e experimentais. Através da análise elétrica da impedância e admitância elétrica é possível calcular diretamente o amortecimento da cerâmica piezelétrica, através do fator de qualidade mecânico, que está relacionado com perdas mecânicas, dissipação de energia sob forma de calor, etc. As análises numéricas são utilizadas para a comparação com os resultados experimentais e posterior validação do modelo de elementos finitos.

Palavras-chave: Análise Numérica, Testes Experimentais, Transdutores Piezelétricos, Impedância Elétrica, Coeficiente de Amortecimento.

1. INTRODUÇÃO

Os materiais piezelétricos de uso mais corrente incluem o fluoreto de polivinilideno (PVDF) que é um filme polimérico semicristalino e o titanato zirconato de chumbo (PZT) que é um material cerâmico. Estes materiais deformam-se quando expostos a uma voltagem elétrica e de maneira inversa produzem cargas elétricas quando sofrem solicitações mecânicas. Esses efeitos chamados efeitos piezelétricos direto e inverso são devido à permanente polarização induzida durante o processo de fabricação destes materiais ao serem expostos a um forte campo elétrico.

O projeto de sistemas mecânicos combinados com transdutores piezelétricos exige intensa investigação matemática e experimental. Neste contexto, o desenvolvimento de técnicas de caracterização de cerâmicas piezelétricas é importante para que os transdutores piezelétricos possam ser projetados de acordo com as características desejadas. A caracterização de transdutores piezelétricos envolve a utilização de métodos numéricos e experimentais e, neste caso, as propriedades elétricas, piezelétricas e mecânicas dos materiais devem ser conhecidas com precisão

para que o modelo represente o transdutor físico. Estas propriedades são fornecidas pelos fabricantes em valores aproximados, porém o amortecimento mecânico não é fornecido, o que dificulta a modelagem.

As análises numéricas foram desenvolvidas com o software de elementos finitos ANSYS e os resultados comparados com as verificações experimentais. O material analisado e utilizado neste trabalho é uma cerâmica da classe de simetria hexagonal da família 6 mm, como os diversos tipos de PZT, neste caso, uma piezocerâmica PZT-5A no formato de um disco de 30 mm de diâmetro e 2 mm de espessura. De acordo com as normas do IEEE *standards* [1], a direção da polarização, é a direção z . A direção z é a direção de polarização que o *software* ANSYS, de elementos finitos, considera nos modelos tridimensionais.

Deste modo, as equações constitutivas apresentadas neste trabalho são referentes a modelos tridimensionais e seguem a definição das direções do IEEE [1], no qual a polarização está na direção z . Nos modelos bidimensionais, o ANSYS considera a polarização na direção y . Dessa forma, para realizar uma simulação bidimensional há necessidade de inversão de base da matriz das equações constitutivas.

2. PROPRIEDADES PIEZELÉTRICAS

Os materiais piezelétricos são, elasticamente e piezeletricamente, anisotrópicos na direção 3 e isotrópicos no plano 12. Devido às propriedades isotrópicas no plano 12, as constantes na direção 1 e na direção 2 possuem os mesmos valores. Para os materiais das classes hexagonais com anisotropia na direção z , como o PZT-5A, são mostradas a seguir as matrizes de rigidez elástica $[c]$, a matriz de permissividade dielétrica $[\epsilon]$ e a matriz de tensão piezelétrica $[e]$.

As constantes de rigidez elástica são:

$$[c] = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E \end{bmatrix}, \quad (01)$$

$$c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})$$

As componentes de permissividade dielétrica são:

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix}. \quad (02)$$

E as constantes piezelétricas de tensão mecânica são:

$$[e] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (03)$$

Na análise elétrica, as piezocerâmicas estão livres de esforços mecânicos e podem vibrar em todas as direções. A tabela 1 mostra as propriedades do PZT-5A usadas no ANSYS.

Tabela 1. Propriedades do PZT-5A.

constantes elásticas	c_{11}^E	$12,10 \times 10^{10}$	s_{11}^E	$16,4 \times 10^{-12}$
	c_{12}^E	$7,54 \times 10^{10}$	s_{12}^E	$-5,74 \times 10^{-12}$
	c_{13}^E	$7,52 \times 10^{10}$	s_{13}^E	$-7,22 \times 10^{-12}$
	c_{33}^E	$11,10 \times 10^{10}$	s_{33}^E	$18,8 \times 10^{-12}$
	c_{44}^E	$2,11 \times 10^{10}$	s_{44}^E	$47,5 \times 10^{-12}$
	c_{66}^E	$2,26 \times 10^{10}$	s_{66}^E	$44,3 \times 10^{-12}$
constantes piezelétricas	e_{31}	-5,4	d_{31}	$-1,71 \times 10^{-10}$
	e_{33}	15,8	d_{33}	$3,74 \times 10^{-10}$
	e_{15}	12,3	d_{15}	$5,84 \times 10^{-10}$
constantes dielétricas relativas*	$\epsilon_{11}^S / \epsilon_0$	930	$\epsilon_{11}^T / \epsilon_0$	1730
	$\epsilon_{22}^S / \epsilon_0$	930	$\epsilon_{22}^T / \epsilon_0$	1730
	$\epsilon_{33}^S / \epsilon_0$	867	$\epsilon_{33}^T / \epsilon_0$	1700

(*) $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$

As características dinâmicas de um material piezelétrico dependem das constantes ilustradas na tabela 1, da densidade e do amortecimento. As frequências de ressonância f_s e anti-ressonância f_p são algumas das características mais importantes de um oscilador piezelétrico. A frequência f_p corresponde à resistência elétrica R máxima ($|Z| = \sqrt{|R|^2 + |X|^2} \rightarrow X$ é a reatância elétrica), enquanto que a frequência f_s corresponde à condutância elétrica G máxima ($|Y| = \sqrt{|G|^2 + |B|^2} \rightarrow B$ é a susceptância elétrica), como mostra as Figuras 1(a) e (b). Nesta figura também são ilustradas as frequências relacionadas com a largura de banda, $f_{+1/2}$ e $f_{-1/2}$, que podem ser medidas também nos valores mínimo e máximo de X , respectivamente.

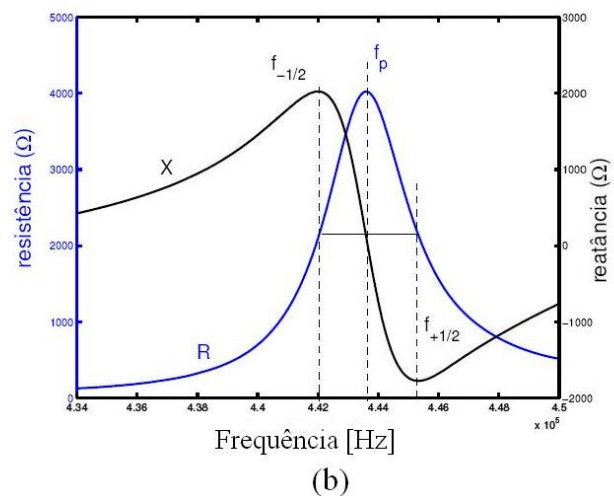
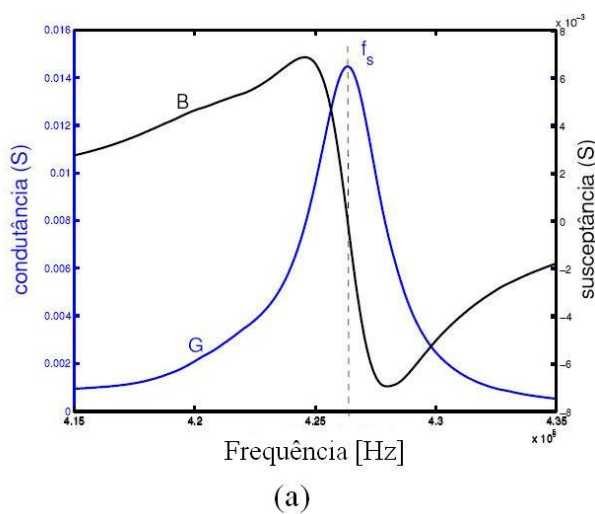


Figura 1 – (a) Curva da condutância G e susceptância B elétricas indicando a frequência f_s . (b) Curva da resistência R e reatância elétrica X indicando as frequências f_p , $f_{+1/2}$ e $f_{-1/2}$.

O fator de qualidade mecânico, o qual está relacionado com as perdas mecânicas, tais como dissipação de calor é dado por:

$$Q_m = \frac{\omega_r}{2(\omega_{+1/2} - \omega_{-1/2})} \quad (04)$$

onde

$$\omega_r = 2\pi f_r \rightarrow \text{Frequência natural amortecida}$$

O fator de qualidade mecânico também está relacionado com o amortecimento mecânico. Os tipos de amortecimento, sua influencia no MEF e como inseri-los no *software* de elementos finitos, o ANSYS, está descrito a seguir.

3. AMORTECIMENTO

O tratamento do amortecimento de um material piezelétrico é uma medida importante para caracterização e modelagem desses dispositivos. Os resultados das simulações das análises vibracionais e acústicas são bastante sensíveis a esse parâmetro.

Com relação à dissipação de energia, a maioria dos sistemas que dissipam energia através da vibração são não-lineares e não obedecem a amortecimentos lineares viscosos nem amortecimentos lineares com histerese. No entanto, modelos de amortecimento ideal podem ser concebidos, os quais frequentemente permitem uma aproximação satisfatória.

Neste trabalho é analisada a influencia do amortecimento viscoso no comportamento dos transdutores piezelétricos e ainda a forma de trabalhar com esse tipo de amortecimento no MEF.

Um parâmetro importante para descrever as propriedades do amortecimento é o coeficiente de amortecimento mecânico:

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (05)$$

Baseado no valor da razão de amortecimento, o movimento do corpo de massa m pode ser dividido nos três seguintes casos: $\zeta < 1$ - movimento oscilatório; $\zeta > 1$ - movimento não-oscilatório; $\zeta = 1$ - movimento com amortecimento crítico.

A relação entre a frequência de ressonância não amortecida, na qual a amplitude de vibração é infinita, e a frequência de ressonância amortecida é escrita como:

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (06)$$

A forma mais comum de tratar o amortecimento é através da equação de Rayleigh:

$$c = \alpha m + \beta k \quad (07)$$

onde α é o fator multiplicador da matriz de massa e β o fator multiplicador da matriz de rigidez do material. Dessa forma, diferentes amortecimentos físicos podem ser modelados de acordo com os valores de α e β . Estas relações são: $\alpha = \beta = 0$ - caso não amortecido; $\alpha = 0$ e $\beta > 0$ - amortecimento viscoso; $\alpha > 0$ e $\beta = 0$ - amortecimento proporcional à massa; $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ - amortecimento de Rayleigh.

O amortecimento viscoso é normalmente o que ocorre nas vibrações dos transdutores piezelétricos, dessa forma, $\alpha=0$ e o amortecimento β pode ser calculado a partir da equação Gilder [5]:

$$\beta = \frac{1}{\omega Q_m} \quad (08)$$

onde Q_m é o fator de qualidade mecânico, que para um material piezelétrico pode ser determinado experimentalmente através da análise da impedância elétrica.

A Figura 2 mostra a curva de impedância elétrica do material PZT-5A na região do primeiro modo de vibrar. São apresentados diferentes valores de amortecimento viscoso e sua influência no comportamento do material.

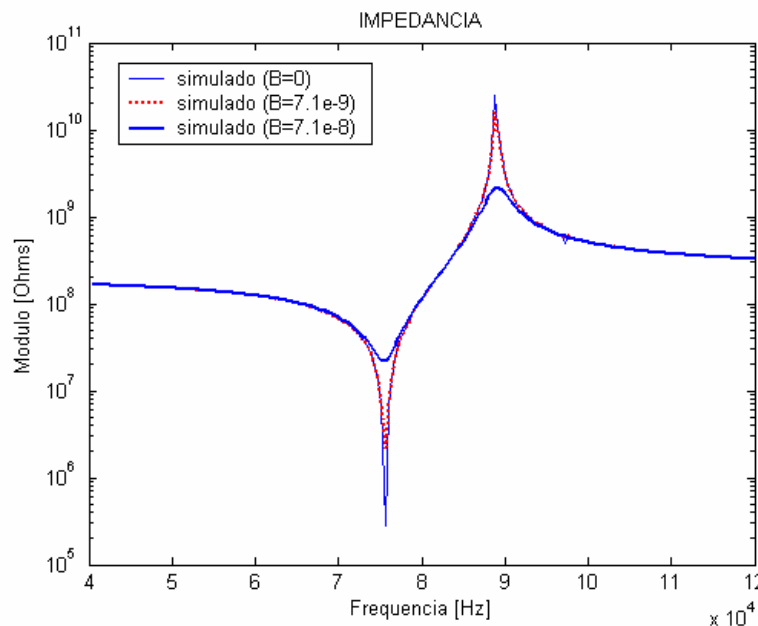


Figura 2 - Influência do amortecimento no comportamento do material.

No próximo item são apresentados os conceitos básicos sobre MEF envolvidos neste trabalho e como utilizar o amortecimento nas simulações.

4. MODELAGEM DE DISPOSITIVOS PIEZELÉTRICOS

A utilização conjunta de métodos numéricos e experimentais permite uma melhor compreensão do comportamento de transdutores piezelétricos e a determinação de vários fatores que influenciam seu comportamento. Estes fatores são, por exemplo, amortecimento da estrutura, resposta do deslocamento em frequência, resposta a uma excitação transiente, resposta em frequência da admitância e impedância elétrica, frequências de ressonância e anti-ressonância, fator de acoplamento, etc.

O amortecimento é um parâmetro importante na análise vibracional de uma estrutura. Na análise estática das cerâmicas piezelétricas, não há influência do amortecimento, porém, em análises harmônica ou transiente esta influência está presente. A literatura clássica sobre vibração e amortecimento de estruturas não apresenta de forma satisfatória o tratamento e como determinar o amortecimento de uma estrutura. Os softwares de elementos finitos, tal como o ANSYS, permitem a modelagem e análise vibracional de uma estrutura, porém há diversas formas de inserir o valor do amortecimento. Por esse motivo, desenvolver uma técnica de determinar o amortecimento é muito importante para a modelagem e caracterização de transdutores piezelétricos.

As melhores considerações sobre amortecimento são relatadas em artigos na área de elementos finitos, devido à necessidade de inserir os amortecimentos nas simulações das estruturas, para uma aproximação da realidade. A formulação vibracional piezolétrica, para elementos finitos, foi inicialmente desenvolvida por ALLIK e HUGHES [2], sem considerar o amortecimento. Os primeiros a considerarem o amortecimento, na formulação piezolétrica do método de elementos finitos (MEF), foram NAILLON *et al.* [3] e este é um dos melhores trabalhos sobre o assunto, embora o resultado da impedância elétrica, obtida por esses autores, utilizando o MEF não considera o amortecimento. Em seu trabalho, LERCH [4] atribui valores às constantes multiplicadoras da matriz massa e da matriz rigidez, de forma a casar os resultados experimentais e simulados da impedância elétrica. No entanto, para o caso de um transdutor piezolétrico vibrando, o amortecimento considerado é o viscoso. Dessa forma, a constante multiplicadora da matriz massa deve ser nula, de acordo com o próprio autor [4].

A forma de determinação do amortecimento proposta consiste na utilização em conjunto das técnicas elétricas, numéricas e experimentais. Através da análise elétrica da impedância e admitância elétrica é possível calcular diretamente o amortecimento da cerâmica piezolétrica, através do fator de qualidade mecânico, que esta relacionado com perdas mecânicas, dissipação de energia sob forma de calor, etc.

Uma cerâmica piezolétrica tem seu comportamento influenciado pelo amortecimento, pelas constantes dielétricas (permissividades), constantes de tensão/deformação piezolétricas e constantes de rigidez/flexibilidade mecânica, além da densidade que influencia nas frequências de ressonância. Os valores dessas constantes são fornecidos pelos fabricantes e podem ser encontrados também na literatura. Com o conhecimento de todas as propriedades das piezocerâmicas, pode-se, através do método de elementos finitos, projetar transdutores piezolétricos com o comportamento desejado antes de fabricar os protótipos. Além disso, permite o projeto de transdutores e piezocerâmicas com características otimizadas.

As análises numéricas realizadas pelo MEF fornecem as amplitudes de deslocamento, resposta em frequência do deslocamento, curvas de impedância elétrica e frequências de ressonância. Para se realizar uma análise piezolétrica no ANSYS é necessário utilizar um desses tipos de elementos: PLANE13, SOLID5, SOLID98, PLANE223, SOLID226 ou SOLID227. O elemento utilizado neste trabalho é o SOLID5, com graus de liberdade de deslocamento em x, y e z e um grau de liberdade de voltagem. Para o elemento SOLID5 deve-se especificar valores de permissividade relativa como PERX, PERY e PERZ. Esses valores de permissividade representam os componentes da diagonal da matriz permissividade $[\epsilon^s]$. É importante salientar que os valores de permissividade especificados utilizando o comando MP serão sempre interpretados como permissividade a deformação constante. Além disso, se os valores de permissividade forem menores que 1 para o elemento SOLID5, o programa interpreta esses valores como permissividade absoluta.

Existem basicamente duas possibilidades de se modelar dispositivos piezolétricos no ANSYS. Uma delas é definir a matriz de tensão piezolétrica $[e]$ juntamente com a matriz de elasticidade anisotrópica (matriz de rigidez $[c]$). A outra forma é definir a matriz de deformação piezolétrica $[d]$ juntamente com a matriz de flexibilidade $[s]$. Neste caso, o ANSYS converte a matriz de deformação piezolétrica na matriz de tensão piezolétrica e para isso utiliza a matriz de elasticidade, a qual é o inverso da matriz de flexibilidade, como mostra a Equação (09).

$$[e] = [c][d] \quad \text{ou} \quad [e] = [s]^{-1} [d] \quad (09)$$

Outro fato importante na modelagem de dispositivos piezolétricos é a aplicação das condições de contorno do problema. Primeiramente, deve-se informar se o dispositivo está fixo por alguma extremidade ou livre. Outra informação indispensável está relacionada com a definição dos eletrodos superior e inferior. Neste caso, uma área representativa do eletrodo superior deve ser escolhida e posteriormente seleciona-se todos os nós pertencentes a esta área. A condição de contorno que deve ser imposta para definir o eletrodo é garantir que todos os nós selecionados

possuem a mesma voltagem. Assim, definiu-se o nó mestre no eletrodo superior, onde será aplicada a voltagem de entrada e adquirida a corrente resultante para o cálculo da impedância elétrica. O mesmo procedimento é realizado no outro eletrodo com apenas uma diferença, no eletrodo inferior deve ser aplicada voltagem nula no nó mestre.

4.1. Método de Elementos Finitos

Neste trabalho as análises numéricas do transdutor piezelétrico são realizadas utilizando o método de elementos finitos (MEF) através do *software* comercial ANSYS. A teoria apresentada aplica-se ao comportamento dos materiais piezelétricos e para isso é necessário inserir os valores das constantes das equações constitutivas. As simulações foram realizadas em três dimensões, com a polarização na direção z .

O uso do MEF depende basicamente da divisão da estrutura analisada em elementos discretos e do princípio variacional que estabelece em cada instante o equilíbrio da energia cinética e potencial em todos os pontos do volume considerado. No MEF, a modelagem de um material piezelétrico ou não-piezelétrico, obedece inicialmente às equações de equilíbrio. As constantes inseridas no ANSYS para um sólido não piezelétrico são as relacionadas com a lei de Hooke, e para um sólido piezelétrico são as equações constitutivas.

4.1.1. Equações Piezelétricas do Movimento com Amortecimento

As equações piezelétricas do movimento em nível global são obtidas a partir do princípio da mínima energia por meio do princípio variacional e podem ser representadas na forma matricial pela montagem de todas as equações individuais de cada elemento finito. As equações globais são escritas em termos do deslocamento $\{u\}$, potencial elétrico $\{\Phi\}$, forças mecânicas $\{F\}$ e cargas elétricas $\{Q\}$ nos pontos nodais. Segundo Naillon [3] e Lerch [4], as equações diferenciais do movimento que levam em conta o acoplamento eletromecânico são escritas como:

$$[M_{UU}]\{\ddot{u}\} + [C_{UU}]\{\dot{u}\} + [K_{UU}]\{u\} + [K_{U\Phi}]\{\Phi\} = \{F\} \quad (10)$$

$$[K_{U\Phi}]^T\{u\} + [K_{\Phi\Phi}]\{\Phi\} = \{Q\} \quad (11)$$

onde

$$[M_{UU}] = \rho \int_V [N_U]^T [N_U] dV \quad \text{Matriz de massa;}$$

$$[K_{UU}] = \int_V [B_U]^T [C] [B_U] dV \quad \text{Matriz de rigidez elástica;}$$

$$[K_{U\Phi}] = \int_V [B_U]^T [e]^T [B_\Phi] dV \quad \text{Matriz de rigidez piezelétrica;}$$

$$[K_{\Phi\Phi}] = - \int_V [B_\Phi]^T [\epsilon] [B_\Phi] dV \quad \text{Matriz de rigidez dielétrica.}$$

Os termos $[B_U]$, $[B_\Phi]$ e $[N_U]$ são, respectivamente, matriz deformação-deslocamento, matriz campo-deslocamento elétrico e função de interpolação de deslocamento.

O termo $[C_{UU}]$ é a matriz de amortecimento estrutural mecânico dada por:

$$[C_{UU}] = \alpha [M_{UU}] + \beta [K_{UU}] \quad (12)$$

Para o caso viscoso $\alpha = 0$, dessa forma, a matriz amortecimento torna-se:

$$[C_{UU}] = \frac{1}{\omega Q_m} [K_{UU}] \quad (13)$$

onde, Q_m é o fator de qualidade mecânico do material piezelétrico, que pode ser determinado experimentalmente utilizando análises elétricas, como descrito anteriormente.

Três tipos de soluções são possíveis no ANSYS para as equações piezelétricas. Essas soluções incluem: análise estática, usada para a determinação de deslocamento ou potencial elétrico; análise dinâmica, usada para a determinação da resposta do sistema a excitações harmônicas ou transientes; análise modal, usada para a determinação das frequências naturais e modos de vibração. Neste trabalho apenas a análise harmônica foi utilizada.

4.1.2. Análise Harmônica

A resposta dinâmica de um material piezelétrico é obtida quando este é submetido à excitação harmônica, na qual as cargas aplicadas podem ser tensão elétrica, corrente elétrica, deslocamentos e forças mecânicas. Na análise harmônica, o deslocamento e a tensão elétrica, por exemplo, podem estar fora de fase, mas necessariamente possuem a mesma frequência. O deslocamento elétrico, o potencial elétrico, a força mecânica e as cargas elétricas são dados, respectivamente, por:

$$\{u(t)\} = \{u_0\} e^{-i\omega t + \phi_1} \quad (14)$$

$$\Phi(t) = \Phi_0 e^{-i\omega t + \phi_2} \quad (15)$$

$$\{F(t)\} = \{F_0\} e^{-i\omega t + \phi_3} \quad (16)$$

$$Q(t) = Q_0 e^{-i\omega t + \phi_4} \quad (17)$$

onde ϕ_i , para $i=1,2,3,4$, é a fase. A carga elétrica está relacionada com a corrente elétrica no eletrodo através de

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \quad (18)$$

Através da análise harmônica é possível determinar a resposta em frequência do material piezelétrico. Essas respostas em frequência podem ser, por exemplo, o deslocamento, admitância e impedância elétrica. Essas respostas elétricas são dadas por:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_0}{i\omega Q_0} \quad \text{e} \quad Y = \frac{I}{V} = \frac{1}{Z} \quad (19)$$

Nestas equações, V é a diferença de potencial elétrico e V_0 sua amplitude, Y é a admitância elétrica e Z a impedância elétrica, ω é a frequência de excitação e t o tempo, i é a indicação de número imaginário ($i = \sqrt{-1}$) e Q_0 é a amplitude da carga elétrica. No modelo de MEF, a carga elétrica no eletrodo, no qual é aplicada tensão elétrica, é obtida somando-se as cargas elétricas nodais dos nós do eletrodo (V_0 é a tensão elétrica aplicada e conhecida), ou seja:

$$Q_0 = \sum_{i=1}^n Q_0^i \quad (20)$$

A Figura 3(a) ilustra a curva de resposta em frequência da impedância elétrica do disco piezelétrico, obtida através da análise harmônica, destacando os pontos das frequências de ressonância e anti-ressonância. A Figura 3(b) mostra a curva da fase elétrica pela frequência, para o mesmo material.

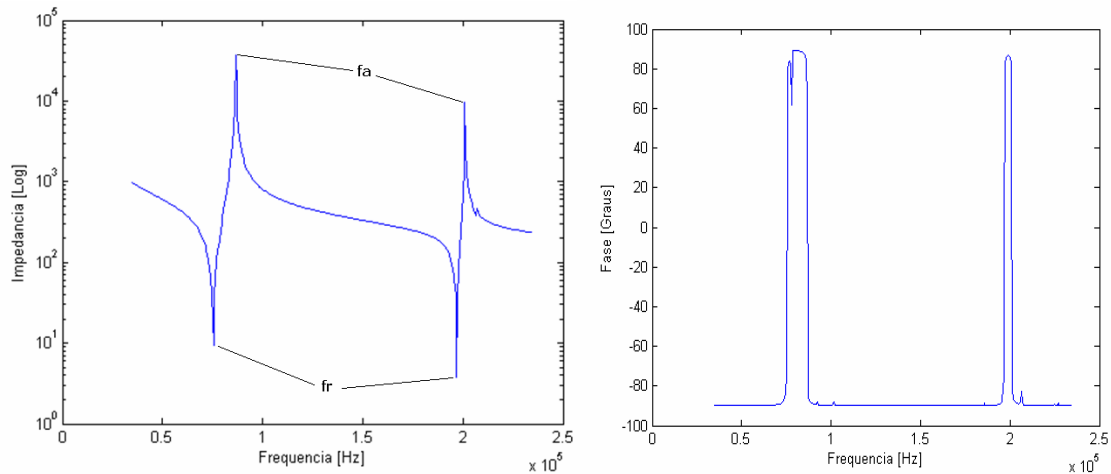


Figura 3 - (a) Curva de resposta em frequência da Impedância elétrica, *fr* indica as frequências de ressonância e *fa* as frequências de anti-ressonância. (b) Curva da fase.

Como discutido anteriormente, na análise harmônica é necessário acoplar os nós que receberão o sinal de excitação, assim como os nós aterrados, pois o sinal elétrico é aplicado em um único nó do eletrodo superior, assim como o terra é aplicado em um único nó do eletrodo inferior. Esses nós que recebem a tensão elétrica e o terra, são denominados nós principais ou nós mestres (Máster DOF), e são aqueles que possuem o menor número do conjunto de nós selecionados.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Esta seção contém análises da cerâmica piezelétrica PZT-5A e mostra o processo de determinação experimental do amortecimento, através da determinação do fator de qualidade mecânico (Q_m). Para o caso de cerâmicas vibrando, pode ser considerado apenas o amortecimento viscoso e o parâmetro a ser determinado é o valor da constante multiplicadora da matriz de rigidez.

As medições experimentais são realizadas com um analisador de impedâncias (HP4194A) conectado a um micro-computador através de uma porta de comunicação GPIB. A Figura 4 mostra a montagem do sistema experimental. A cerâmica é conectada ao analisador de impedância sem grandes pressões sobre ela. O analisador HP4194A faz vários tipos de medições de respostas elétricas, numa faixa de frequência de 100 Hz a 40 MHz.

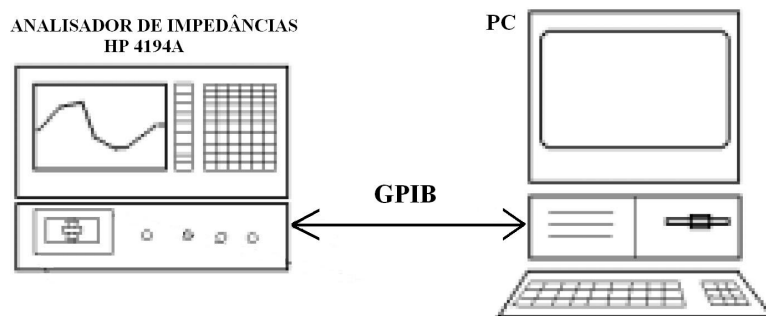


Figura 4: Esquema de montagem do sistema

O analisador de impedâncias HP4194A pode ser configurado através de vários parâmetros: o tipo de medição a ser realizada, a faixa de frequência, tempo de integração, número de pontos, média e outros que estão detalhados mais a frente. Definidos os parâmetros, é enviado um sinal para iniciar a aquisição. Após o termino da aquisição os dados são enviados ao micro-computador. Estes dados são mostrados graficamente na tela do analisador e podem ser armazenados a critério do usuário. Na tela do analisador, definem-se os seguintes parâmetros:

1. Tipo de medida: escolhe-se entre *impedância* e *admitância*.
2. Se impedância for escolhida, têm-se as seguintes opções de medição: $|Z|$ módulo da impedância, θ fase, R resistência, X reatância. Se admitância for escolhida: $|Y|$ módulo da admitância, θ fase, G condutância e B susceptância.
3. Frequência inicial e final devem estar entre 100Hz e 40MHz.
4. *Média*: o analisador calcula a média de uma serie de medidas. A série pode ser de 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 ou 256 medidas.
5. *Tempo de integração*: esta opção serve para se escolher um tempo de integração digital. As opções *Médio* e *Longo* são selecionadas para minimizar o ruído na aquisição. Inicialmente este parâmetro é configurado como *Curto*. Os tempos de integração variam de 500 μ s até 100ms.
6. *Resolução* da curva do sinal medido ou número de pontos no intervalo de frequência considerado. O número de pontos utilizado foi $N = 401$ (resolução máxima fornecida pelo analisador).
7. *Nível da excitação* que o material esta sendo submetido. Neste trabalho utilizou-se 1V de entrada.

O equipamento apresenta os resultados medidos através de dois canais de saída, canal A e canal B. No caso de medidas de módulo e fase, o canal A representa o módulo e o canal B a fase do sinal. O mesmo pode ser aplicado quando o sinal esta sendo adquirido como parte real e parte imaginaria, ou seja, o canal A, neste caso, representa a parte real e o canal B a parte imaginaria.

O analisador de impedância envia ao micro-computador todos os pontos adquiridos separados por vírgulas na forma de um arquivo.DAT. Com os dados na forma de um vetor, pode-se plotar os gráficos. A critério do usuário pode-se salvar os dados em um arquivo em disco no formato texto. O *MATLAB* é o software utilizado para plotar os resultados obtidos e para isso deve-se criar um vetor de frequência a partir da frequência inicial, final e número de pontos.

O programa *MATLAB* constitui uma boa interface para aquisição de dados e visualização das características elétricas. Todos os dados adquiridos são constituídos de vetores de 401 linhas.

5.1. Determinação do Amortecimento do Disco Piezelétrico

Nas simulações no ANSYS é utilizada apenas a constante multiplicadora da matriz de rigidez β . O multiplicador da matriz de massa α é considerado nulo.

A Figura 5(a) apresenta a parte real e a parte imaginária da impedância elétrica obtida experimentalmente. A partir da reatância elétrica obtem-se as frequências $f_{+1/2}$ e $f_{-1/2}$, utilizadas no cálculo do amortecimento. A Figura 5(b) mostra a primeira frequência de ressonância do PZT-5A, obtida no ponto de condutância máxima.

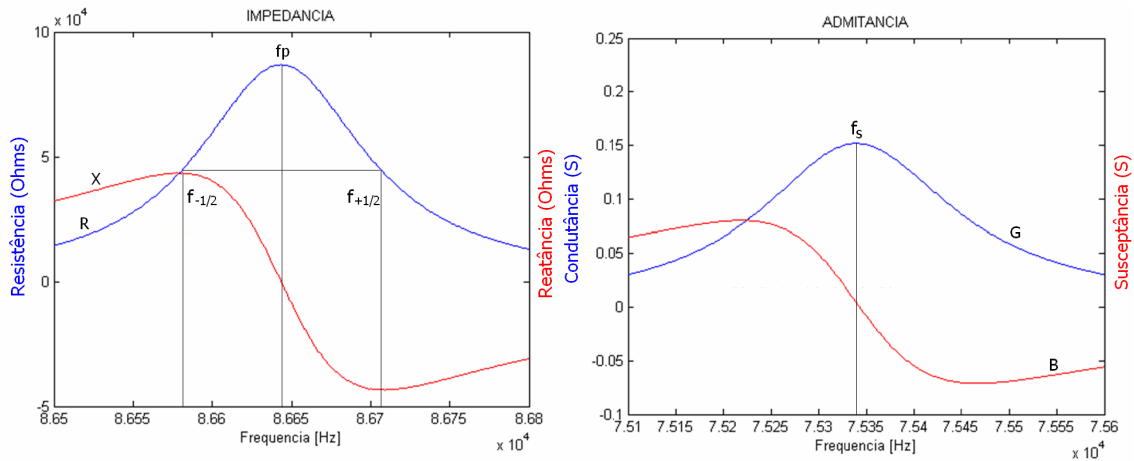


Figura 5 – Respostas elétricas do disco PZT-5A na região do primeiro modo de vibrar. (a) curva da Impedância Elétrica e (b) curva da Admitância Elétrica.

A densidade do disco piezelétrico é $\rho = 6150 \text{ Kg.m}^{-3}$, a primeira frequência de ressonância é $f_s = 75350 \text{ Hz}$ e o fator de qualidade mecânico determinado experimentalmente, utilizando a Equação (04) é $Q_m = 301,4$. Através desse valor determina-se o amortecimento para a primeira frequência de ressonância, $\beta = 7,01 \cdot 10^{-9}$, utilizando a Equação (08).

A Figura 6 mostra o resultado experimental e simulado obtido com a análise da impedância elétrica. Na curva simulada utilizou o multiplicador da matriz de rigidez calculado anteriormente.

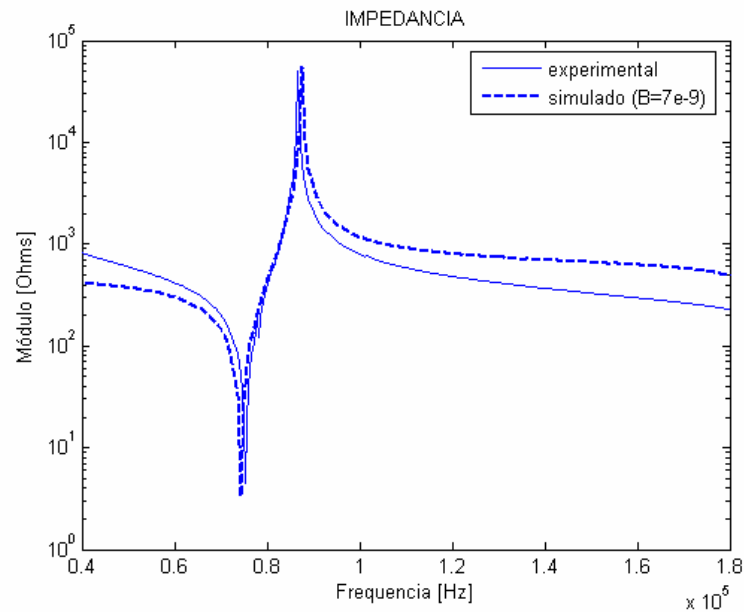


Figura 6 – Respostas elétricas do disco na região do primeiro modo de vibração

Através da curva de impedância elétrica, nota-se que os valores experimentais e simulados pertencentes à região da frequência de ressonância e anti-ressonância estão próximos. Fora dessa região, ou seja, nas extremidades (abaixo de 60 kHz e acima de 120 kHz) há um aumento na diferença entre os valores da impedância elétrica experimental e simulada. Deste modo, os resultados experimentais e simulados apresentam uma boa concordância, mostrando que o modelo de elementos finitos é representativo e o valor determinado para o amortecimento é satisfatório.

As curvas experimentais de impedância elétrica também foram adquiridas numa faixa de frequência contendo vários modos. Primeiramente, no intervalo de frequências entre 35 kHz e 235

kHz, e posteriormente, no intervalo de frequência entre 35 kHz e 435 kHz. Essas curvas experimentais são comparadas com as curvas obtidas pela simulação no ANSYS, nos mesmos intervalos de frequência.

Os resultados obtidos para a impedância elétrica do disco PZT-5A são mostrados na Figura 7. Essas curvas foram obtidas utilizando uma razão de amortecimento ζ , Equação (21), independente da frequência. Esse termo é utilizado em análises de resposta harmônica quando são analisados mais de um modo. O multiplicador da matriz de rigidez β está relacionado com ζ por:

$$\beta = \frac{\zeta}{\pi f} \quad (21)$$

A entrada de ζ no ANSYS é **DMPRAT**. Nessa equação, f é a frequência de ressonância no intervalo f_i (frequência inicial) e f_f (frequência final), definidas para a análise de resposta harmônica.

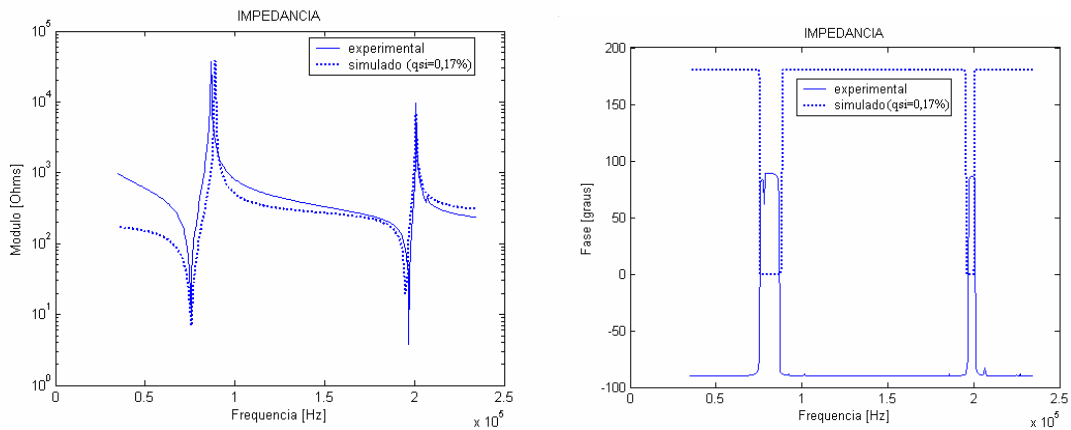


Figura 7. Curvas de impedância elétrica (Módulo e Fase) do PZT-5A.

A Figura 8 mostra a curva de impedância elétrica obtida na faixa de frequência de 35 kHz a 435 kHz. Neste faixa de frequência estão presentes as 4 primeiras frequências de ressonâncias do disco piezelétrico.

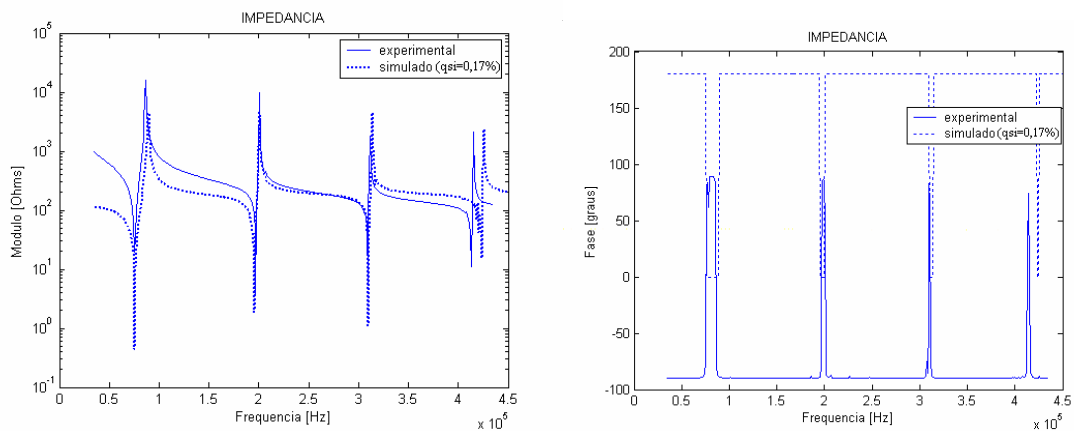


Figura 8. Curvas de impedância elétrica (Módulo e Fase) do PZT-5A.

Os resultados experimentais e simulados apresentam uma boa concordância, mostrando que o modelo de elementos finitos e conseqüentemente, o valor determinado para o amortecimento são satisfatórios. A curva de fase também mostra resultados experimentais e simulados próximos. Nota-se que os resultados obtidos nas análises pelo ANSYS mostram a fase variando entre 180° e 0°, enquanto os resultados experimentais obtidos com o HP4191A sempre mostram a fase variando entre -90° e 90°. Porém, a variação do ângulo de fase é igual a 180° em ambos os resultados.

6. CONCLUSÕES

O valor do amortecimento do disco PZT-5A é determinado experimentalmente e checado através da comparação dos resultados experimentais e simulados. Os resultados obtidos mostram que a técnica de determinação do multiplicador da matriz de rigidez (β) é válida e que o multiplicador da matriz massa (α) pode ser desprezado nas análises vibracionais de transdutores piezelétricos em meios fluídos (ar/líquido), pois na consideração do amortecimento viscoso há apenas contribuição de β .

Para análise e caracterização do transdutor piezelétrico foram avaliados métodos numéricos e experimentais. O método dos elementos finitos foi utilizado na análise numérica enquanto que na análise experimental utilizaram-se medidas de impedância elétrica obtidas no impedancímetro HP4194A. A utilização em conjunto dessas técnicas permitiu construir um modelo bastante representativo e determinar o coeficiente de amortecimento mecânico do material piezelétrico.

Deste modo, o método experimental para obtenção do coeficiente de amortecimento de cerâmicas piezelétricas mostrou-se válido e as curvas de impedância elétrica obtidas com o modelo de elementos finitos apresentaram boa concordância com as curvas experimentais. Não há como comparar os resultados obtidos para o amortecimento com o de outros autores ou tabelas, pois não há relatos sobre o valor deste parâmetro na literatura.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES e ao CNPq pelo suporte a suas atividades de pesquisa.

8. REFERÊNCIAS

- [1] *IEEE – Standard on Piezoelectricity 176-1987*, **IEEE – Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control**, v. 43, n. 5, p. 5-54, 1996.
- [2] ALLIK, H.; HUGHES, T. J. R., *Finite element method for piezoelectric vibration*, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 2, p. 151-157, 1970.
- [3] NAILLON, M.; COURSAINT, R. H.; BESNIER, F., *Analysis of Piezoelectric Structures by a Finite Element Method*, **Acta Eletronica**, v. 25, n. 4, p. 3341-362, 1983.
- [4] LERCH, R., *Simulation of Piezoelectric Devices by Two- and Three-Dimensional Finite Element*, **IEEE – Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control**, v. 37, n. 2, p. 233-247, 1990.
- [5] Gilder N., *Desenvolvimento de técnicas de caracterização de transdutores piezelétricos*, Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Tese de Doutorado, 2002.

MODELING AND EXPERIMENTAL VALIDATION OF PIEZOELECTRIC TRANSDUCERS

Odair Antonio Nunes Junior

Domingos Alves Rade

School of Mechanical Engineering - Federal University of Uberlândia, 2121 João Naves de Ávila Av., Campus Santa Mônica, 38400-902 - Uberlândia, Minas Gerais, Brazil.

[oanunes@mecanica.ufu.br](mailto: oanunes@mecanica.ufu.br)

[domingos@ufu.br](mailto: domingos@ufu.br)

Abstract: *Piezoelectric materials have been widely used as sensors and actuators in mechanical structures and mathematical and experimental investigation is very important to correct application and used of this technology. In this context, the main of this work is modeling and experimental validation of piezoelectric devices. The numerical analysis are developed using the finite element software ANSYS and the results compared with the experimental verifications. The used material is a ceramic of hexagonal symmetric class of family 6 mm, like others type of PZT, in this case, a piezoceramic disc PZT-5A with 30 mm of diameter and 2 mm of thickness. In the experimental analysis is used an impedance analyzer model HP4194A. In particular, the paper presents a method to obtaining the damping factor of piezoelectric ceramics using this impedance analyzer connected to a computer via GPIB protocol (General Purpose Interface Bus). The damping factor is obtained using electrical, numerical and experimental techniques. Through the electrical analysis of the impedance and admittance electric is possible calculated straightforward the damping of the piezoelectric ceramic, using the mechanical quality factor, which is related with mechanical loss, energy dissipation, etc. The numerical analyses are used to comparison with the experimental results and then validation of the finite elements model.*

Keywords: *Numerical Analysis, Experimental Testes, Piezoelectric Transducers, Electric Impedance, Damping Factor.*