

ESTUDO DA RIGIDEZ DE SISTEMAS MULTICORPOS

Rogério Sales Gonçalves

Laboratório de Automação e Robótica
Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia
Campus Santa Mônica
CEP 38400-902 Uberlândia-MG-Brasil
ufursgoncalves@yahoo.com.br

João Carlos Mendes Carvalho

jcmendes@mecanica.ufu.br

Resumo: A importância crescente da alta precisão e desempenho dinâmico para sistemas multicorpos, tais como robôs, máquinas de usinagem de altíssima rotação e sistemas automáticos de manipulação e montagem, têm aumentado o uso de materiais leves e alta resistência, projetados com a finalidade de reduzir dimensões e consequentemente, seu peso. Assim, a rigidez é um parâmetro de projeto importante para otimização de projetos. Neste trabalho diversas abordagens para análise de rigidez são descritas em função das principais fontes de flexibilidades existentes nos sistemas multicorpos.

Palavras-chave: Rigidez, Matriz de Rigidez, Sistemas Multicorpos, Flexibilidade.

1. INTRODUÇÃO

Um sistema multicorpo consiste em uma cadeia cinemática composta por segmentos, que podem ser rígidos ou flexíveis conectados entre si por meio de articulações. As estruturas assim constituídas podem ser de forma aberta (serial) ou fechada. Em função de sua aplicação, as articulações podem ser motorizadas, por exemplo: robô serial industrial, ou sem motorização, por exemplo: suspensão de um veículo. A cadeia cinemática serial é constituída na forma de um braço humano, por isso normalmente denominada “estrutura antropomórfica”, onde os segmentos e as articulações são instalados um após o outro desde a base até atingir o elemento terminal. Desta forma, para ir da base até o elemento terminal e retornar à base, o percurso é o mesmo, num trajeto de ida e volta passando pelos mesmos elementos.

Já na cadeia cinemática fechada, os segmentos e articulações são montados formando anéis como, por exemplo, no mecanismo de quatro barras. Nas cadeias cinemáticas fechadas complexas, possuindo vários anéis, pode-se partir da base e atingir o elemento terminal utilizando-se de mais de um trajeto.

Os sistemas multicorpos são de grande importância, pois são utilizados nas mais variadas aplicações tais como aeronáutica, automobilística, máquinas ferramentas, mecanismos, veículos aquáticos, na área médica e robótica.

Na automobilística tem-se como exemplo de sistema multicorpos os sistemas de suspensão automotiva, que envolve o projeto dinâmico em função de sua rigidez, Fig. 1. Na área médica o uso de estruturas do tipo multicorpos tem que possibilitar sistemas altamente precisos e rígidos, Fig. 2. Na aeronáutica, sistemas multicorpos podem ser encontrados nas mais diversas aplicações como em trem de pouso de aviões, Fig. 3. Outra área de grande destaque consiste no uso em máquinas ferramentas de alta velocidade.

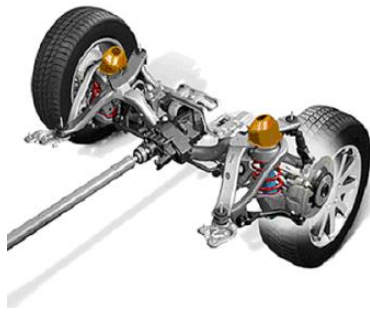


Figura 1. Sistema de Suspensão traseira.



Figura 2. Robô cirúrgico.



(a)



(b)

Figura 3. a) Trem de pouso do Airbus A380; b) Trem de pouso do Beechjet.

Um sistema multicorpo que tem sido muito estudado nos últimos anos consiste na “estrutura paralela”. Uma estrutura paralela consiste de uma cadeia cinemática fechada complexa onde, em geral, existem várias outras cadeias cinemáticas fechadas unindo a base ao elemento terminal, que é denominado “plataforma móvel”.

A estrutura paralela tem sido objeto de inúmeras pesquisas, pois pode ser utilizada para varias aplicações tais como em robótica, máquinas de usinagem, sensores, simuladores de voo e de terremotos, brinquedos, entre outras. Isto se deve às suas vantagens em relação às estruturas seriais. Embora apresente diversas vantagens, este tipo de estrutura apresenta desafios aos pesquisadores na solução de problemas tais como as singularidades, a rigidez e erros/precisão.

Neste trabalho é apresentada uma revisão sobre estruturas robóticas seriais e paralelas, assim como diversas metodologias de estudo da rigidez de cadeias cinemáticas complexas, direcionado às estruturas paralelas.

2. ESTRUTURAS PARALELAS

As estruturas seriais têm sido construídas a partir de uma arquitetura antropomórfica, semelhante ao braço humano. Estas estruturas têm sido estudadas e desenvolvidas principalmente para o uso em robótica. A aplicação das estruturas seriais aos robôs manipuladores se deve, em parte, à idéia inicial de que o robô seria um sistema mecânico capaz de realizar os mesmos tipos de tarefas que o homem e com a mesma habilidade. Entretanto, viu-se, após inúmeras pesquisas e aplicações práticas, que o sonho de se construir uma máquina robótica semelhante ao homem e com a mesma habilidade não seria uma tarefa evidente. Podem-se enumerar diversos elementos que justificam esta dificuldade. No entanto, dois tipos de problemas são imperativos. Um deles está relacionado com a forma de controle: o comando do robô controla ângulos (articulações de rotação) para a execução de trajetórias e tarefas planejadas utilizando-se de coordenadas cartesianas (ou outras associadas a elas). O modelo matemático consiste, então, em um sistema não linear com funções trigonométricas altamente acopladas tornando praticamente impossível sua solução em tempo real. Isto faz com que a grande maioria dos sistemas de comando atualmente existentes, utilize o controle do tipo ponto-a-ponto, onde o elemento terminal, que porta a ferramenta, descreve

uma trajetória discretizada, partindo de cada ponto com velocidade nula e atingindo o ponto consecutivo também com velocidade nula (alguns sistemas têm utilizado splines para obter trajetórias de forma a evitar as paradas intermediárias ponto-a-ponto). O segundo problema está relacionado com a inércia: partindo-se do órgão terminal, cada acionador deve suportar não só a carga manipulada, mas também o peso da estrutura e do acionador consecutivo. Isto faz com que a estrutura seja reforçada para evitar as flexibilidades e sustentar todo o peso morto do sistema. Desta forma, obtém-se uma estrutura extremamente pesada para manipular cargas relativamente pequenas. Tal construção compromete não só a eficiência massiva do robô como também cria problemas relativos à inércia, ou seja, impede a estrutura de operar a altas velocidades e altas taxas de aceleração pois, poderiam criar vibrações indesejadas na estrutura e no posto de trabalho, comprometendo também a precisão. A Figura 4 ilustra alguns exemplos de estruturas seriais.

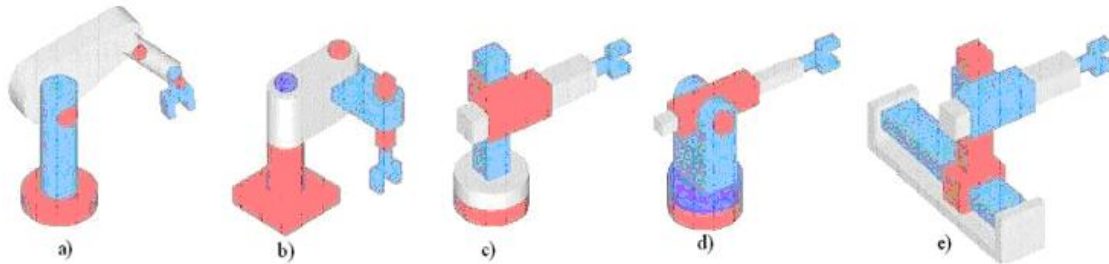


Figura 4. Estruturas diversas de robôs seriais: a) antropomórfica; b) SCARA; c) cilíndrica; d) polar; e) cartesiana.

Vários trabalhos de pesquisa têm sido realizados de forma a procurar soluções para estes tipos de problemas. Uma delas consiste em utilizar mecanismos articulados de cadeia fechada ao invés das cadeias cinemáticas seriais. Esta arquitetura tem sido denominada “arquitetura paralela” ou “estrutura paralela” pela aparente configuração de paralelismo entre os elementos estruturais do mecanismo articulado e também em oposição às estruturas seriais.

A configuração típica das estruturas paralelas consiste em uma cadeia cinemática fechada onde os segmentos (ou conjunto de segmentos articulados) unem, simultaneamente, a base ao elemento terminal (plataforma móvel). Sendo que, em várias formas construtivas, os acionadores podem ser instalados em uma base fixa, tornando-a mais leve. Estas arquiteturas despertam grande interesse porque apresentam grande rigidez aliada à precisão e possuem capacidade de carga maiores às tradicionais arquiteturas seriais. Além disso, podem operar a grandes velocidades sem apresentar os mesmos níveis de problemas inerciais que as arquiteturas seriais. Diversas estruturas paralelas têm sido propostas e estudadas tais como as apresentadas em Stewart (1965), Clavel (1987, 1988), Pierrot et al. (1991), Merlet e Gosselin (1991), Jacquet et al. (1992), Romiti e Sorli (1992), Lallemant et al. (1997), Byun e Cho (1997), Ceccarelli (1997), Portman e Sandler (1999), Kim e Tsai (2002), Gosselin (2004), Di Gregório e Parenti-Castelli (2004) e Bezerra (1996). As aplicações são as mais variadas, mas com um nítido direcionamento para as aplicações que requerem grandes velocidades de trabalho e/ou precisão, características que as arquiteturas seriais não possuem. Como exemplo de aplicação destas estruturas, pode-se citar: manipuladores e micro-manipuladores (com resolução da ordem de $0.1\mu\text{m}$), simuladores de movimento, simuladores de terremoto, simuladores de vôo, punhos, sensores de força, centros de usinagem e brinquedos. As Figuras 5 e 6 apresentam exemplos de estruturas paralelas.

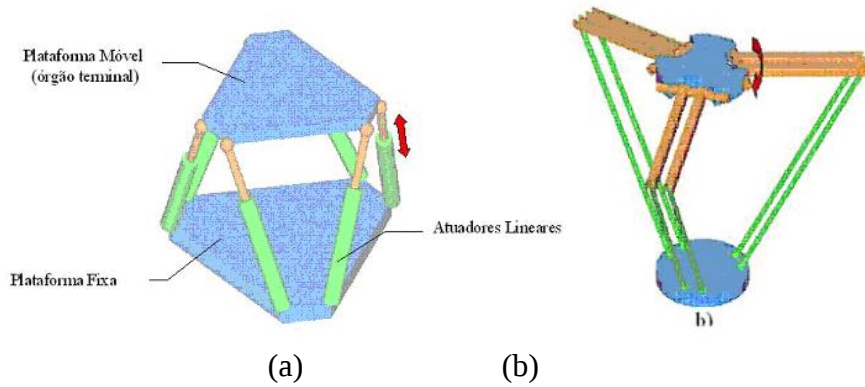


Figura 5. (a) Estrutura cinemática da plataforma de Stewart; (b) Hexa.



Figura 6. Centro de Usinagem - Variax®.

Assim, as estruturas paralelas são então, na realidade, sistemas multicorpos contendo uma ou várias sub-cadeias cinemáticas fechadas.

3. ESTUDO DA RIGIDEZ

Pode-se definir rigidez como sendo a capacidade de um sistema mecânico de suportar cargas sem mudanças excessivas em sua geometria. A rigidez é uma característica mecânica que descreve o comportamento de uma estrutura sujeita as forças estáticas em termos da deflexão elástica e pode ser avaliada em estruturas robóticas através de formulações específicas e testes experimentais ANSI/RIA (1990) e UNI (1995). Desta forma, para o estudo de rigidez de um sistema multicorpo é necessário a obtenção da matriz de rigidez da estrutura analisada. A matriz de rigidez, K , representa a medida da capacidade de um corpo ou estrutura de resistir à deformações devido a ação de forças externas, enquanto a matriz de flexibilidade (compliance), C , representa a medida da capacidade de um corpo ou estrutura para exibir uma deformação devido a ação de forças externas. Sendo a matriz de rigidez a inversa da matriz de flexibilidade, Equação (1).

Assim, conhecendo-se a matriz de rigidez em função dos esforços externos aplicados à estrutura é possível calcular os deslocamentos devido à deformação dos segmentos, Equação 2.

$$K = C^{-1} \quad (1)$$

$$\vec{W} = K \Delta \vec{S}$$

$$\begin{bmatrix} F_x & F_y & F_z & T_x & T_y & T_z \end{bmatrix}^T = [K_{6 \times 6}] \begin{bmatrix} \delta_x & \delta_y & \delta_z & \phi_x & \phi_y & \phi_z \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

As principais fontes de flexibilidade das estruturas robóticas são as articulações, incluindo os atuadores, segmentos e sistemas de transmissão. Assim, em função das principais fontes de flexibilidade da estrutura diversas formas de modelagem foram propostas. Nos trabalhos

desenvolvidos por Tsai (1999) e Kim e Streit (1995), eles consideram que as principais fontes de flexibilidade são devido às articulações. Esta aproximação é aceitável quando o tipo de estrutura estudada utiliza segmentos rígidos, suposição que pode ser aplicada na maioria dos robôs seriais industriais. Outros estudos desprezam a flexibilidade das articulações considerando apenas a flexibilidade dos segmentos. Esta modelagem é aplicada quando os segmentos podem ser modelados como vigas. Este tipo de abordagem é utilizada para modelar braços robóticos flexíveis aplicados em operações espaciais como em Hokamoto e Misra (1995) e em estruturas robóticas paralelas como em Gao et al. (1993) e Svinin et al. (1999). Poucos estudos têm sido realizados considerando ambas as flexibilidades, das articulações e segmentos, como em Yoon et al. (2004).

Os métodos de análises concentram-se no cálculo da Matriz Jacobiana, inicialmente considerando somente a flexibilidade das articulações e, posteriormente, considerando os segmentos como sendo molas. Na consideração do segmento como mola, ele, geralmente, está submetido a apenas esforços de tração e compressão ao longo do seu eixo, sendo desconsiderado os efeitos de flexão e torção.

Outra forma de análise utiliza a técnica de elementos finitos para validar modelos analíticos ou/e resultados experimentais. O método de elementos finitos quando envolvem algum programa comercial de análise requer grande esforço computacional pois, como a rigidez depende da posição, é necessário para cada posição específica realizar a construção de um modelo de elementos finitos.

Outra forma de análise envolve a teoria de Matrizes Estruturais. Nesta teoria os elementos são modelados como vigas e nós. Deve-se ressaltar que a técnica de elementos finitos pode ser inclusa dentro da análise por Matriz Estrutural.

3.1. Modelagem Considerando Flexibilidade das Articulações

A modelagem da flexibilidade das articulações é utilizada considerando a articulação rotativa como sendo uma mola de torção com um parâmetro de rigidez concentrado k_t , e a articulação de translação como sendo uma mola linear, k_p , Fig 7, Duffy (1996); Rivin (1999).

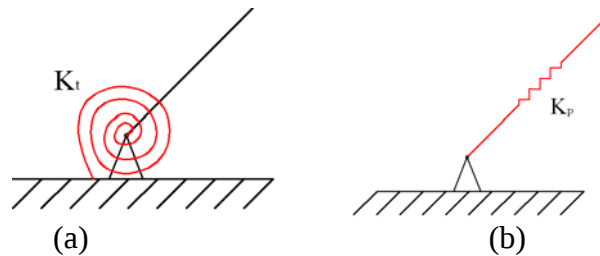


Figura 7. (a) Articulação rotativa modelada como mola de torção e (b) articulação prismática modelada como mola linear.

Nesta modelagem a obtenção da rigidez concentra-se no cálculo da matriz Jacobiana.

Para estrutura serial, a obtenção da matriz de flexibilidade pode ser realizada utilizando-se a Equação 3:

$$C = J\chi^{-1}J^T$$

$$\chi = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_n)$$
(3)

Onde J é a matriz Jacobiana da estrutura robótica e χ é uma matriz diagonal que contém os parâmetros concentrados de rigidez de cada articulação ($k_1 \dots k_n$), modeladas conforme Fig. 7, Tsai (1999).

Para estrutura paralela o cálculo da matriz de rigidez é dado pela Equação 4, Tsai (1999).

$$K = J^T \chi J$$

$$J = J_q^{-1} J_x$$

$$J_x \dot{x} = J_q \dot{q}$$

$$\chi = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_n)$$
(4)

As Figuras 8 e 9 mostram alguns exemplos de modelagem considerando-se as fontes de flexibilidade consideradas como sendo molas.

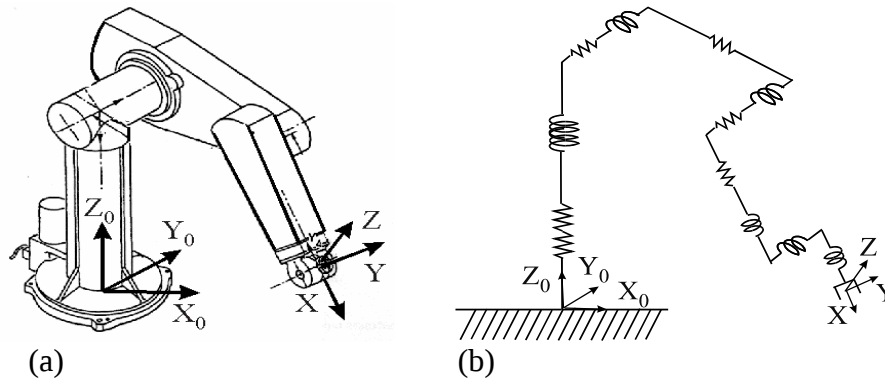


Figura 8. Robô PUMA. (a) Esquema em 3D; (b) modelo simplificado de rigidez, Ceccarelli (2004)

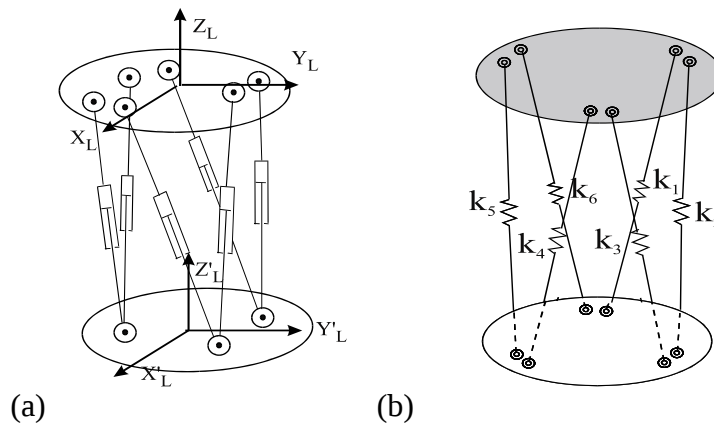


Figura 9. Manipulador Paralelo Gough-Stewart. (a) Modelo Cinemático; (b) Modelo simplificado de rigidez.

3.2. Modelagem da Flexibilidade dos Segmentos

A modelagem considerando os segmentos como fonte de flexibilidade pode ser dividida em duas partes. A primeira parte considera a flexibilidade dos segmentos como sendo modelados como molas lineares. Este tipo de suposição é válido para estruturas robóticas que possuem apenas os esforços aplicados na direção axial dos segmentos da estrutura, isto é, apenas quando os segmentos da estrutura estão submetidos apenas a esforços de tração e/ou compressão.

A segunda parte considera o segmento modelado como sendo uma viga de Euler-Bernoulli. Da resistência dos materiais, Kardestuncer (1974), a matriz de flexibilidade de um segmento com seção uniforme circular pode ser calculada pela Equação 5, Fig. 10.

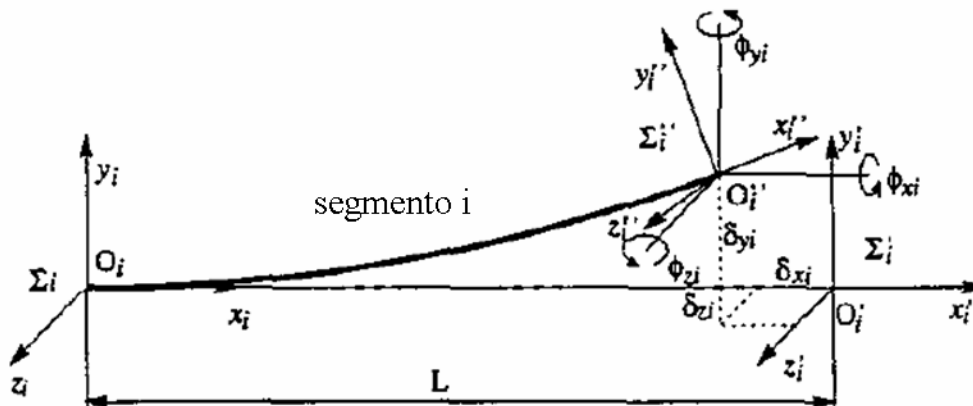


Figura 10. Modelagem de uma viga flexível.

$$C_{ei} = \begin{bmatrix} L_i/EA_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_i^3/3EI_{Zi} & 0 & 0 & 0 & L_i^2/2EI_{Zi} \\ 0 & 0 & L_i^3/3EI_{Yi} & 0 & -L_i^2/2EI_{Yi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_i/GJ_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L_i^2/2EI_{Yi} & 0 & L_i/EI_{Yi} & 0 \\ 0 & L_i^2/2EI_{Zi} & 0 & 0 & 0 & L_i/EI_{Zi} \end{bmatrix} \quad (5)$$

3.3. Modelagem de uma Estrutura Robótica Considerando a Flexibilidade das Articulações e Segmentos.

Poucos estudos têm sido realizados considerando a flexibilidade tanto dos segmentos como das articulações. Dentre os estudos realizados destacam-se os de Yoon et al. (2004) e Komatso et al. (1990). As formulações apresentadas são funções dos movimentos de corpo rígido e das deformações dos segmentos e articulações.

A modelagem das flexibilidades de uma estrutura serial, conforme Yoon et al. (2004) pode ser realizada considerando a estrutura serial sendo composta por diversas articulações e segmentos deformáveis, Fig. 11 (a).

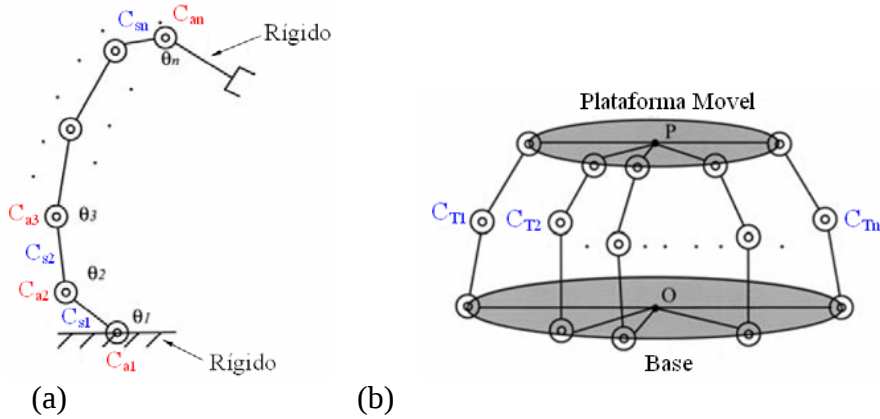


Figura 11. (a) Modelo de flexibilidade de uma estrutura serial; (b) Modelagem da Estrutura Paralela.

A formulação é realizada em função do cálculo da Matriz Jacobiana. A modelagem da deformação dos segmentos é realizada pela Equação 6, onde a matriz Jacobiana J_s é obtida em relação às deformações dos segmentos.

$$C_s = J_s k_s^{-1} J_s^T \quad (6)$$

$$k_s = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_n)$$

A parcela de flexibilidade devido ao movimento de corpo rígido é calculada pela Equação 7.

$$C_a = J_a k_a^{-1} J_a^T \quad (7)$$

$$k_a = \text{diag}(k_{a1}, k_{a2}, \dots, k_{an})$$

Onde J_a representa a matriz Jacobiana tradicional calculada no estudo da robótica.

Portanto, a matriz de flexibilidade da estrutura serial pode ser calculada pela Equação 8 que considera tanto as deformações devido aos segmentos como pelas articulações.

$$C_T = C_s + C_a \quad (8)$$

Já a modelagem da estrutura paralela pode ser realizada considerando-se a estrutura paralela como sendo a união de varias estruturas seriais, Yoon et al.(2004), Fig.11 (b).

Aplicando-se o principio da superposição, conforme Fig. 12, e lembrando-se que $K = C^{-1}$, a Matriz de Flexibilidade da estrutura paralela pode ser obtida pela Equação 9.

$$C_p^{-1} = C_{T1}^{-1} + C_{T2}^{-1} + \dots + C_{Tn}^{-1} \quad (9)$$

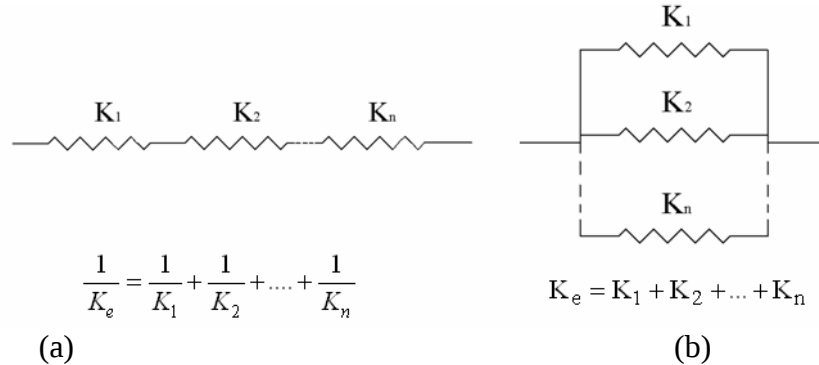


Figura 12. Princípio da Superposição (a) molas em serie; (b) molas em paralelo.

4. Fluxograma para o Cálculo dos Deslocamentos Devido à Flexibilidade.

A Figura 13 resume o procedimento para o cálculo dos deslocamentos devido à flexibilidade.

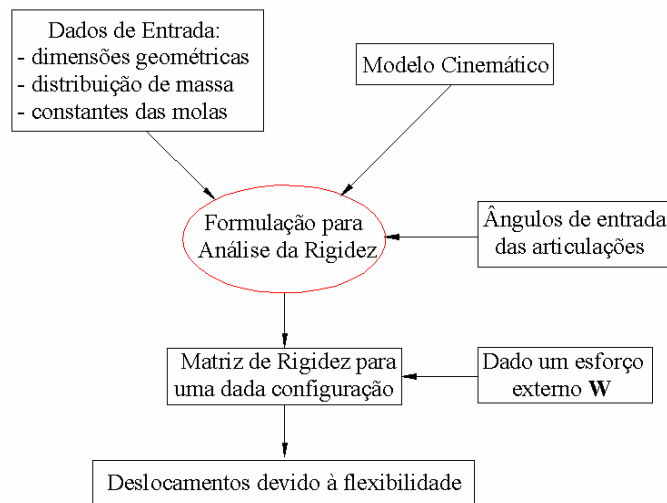


Figura 13. Fluxograma para o cálculo dos deslocamentos devido à flexibilidade.

Assim, qualquer formulação para análise de rigidez precisa como parâmetros de entrada o modelo cinemático que é calculado em função dos ângulos de entrada das articulações. Através da formulação da análise de rigidez é possível obter a matriz de rigidez da estrutura como um todo. Esta matriz de rigidez em função de um esforço externo aplicado permite realizar o cálculo dos deslocamentos devido à flexibilidade.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma revisão sobre estruturas robóticas seriais e paralelas, bem como a definição de rigidez, matriz de rigidez e de flexibilidade.

Apesar dos trabalhos já realizados, ainda não se dispõe de resultados conclusivos sobre o comportamento da rigidez destas estruturas. Os estudos têm sido baseados praticamente nas mesmas estruturas como forma de comparação e certificação dos resultados.

No estudo da rigidez de sistemas multicorpos existem ainda alguns problemas abertos que não foram completamente resolvidos como, por exemplo, o problema da melhor análise da rigidez a fim de se ter uma melhor comparação entre os resultados teóricos e experimentais. Estes aspectos requerem o desenvolvimento de modelos mais exatos da rigidez fazendo a análise também de fenômenos que não são facilmente modelados como folgas e atritos. Existem também os erros de manufatura e problemas de geometria que devem ser considerados. Além disso, se possível, deve-se definir um procedimento padrão para avaliação experimental do desempenho da rigidez bem como para comparação do desempenho da rigidez para arquiteturas de sistemas multicorpos diferentes.

6. REFERÊNCIAS

- ANSI/RIA, 1990, “R15.05-1-1990”.
- Bezerra, C.A.D., 1996. “Geometric Model of a Fully Cartesian Parallel Structure”, (In Portuguese). MSc Thesis, Federal University of Uberlândia, Brazil.
- Byun, Y.K., Cho, H.S., 1997, “Analysis of a Novel 6-dof, 3-PPSP Parallel Manipulator”, The International J. of Robotics Research, 16(6), pp.859-872.
- Ceccarelli, M., 1997, “A New 3 dof Spatial Parallel Mechanism”, Mechanism and Machine Theory Vol.32, No.8, pp. 895-902.
- Ceccarelli, M., 2004, “Fundamental of Mechanics of Robotic Manipulator”, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
- Clavel, R., 1987, “Un Nouveau Robot Très Rapide”, Institut de Microtechnique, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suíça.
- Clavel, R., 1988, “DELTA: A Fast Robot with Parallel Geometry”, in Proceedings of 18th Int. Symp. on Industrial Robots, Lausanne, pp.91-100.
- Di Gregorio, R., 2004 “The 3-RRS wrist: a new, simple and non-overconstrained spherical parallel manipulator”. Journal of Mechanical Design. Transactions of the ASME, v.126, n. 5, p. 850-855.
- Duffy J., “Statics and Kinematics with Applications to Robotics”, Cambridge University Press, Cambridge, pp.153-169, 1996.
- Gao X., Song S.-M., Zheng C.Q., “A Generalized Stiffness Matrix Method for Force Distribution of Robotic Systems with Indeterminacy”, ASME Journal of Mechanical Design, vol.115, n.3, pp.576-580, 1993.
- Gosselin, C.M.; Kong, X.; Foucault, S.; Bonev, I.A., 2004, “A fully-decoupled 3-dof translational parallel mechanism”. In. CHEMNITZ PARALLEL KINEMATICS SEMINAR, 4., R. Neugebauer (ed.), Chemnitz, Germany, April 20-21, Proceedings. IWU vol. 24, p. 595-610.
- Hokamoto, S., Modi, V.J. and Misra, A.K., “Dynamics and Control of Mobile Flexible Manipulators with Slewing and Deployable Links”, AAS 95-322, AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, Halifax, Canada, 1995.
- Jacquet, P., Danescu, G., Carvalho, J.C.M., Dahan, M., 1992, “A Spatial Fully Parallel Manipulator”, in Proceedings of World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Udine.
- Kardestuncer H., “Elementary Matrix Analysis of Structures”, McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo, 1974.
- Kim H.Y., Streit D.A., “Configuration Dependent Stiffness of the Puma 560 Manipulator: Analytical and Experimental Results”, Mechanism and Machine Theory, vol.30, n.8, pp.1269-1277, 1995.
- Kim, H.S., Tsai, L.-W., 2002, “Design Optimization of a Cartesian Parallel Manipulator”, In. 2002 ASME DETC, 29-1 Sep. 2002, Montreal, Canada. Proceedings.
- Komatsu, T.; Uenohara, m.; Iikura, S.; Miura, H. and Shimoyama, I. “Compliance control for a two-link flexible manipulator”, trans. Japan society of mechanical engineering (c) 56 (530), 2642-2648 (1990) (in japanese)

- Lallemmand, J.P., Goudali, A., Zeghloul, S., 1997, “The 6-dof 2-DELTA Parallel Robot”, Robotica 15, pp.407-416.
- Merlet, J.P., Gosselin, C., 1991, “Nouvelle Architecture Pour Manipulateur Parallèle a Six Degrés de Liberté”, Mechanism and Machine Theory 26(1), pp.77-90.
- Pierrot, F., Dauchez, P., Fournier, A., 1991, “Hexa: A Fast Six-Dof Fully Parallel Robot”, in Proceedings of Int. Conference on Advanced Robotics , Pisa, pp.1159-1163.
- Portman, V., Sandler, B.Z., 1999, “High-stiffness precision actuator for small displacements”, Int. J. of Machine Tools & Manufacture, n.5, vol.39, pp.823-837.
- Rivin, E.I., 1999, “Stiffness and Damping in Mechanical Design”, Marcel Dekker Inc., New York.
- Romiti, A., Sorli, M., 1992, “A Parallel 6-dof Manipulator for Cooperative Work Between Robots in Deburring”, in Proceedings of 23rd Int. Symp. on Industrial Robots, Barcelona, pp.437-444.
- Stewart, D., 1965, “A Platform With Six Degrees of Freedom”, Proc. of Institution of Mechanical Engineers 180(15), part I, pp.371-386.
- Svinin M., Kaneko M., Tsuji T., “Internal Forces and Stability in Multi-Finger Grasp”, Control Engineering Practice, vol.7, pp.413-422, 1999.
- Tsai L.W., 1999, “Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators”, John Wiley & Sons, New York, pp.260-297.
- Uni, “UNI EN 29283”, 1995, Robot Industriali di Manipolazione, Criteri Prestazionali e Relativi Metodi di Prova.
- Yoon, W. K., Suehiro, T., Tsumaki, Y. and Uchiyama, M., 2004, “Stiffness Analysis and Design of a Compact Modified Delta Parallel Mechanism”, Robotica, vol. 22, pp. 463-475.

STIFFNESS STUDY OF MULTIBODY SYSTEMS

Rogério Sales Gonçalves

Laboratório de Automação e Robótica
 Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia
 Campus Santa Mônica
 CEP 38400-902 Uberlândia-MG-Brasil
 ufursgoncalves@yahoo.com.br

João Carlos Mendes Carvalho

jcmendes@mecanica.ufu.br

Abstract: *The increasing importance of the high precision and dynamic performance for multibody systems, like robots, high speed milling machines and automatic systems for manipulation and assembly, they have been increasing the materials use of low weight and high resistance, projected with the purpose of reducing project dimensions and your weight. This way, the stiffness is an important parameter for projects and optimization. In this work several approaches for stiffness analysis are described in function of main compliances sources existing in the multibody systems.*

Keywords: *Stiffness, Stiffness Matrix, Multibody Systems, Compliance.*