

CARACTERIZAÇÃO MATEMÁTICA DO COMPORTAMENTO DE SOLOS ESTRATIFICADOS NÃO SATURADO SOB AÇÃO DE CARGAS ESTÁTICAS OU DINÂMICAS

Eliane Aparecida Justino

Universidade Federal de Uberlândia
eajustino@mecanica.ufu.br

Ricardo Fortes de Miranda

rfmiranda@mecanica.ufu.br

Joaquim Mario Caleiro Acerbi

acerbi@ufu.br

Alexandre Antônio Santana

aasantana@mecanica.ufu.br

Resumo: *O presente trabalho tem como objetivo principal o desenvolvimento de um modelo matemático que permita o estudo da interação dinâmica entre as camadas de solos finos constituintes de um pavimento e os fluídos (ar e água) sob a ação de carregamentos estáticos ou dinâmicos. Determinando o comportamento fluxo-deformação destas camadas submetidas ao processo de embebição ou drenagem em conjunto com estas cargas aplicadas.*

Palavras-chave: *meios porosos não saturados, deformação geotécnica, acoplamento fluxo-deformação*

1. INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento de solos sofrendo a ação de um carregamento constante ou cíclico é de grande interesse na engenharia civil, onde se deseja conhecer como o solo irá reagir sob a ação de uma construção ou uma barragem. Em pavimentação além de se desejar conhecer como o solo irá se comportar sob a ação de carregamentos é desejável conhecer o efeito da infiltração de água nas camadas de solo constituinte deste pavimento, bem como o efeito do seu sistema de drenagem.

O solo quando sofre a ação de infiltração tende a se expandir, ocorrendo o inverso na drenagem. Portanto, conhecer o efeito destas deformações é de grande importância na construção de uma pavimentação, pois com isto determina-se a sua resistência, como também os pontos críticos desse solo sob determinada ação.

Através da Figura 1 pode-se verificar que quando o solo sofre uma infiltração e se este não tem nenhuma restrição, irá se expandir livremente para todas as direções, Figura 1a. Mas se a infiltração não ocorrer de modo homogêneo ou se este possuir alguma restrição na expansão, irá se deformar em direções preferenciais, Figura 1b.

Esta ação pode causar uma expansão não homogênea no solo e consequentemente irá causar deformações nas construções que estão sobre este solo, como apresentado na Figura 2.

As construções de pavimentação são realizadas em profundidades relativamente rasas, onde o solo é provavelmente não saturado e sujeito a baixo nível de tensões. A ocorrência dos danos às estradas construídas sobre sub-base não saturada é devido ao colapso da estrutura do solo, consequência da mudança no grau da saturação, provocada pela infiltração. Tem-se tornado aparente que estes solos não saturados podem causar os danos às estradas por causa da mudança na força de cisalhamento de solo não saturado, quando o grau de saturação varia.

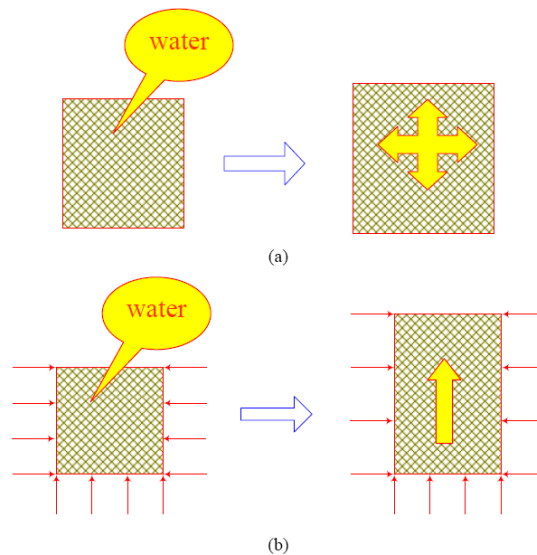


Figura 1: Processo de infiltração de água no solo
Fonte: Zhang, X., 2004.

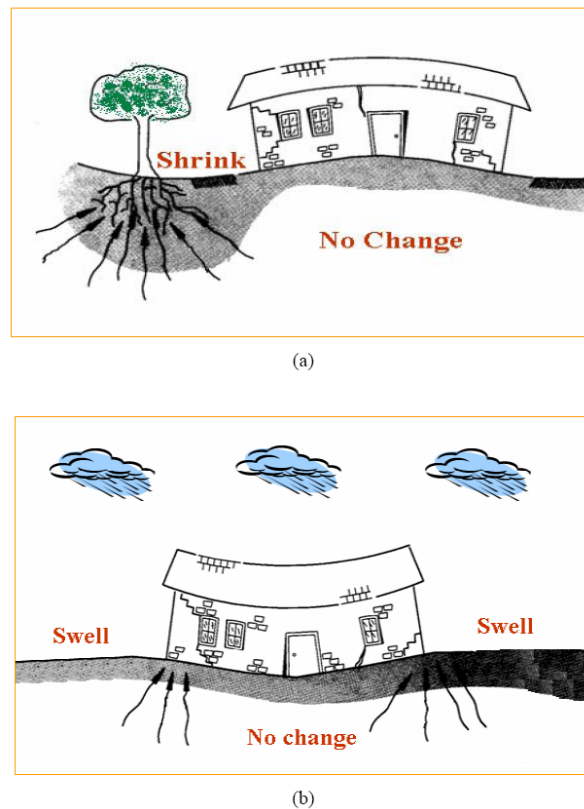


Figura 2: Deformações em construções causadas por expansão não homogênea no solo
Fonte: Zhang, X., 2004.

Este trabalho estuda a interação dinâmica entre as camadas de solos finos constituintes de um pavimento e os fluidos (ar e água), determinando o seu comportamento fluxo-deformação. O estudo é baseado na teoria de adensamento de Biot, 1941, desenvolvida para solos saturados, mas que posteriormente foi estendida para os meios não saturados por Fredlund e Morgenstern, 1976, Dakshanamurthy et al., 1984. Estas teorias são extremamente poderosas e consistentes, quando se deseja obter as condições finais de deformação do solo, pois os estudos e análises que se baseiam nelas resultam em boas respostas, se comparados com resultados experimentais.

2. DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO

O solo é um tipo especial do material. Quando uma carga lhe é aplicada, a pressão da água nos poros (se for um solo não saturado, será pressão negativa da água nos poros) aumentará, que é chamada pressão adicional da água nos poros. Se as circunstâncias circunvizinhas (pressão da água nos poros ou sucção matricial) se mantiverem sem variação e a água reservada for drenada, a pressão adicional da água dissipar-se-á com tempo e o volume do solo mudará na mesma proporção da dissipação. Este fenômeno é chamado consolidação. A consolidação existe para solos saturados e solos não saturados. Quando há umas variações de pressão da água nos poros, o volume do solo mudará também, se a mudança de volume devido à variação de pressão da água nos poros for restrita, sob esta circunstância, a tensão mecânica mudará para ajustar a mudança de volume. Conseqüentemente, a tensão mecânica e a pressão nos poros são acopladas sempre juntas, que é um problema hidromecânico acoplado de tensão. Para investigar os comportamentos da mudança de volume de um solo expansivo e de seus danos resultantes às estruturas, a consolidação dos solos deve ser estudada primeiramente.

Para a teoria acoplada da consolidação para solos não saturados, Fredlund e Rahardjo (1993) obtiveram os seguintes conjuntos de equações diferenciais bidimensionais usadas de maneira similar a teoria de Biot, expressas por:

$$(\lambda + G)\frac{\partial U}{\partial x} + G\nabla^2 u - (3\lambda + 2G)\alpha\frac{\partial(u_a - u_w)}{\partial x} + X = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$(\lambda + G)\frac{\partial U}{\partial y} + G\nabla^2 v - (3\lambda + 2G)\alpha\frac{\partial(u_a - u_w)}{\partial y} + Y = \rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$(\lambda + G)\frac{\partial U}{\partial z} + G\nabla^2 w - (3\lambda + 2G)\alpha\frac{\partial(u_a - u_w)}{\partial z} + Z = \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial u_w}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial u_w}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\left(\frac{\partial u_w}{\partial z} + 1\right)\right)\right) = \beta_{w1}\frac{\partial U}{\partial t} + \beta_{w2}\frac{\partial(u_a - u_w)}{\partial t} \quad (4)$$

Onde:

λ e G são conhecidas como constantes de Lamé e podem ser expressas por:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \text{ e } \lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (5), (6)$$

U – deformação total do meio poroso;

u – deformação na direção x ;

v – deformação na direção y ;

w – deformação na direção z ;

ν - coeficiente de Poisson;

E – módulo de Yong;

u_a – pressão do ar;

u_w – pressão da água;

ρ - densidade da água;

k – permeabilidade do meio;

α - coeficiente de expansão no solo devido a sucção;

γ - peso específico da água;

X, Y, Z – Termos fontes.

$$\beta_{w1} = \frac{m_1^w}{m_1^s} \text{ e } \beta_{w2} = \left(m_2^w - m_1^w \frac{m_2^s}{m_1^s} \right) \quad (7), (8)$$

$$m_1^w = \frac{G_s}{(1-e_0)} \frac{\partial w}{\partial(\sigma_m - u_a)} = \rho_d \frac{\partial w}{\partial(\sigma_m - u_a)} \quad (9)$$

$$m_2^w = \frac{G_s}{(1-e_0)} \frac{\partial w}{\partial(u_a - u_w)} = \rho_d \frac{\partial w}{\partial(u_a - u_w)} \quad (10)$$

$$m_1^s = \frac{1}{(1-e_0)} \frac{\partial e}{\partial(\sigma_m - u_a)} = \frac{1}{B} \quad (11)$$

$$m_2^s = \frac{1}{(1-e_0)} \frac{\partial e}{\partial(u_a - u_w)} = 3\alpha \quad (12)$$

m_1^w - coeficiente volumétrico da mudança da poro-pressão devido às mudanças na tensão normal líquida;

m_2^w - coeficiente volumétrico da mudança da poro-pressão devido às mudanças na sucção matricial;

m_1^s - coeficiente volumétrico total devido às mudanças na tensão normal líquida;

m_2^s - coeficiente volumétricototal devido às mudanças na sucção matricial

w - teor de umidade;

G_s – gravidade específica do solo;

$\sigma_m - u_a$ – tensão normal líquida;

B – módulo de Bulk - $B = \frac{3(1-\mu)}{E}$ (13)

e_0 – índice de vazios do solo inicial do solo;

e_0 – índice de vazios do solo;

w – teor de umidade do solo.

As relações entre o índice de vazios e teor de umidade com sucção matricial e tensão normal líquida são obtidas de curvas determinadas experimentalmente.

As Equações 1, 2 e 3 representam o acoplamento da vazão mássica e da deformação no meio poroso, as componentes das tensões no meio satisfazem as equações diferenciais de equilíbrio do maciço poroso. Essas são obtidas do equilíbrio de forças nas direções x , y e z , desprezando o efeito das forças de corpo (peso próprio constante, ou seja, considerando somente o efeito do carregamento na superfície).

Já a Equação 4 é obtida partindo da equação da continuidade na forma diferencial, da lei de Darcy e da definição de compressibilidade do fluido, do meio poroso e das partículas sólidas.

2.1 Análises Adimensionais das Equações

As equações anteriores foram adimensionalizadas, utilizando os seguintes grupos adimensionais:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{L_x}; a^* = \frac{a}{L_x}; y^* = \frac{y}{L_y}; u^* = \frac{u}{L_x}; v^* = \frac{v}{L_y}; u_a^* = \frac{u_a}{Q}; u_w^* = \frac{u_w}{Q}; \rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}; \\ k^* &= \frac{k}{k_0}; \gamma^* = \frac{\gamma}{\gamma_0}; t^* = k_0 \frac{t}{L_y}; \beta_{w2}^* = \frac{\beta_{w2}}{\alpha_0}, \end{aligned} \quad (14)$$

Portanto as Equações 1, 2, 3 e 4 assumem as seguintes formas adimensionais, no caso de um problema tridimensional:

$$\rho^* \frac{\partial^2 u^*}{\partial t^{*2}} = (B_1 + B_2) \frac{\partial(\nabla^* U^*)}{\partial x^*} + B_3 \nabla^{*2} u^* + B_4 \frac{\partial(u_a^* - u_w^*)}{\partial x^*} + B_5 \frac{\partial(u_a^* - u_w^*)}{\partial x^*} \quad (15)$$

$$\rho^* \frac{\partial^2 v^*}{\partial t^{*2}} = (2B_6) \frac{\partial(\nabla^* U^*)}{\partial y^*} + B_3 \nabla^{*2} v^* + B_7 \frac{\partial(u_a^* - u_w^*)}{\partial y^*} + B_8 \frac{\partial(u_a^* - u_w^*)}{\partial y^*} \quad (16)$$

$$\rho^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} = (B_9 + B_{10}) \frac{\partial(\nabla^* U^*)}{\partial z^*} + B_3 \nabla^{*2} w^* + B_{11} \frac{\partial(u_a^* - u_w^*)}{\partial z^*} + B_{12} \frac{\partial(u_a^* - u_w^*)}{\partial z^*} \quad (17)$$

$$\beta_{wl} \frac{\partial(\nabla U^*)}{\partial t^*} + A_1 \beta_{w2} \frac{\partial(u_a^* - u_w^*)}{\partial t^*} = \frac{1}{\gamma^*} \left[A_2 \frac{\partial}{\partial x^*} \left(k^* \frac{\partial u_w^*}{\partial x^*} \right) + A_3 \frac{\partial}{\partial y^*} \left(k^* \frac{\partial u_w^*}{\partial y^*} \right) + A_4 \frac{\partial}{\partial z^*} \left(k^* \frac{\partial u_w^*}{\partial z^*} + 1 \right) \right] \quad (18)$$

Onde:

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\lambda}{\rho_0 k_0^2} \frac{L_y^2}{L_x^2}; B_2 = \frac{G}{\rho_0 k_0^2} \frac{L_y^2}{L_x^2}; B_3 = \frac{G}{\rho_0 k_0^2}; B_4 = \frac{(3\lambda\alpha)Q}{\rho_0 k_0^2} \frac{L_y^2}{L_x^2}; B_5 = \frac{(2G\alpha)Q}{\rho_0 k_0^2} \frac{L_y^2}{L_x^2}; \\ B_6 &= \frac{\lambda}{\rho_0 k_0^2}; B_7 = \frac{(3\lambda\alpha)Q}{\rho_0 k_0^2}; B_8 = \frac{(2G\alpha)Q}{\rho_0 k_0^2}; B_9 = \frac{\lambda}{\rho_0 k_0^2} \frac{L_y^2}{L_z^2}; B_{10} = \frac{G}{\rho_0 k_0^2} \frac{L_y^2}{L_z^2}; \\ B_{11} &= \frac{(3\lambda\alpha)Q}{\rho_0 k_0^2} \frac{L_y^2}{L_z^2}; B_{12} = \frac{(2G\alpha)Q}{\rho_0 k_0^2} \frac{L_y^2}{L_z^2}; A_1 = \alpha_0 Q; A_2 = \frac{L_y Q}{\gamma_0 L_x^2}; A_3 = \frac{Q}{\gamma_0 L_y}, \\ A_4 &= \frac{L_y Q}{\gamma_0 L_z^2} \end{aligned} \quad (19)$$

E o divergente e o Laplaciano na formas adimensionais são:

$$\nabla^* U^* = \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \quad (20)$$

$$\nabla^{*2} = \left(\frac{L_y}{L_x} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2}{\partial y^{*2}} + \left(\frac{L_y}{L_z} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}} \quad (21)$$

O superíndice asterisco representa as grandezas adimensionais e ρ_0 , γ_0 e K_0 são os valores iniciais de densidade da água, peso específico da água e permeabilidade do meio, respectivamente.

As Equações 15, 16, 17 e 18 compõem o modelo matemático adimensionalizado para resolução de problemas de acoplamento fluxo-deformações para um meio poroso não saturado na forma tridimensional.

3. ESPECTATIVAS FUTURAS

Este trabalho fornece o modelo matemático que permite simular numericamente os seguintes casos:

1. Carregamento estático bidimensional na superfície do maciço, para um sistema geotécnico não saturado (água e ar), simulando-se o carregamento distribuído em camadas de pavimentação;
2. Carregamento estático concentrado na superfície do maciço (efeito tridimensional), para o sistema geotécnico não saturado (água e ar), simulando o efeito de uma carga em camadas de pavimentação;

3. Carregamento concentrado cíclico ou harmônico, na superfície do maciço (efeito tridimensional), com um carregamento cíclico $Q=Q_0\sin(2\pi t)$, para um sistema geotécnico não saturado, simulando a carga de roda de um veículo que passa no topo do maciço.

Em todos os casos propostos para o estudo, procurara-se observar o comportamento das pressões, dos deslocamentos, das porosidades e tensões ao longo do tempo, principalmente, no primeiro ponto de colocação logo abaixo da carga concentrada, pois é onde, se concentra as maiores tensões e onde ocorrem as maiores deformações.

Como ainda não se obteve neste trabalho resultados de simulações numéricas que pudessem ser validados, a título de exemplo mostra-se alguns resultados encontrados por Acerbi, J. M. C., 2006 em seu trabalho de tese de Doutorado, ressaltando que, estes resultados são para meios geotécnicos homogêneo, isotrópico e saturado ou totalmente seco.

3.1 Modelo Físico

Acerbi, J. M. C., 2006 considera um arcabouço sólido poroso (semi-infinito), homogêneo, isotrópico e saturado. Esse arcabouço é definido por um comprimento $2L$ na direção x , uma profundidade $2h$ na direção y e uma largura infinita na direção z , a qual não será considerada, devido o arcabouço sólidos encontrar-se submetido a um carregamento linear uniformemente distribuído na direção x , na sua superfície superior, cujo o módulo é Q , o qual não provoca deformações na direção z , embora as tensões nesta direção não sejam necessariamente nulas. Portanto, o problema é tratado como um problema bidimensional, conforme esquematizado na Figura 3.

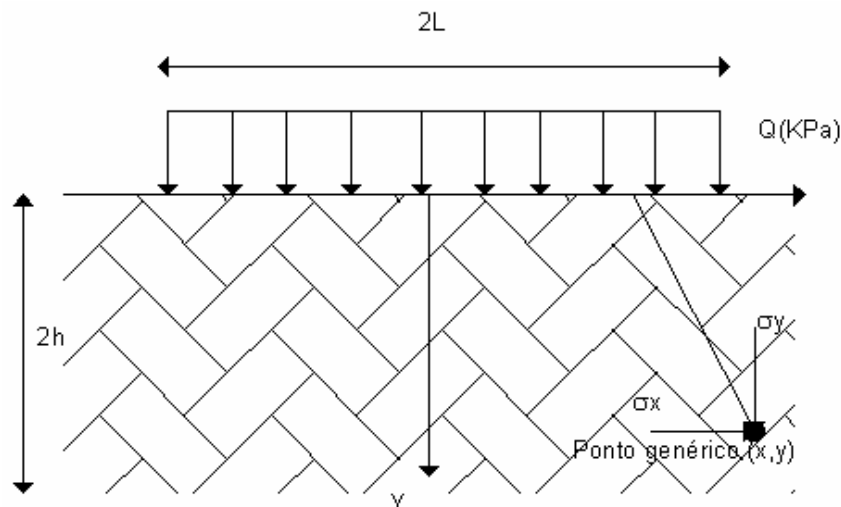


Figura 3: Carregamento estático bidimensional

2.2 Condições Iniciais e de Contornos

No estado inicial o campo de deslocamento é assumido como nulo, ou seja, $u=0$ e $v=0$ e a pressão nula. Como condições de contorno têm-se: condições de drenagem e deslocamento livres no topo do maciço, drenagem livre e indeslocável ou inderformável na base. Nas laterais do cubo inderformável ou indeslocável e impermeável. Matematicamente tem-se para as condições de contorno:

$$\text{Topo} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (22)$$

$$\text{Base} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (23)$$

$$\text{Laterais} - u = v = 0 \quad (24)$$

2.3 Resultados Obtidos

Apresentam-se os resultados das simulações de carregamentos superficiais estáticos em um maciço geotécnico constituído de um material geotécnico com as características apresentadas na Tabela 1. Inicialmente na Figura 4, temos a geração do campo de pressão neutra para condição $T = 0,10$. (condição inicial). Em seguida, na Figura 5, apresenta-se o campo de velocidades do fluido no meio analisado para $T = 0,10$. Na Figura 6, observa-se o campo de deslocamentos verticais no domínio analisado para $T = 1,0$.

Tabela 1: Propriedades elásticas e hidráulicas do maciço geotécnico e do fluido utilizado nas simulações

Fonte: Acerbi, J. M. C., 2006.

Módulo de Elasticidade E(KPa)	10^4
Coefficiente de Poisson (ν)	0,4
Viscosidade dinâmica μ_{fluido} (KN).s/(m ²)	10^{-6}
Concutividade Hidráulica K(m/s)	10^{-7}
Peso específico do fluido γ (KN/m ³)	10
Porosidade n%	40
Compressibilidade β (1/KPa)	5×10^{-7}

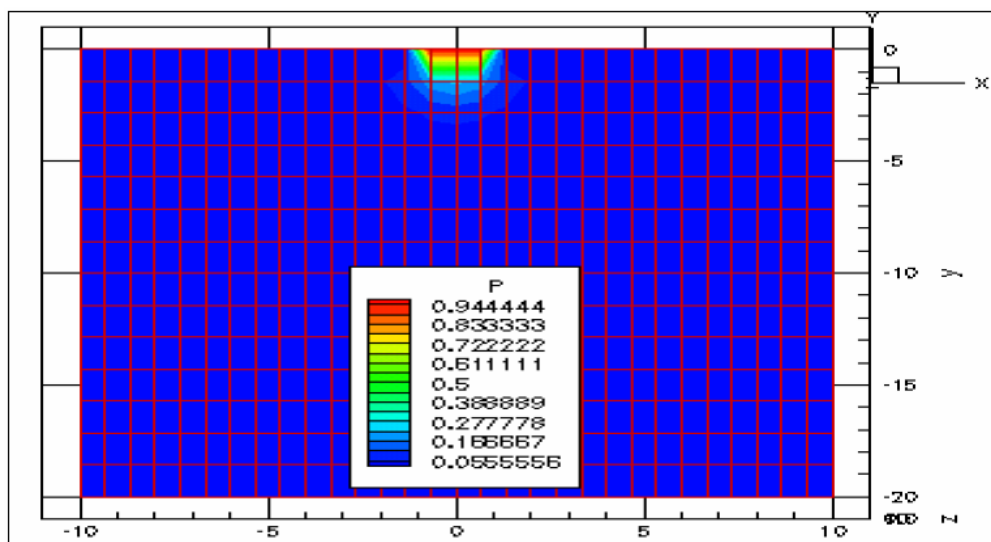


Figura 4: Geração campo de pressão neutra inicial em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kpa – tempo adimensional .10,0= T Fluido: água.

Fonte: Acerbi, J. M. C., 2006.

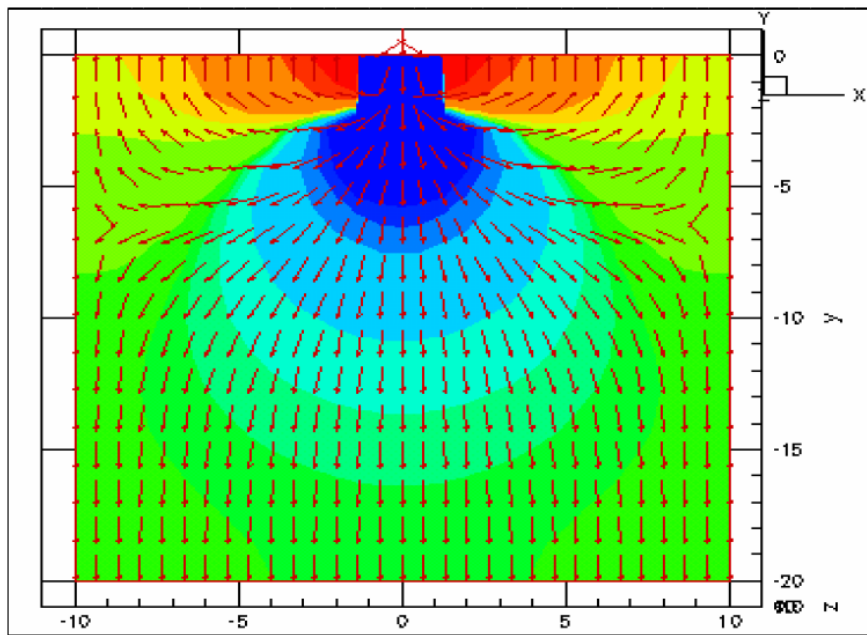


Figura 5: Geração campo de velocidades do fluido, mostrando as direções das “linhas de fluxo” ou de “drenagem” em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kpa –

$T = 0,1$ - fluido: água.

Fonte: Acerbi, J. M. C. ,2006.

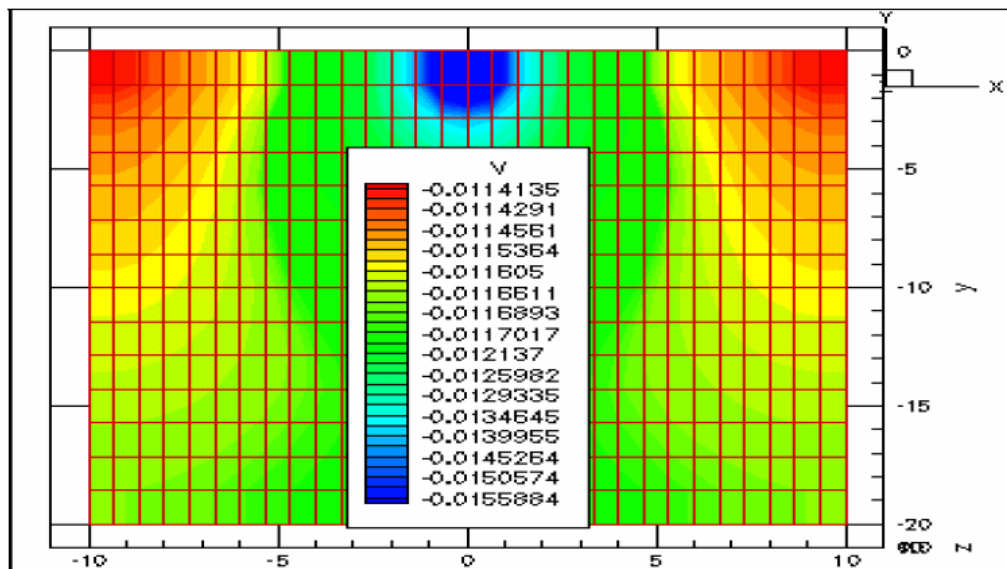


Figura 6: Geração campo de deslocamentos verticais adimensionais, em um maciço argiloso devido ao carregamento estático superficial de 1600kpa – $T = 1,0$ - fluido: água

Fonte: Acerbi, J. M. C. ,2006.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para solos inteiramente saturados, com partículas de solos admitidas incompressíveis, sendo os vazios dos poros preenchidos completamente com água, que é admitida também incompressível, a aplicação de tensão produzirá uma mudança no volume de vazios do solo, provocando uma mudança de mesmo valor para o volume de água no solo, sendo assim a deformações provocadas nos solos podem ser avaliadas pela mudança na porosidade do solo. Já no caso de solo não saturado, o fluido dos poros é agora bifásico, combinando água e ar. O ar se apresenta como bolhas fechadas dentro da água, ou como uma fase contínua, é compressível e pode escoar. Consequentemente a mudança volumétrica dos vazios dos poros já não será igual a mudança volumétrica do conteúdo de água. Uma determinada mudança no volume da massa de terra resultará em uma mudança do

volume da água dentro da matriz porosa de menor magnitude, sendo a diferença, a mudança de volume da fase de ar.

Adicionalmente, há outras causas de mudança do volume de água em matrizes porosas não saturadas, que não acontecem no caso destas estarem completamente saturada. É o relacionamento do conteúdo volumétrico de água à presença de sucção (diferença entre a pressão da fase de ar e água) na matriz porosa. Então, uma mudança em sucção da matriz produz uma mudança direta no volume de água na matriz (e vice-versa). Uma mudança em sucção da matriz também agirá como uma mudança na tensão aplicada, isso produzirá uma mudança na estrutura da matriz porosa, enquanto conduzindo, conseqüentemente, a variação no volume de vazios, produzindo uma mudança adicional no volume de água no solo.

Este trabalho determina o modelo matemático para acoplamento fluxo-deformação para um solo não saturado que futuramente será resolvido numericamente, através do método das Diferenças Finitas, sabendo que os resultados encontrados serão de grande utilidade para caracterização dos efeitos de deformação provocados em camadas de pavimentos, quando estas são submetidas a um acréscimo de tensão estática ou cíclica.

5. AGRADECIMENTOS

Agradecimento ao apoio financeiro dado pela FAPEMIG.

6. REFERÊNCIAS

- Acerbi, J.M.C., 2006, “Análise do acoplamento fluxo-deformação em meios geotécnicos saturados”, Federal University of Uberlândia.
- Biot, M. A., 1941, “General Theory of Three-Dimensional Consolidation”, J. Applied Physics
- Dakshanamurthy, V., Fredlund, D. G., and Rahardjo, H., 1984, “Coupled threedimensional consolidation theory of unsaturated porous media.”, 5th Int. Conf. Expansive Soils, Institute of Engineers, Adelaide, South Australia, May, pp. 99-104.
- Fredlund, D. G. and Morgenstern, N. R., 1976, “Constitutive relations for volume change in unsaturated soils” Canadian Geotechnical Journal, 13(3), 261-276.
- Fredlund, D. G. and Rahardjo, H., 1993, “Soil mechanics for unsaturated soils”, John Wiley and Sons, New York.
- Zhang, X., 2004, “Consolidation theories for saturated-unsaturated soils and numerical simulation of residential buildings on expansive soils”, Texas A&M University.

MATHEMATICAL CHARACTERIZATION OF UNSATURATED STRATIFIED SOIL BEHAVIOR UNDER STATIC OR DYNAMIC LOAD

Eliane Aparecida Justino

Federal University of Uberlândia
eajustino@mecanica.ufu.br

Ricardo Fortes de Miranda

rfmiranda@mecanica.ufu.br

Joaquim Mario Caleiro Acerbi

acerbi@ufu.br

Alexandre Antônio Santana

aasantana@mecanica.ufu.br

Abstract: *The present work has as main objective to develop a mathematical model that allows to analyzing the dynamic iteration between the constituent fine ground and the fluid flow (air and water) under static or dynamic loads. This model will permit to obtain the deformation behavior of these layers submitted to the imbibition or draining process and the applied loads.*

Keywords: *unsaturated porous-media, geotechnical deformation, coupling flow-deformation*