

PARAMETRIZAÇÃO DE AEROFÓLIOS UTILIZANDO O MÉTODO RMRB

Rafael de Mello Pereira

Universidade de Brasília – Departamento de Engenharia Mecânica – Laboratório de Energia e Ambiente – LEA
Campus Universitário Darci Ribeiro – Bloco F - Cep 70910-900 – Brasília DF – Brasil - +55(61)307-2314 R236/238
mp.rafael@gmail.com

Antonio C. P. Brasil Junior

brasiljr@unb.br

Resumo: *O propósito do presente trabalho é apresentar uma nova metodologia de parametrização de aerofólios baseada em um processo de sobreposição de funções de base. No método a ser apresentado uma metodologia numérica gera um conjunto de bases a partir de um pacote de aerofólios existente. Nesta metodologia o conjunto de bases é gerado de forma a minimizar a norma do erro da aproximação dos aerofólios do pacote pelas funções geradas. Um pacote de 530 aerofólios foi utilizado para testar a metodologia. Algumas comparações preliminares são feitas e algumas observações feitas a respeito do funcionamento do método.*

Palavras-chave: aerofólio, parametrização, otimização.

1. INTRODUÇÃO

Para muitos problemas de engenharia existe a preocupação não apenas de se encontrar uma solução, mas de se encontrar soluções cada vez melhores. Como as abordagens clássicas não tem a capacidade de resolver de maneira ótima problemas complexos e/ou não lineares novas estratégias de otimização vem sendo cada vez mais utilizadas. Na engenharia mecânica os métodos de otimização têm uma vasta aplicação em campos como mecânica dos fluidos, mecânica dos sólidos, ciências térmicas e aerodinâmica, entre outros, (Alander, 1995).

A aplicação dos métodos de otimização em problemas de aerodinâmica de aeronaves esta mais ligada à busca de uma determinada geometria para atingir algum propósito. Esse propósito pode ser, por exemplo, uma restrição puramente física, como maior carga carregada, velocidade ou volume de área. Porém normalmente ela esta intimamente ligada a minimização de despesas ou custos operacionais de voo. Desta forma, o problema de otimização de forma de uma geometria aerodinâmica pode ser visto como um problema de minimização de uma função de custo.

O primeiro problema encontrado é como determinar um valor para a função de custo. Já que a maioria dos problemas reais de aerodinâmica é muito complexa e não têm uma solução analítica fechada, a função de custo é normalmente calculada de forma aproximada numericamente. Então, se a razão entre os coeficientes de arrasto e sustentação, C_d/C_l , é a função custo um software de CFD é utilizado para encontrar esta razão simulando a geometria em questão. Normalmente o processo de otimização requer a solução de muitos problemas, sendo, portanto conveniente que o processo de solução numérica da função custo seja rápida e confiável.

Através do processo sucessivo de avaliação da função de custo e mudança da geometria um algoritmo de otimização melhora o desempenho de uma superfície aerodinâmica. Atualmente são utilizados dois principais tipos de algoritmo, sendo eles:

1. **Algoritmos Genéticos** – É uma técnica usada para achar soluções aproximadas para problemas de otimização. Este tipo de metodologia é inspirada na biologia evolucionária e trabalha sobre os princípios evolutivos de herança, mutação, seleção e recombinação. A otimização ocorre como o processo de uma população evoluindo no tempo. Cada indivíduo desta população é um candidato à solução para o problema e a cada iteração os melhores indivíduos são selecionados, e as futuras gerações são geradas baseadas nestes indivíduos. (Tan, 2003)
2. **Método de Gradientes** – Também conhecido como método da maior descida ou *steepest descent* em inglês. Neste método o gradiente da função custo deve ser calculado em um ponto e seguindo a direção de maior descida, dada pelo gradiente, uma solução melhor é encontrada. Repetindo este processo sucessivas vezes é possível chegar a um mínimo para a função custo, (Oyama, 2000).

Em ambos os métodos apresentados acima existe a necessidade de se fazer a representação de uma geometria ou de uma provável solução ao problema de forma.

A seguinte seção apresenta a metodologia RMRB de parametrização que utiliza sobreposição de bases para descrever um aerofólio. Nesta metodologia as bases utilizadas são derivadas numericamente de um pacote contendo um número grande de aerofólios, que representa o conhecimento aerodinâmico adquirido ao longo dos anos.

2. METODOLOGIA

Tendo a corda de um aerofólio como o eixo das abscissas e $y(x)$ como uma função que define sua superfície através da distância até a corda, ver Figura 1. Neste trabalho propõe-se que a descrição de um aerofólio seja feita a partir da sobreposição ou soma de um conjunto de bases descritoras ponderadas por constantes, de forma que:

$$y(x) = \sum_{b=1}^{nb} \alpha_b F_b(x) \quad (1)$$

Onde $F_b(x)$ são as nb funções de base e α_b são os coeficientes que ponderam estas funções o índice b representa um elemento do conjunto de base.

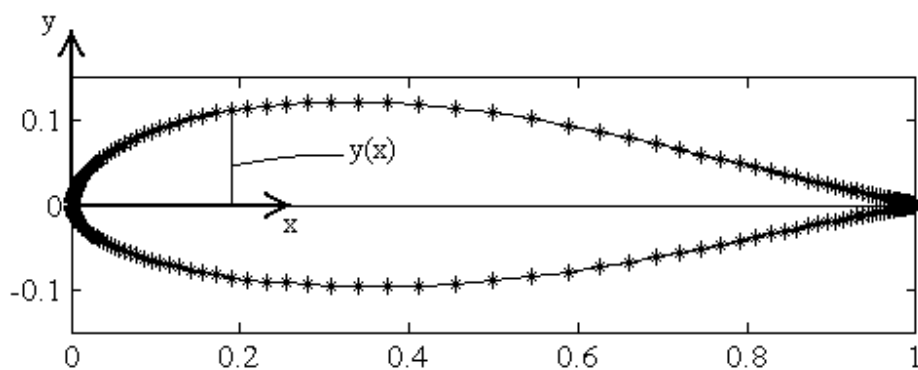


Figura 1: Representação de um aerofólio através da distância de sua superfície à corda.

Muitos trabalhos já fizeram uso de formulações semelhantes, porém utilizando formas analíticas para $F_b(x)$ como (Hicks and Henne, 1978; Lores, Smith and Large, 1980 and Onur, 1997). No presente trabalho estas funções serão derivadas de forma numérica, sendo, portanto, dadas de forma discreta como um vetor que define a distância da corda a superfície do aerofólio. Usaremos a notação F_{bj} para o valor da base b no ponto j ao longo da corda. Outros trabalhos, como o de Robinson and Keane (2001), também fazem uso de bases numericamente derivadas, porém, usando outra metodologia.

No presente trabalho, as funções F_{bj} serão derivadas baseadas num conjunto de aerofólios preexistentes. Para tanto um processo numérico de minimização de resíduo será utilizado. Neste processo as funções de base que minimizam o somatório da norma do erro entre a aproximação dos aerofólios e os aerofólios originais serão encontradas de forma iterativa.

2.1 Dedução das funções de base

O primeiro passo deste processo consiste na aplicação do método dos mínimos quadrados utilizando como partida um conjunto de funções qualquer, aqui foi utilizado um conjunto de funções polinomiais. Neste primeiro passo o método dos mínimos quadrados é aplicado a todos os aerofólios encontrando nb coeficientes para cada aerofólio. Numa segunda etapa, os coeficientes encontrados no primeiro passo são fixados e o valor da função de base é determinado pela aplicação do método dos mínimos quadrados novamente. Desta vez ele é aplicado de forma a achar o valor da função de base em cada ponto que minimiza o erro para o pacote de aerofólios com os coeficientes encontrados no primeiro passo.

O método é aplicado sucessivamente ate não haver mais mudança nas funções de base e nem nos coeficientes encontrados, caracterizando assim a convergência. A seguir o método será apresentado detalhadamente.

- 1° Passo

Como foi dito, na primeira etapa, os coeficientes α_{ai} que minimizam o erro em cada um dos aerofólios serão encontrados através da aplicação do método dos mínimos quadrados. Nesta primeira etapa as funções de base usadas serão escolhidas arbitrariamente. Considere a expressão para o somatório do erro em todos os pontos do aerofólio. Assim como o índice b representa um elemento do conjunto de bases o índice a representa um elemento do conjunto de aerofólios.

$$E_a = \sum_{j=1}^{np} \sum_{b=1}^{nb} (\alpha_{ab} F_{bj} - y_{aj})^2 \quad (2)$$

Onde o índice b novamente corresponde as funções de base de 1 a nb e o índice j representa os pontos discretos ao longo do aerofólio. É determinado um coeficiente α para cada base de cada aerofólio através do calculo do ponto de derivadas nulas, que também é o ponto de menor resíduo. A eq. (3) apresenta a formula para a derivada do erro em relação à α_{ka} .

$$\frac{dE_a}{d\alpha_{ka}} = \sum_{j=1}^{np} \sum_{b=1}^{nb} (\alpha_{ab} F_{kj} F_{bj} - y_{aj} F_{kj}) = 0 \quad (3)$$

Resolver a equação acima para todas as derivadas implica em resolver o sistema de equações abaixo:

$$\begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{np} F_{1j} F_{1j} & \sum_{j=1}^{np} F_{1j} F_{2j} & \cdots & \sum_{j=1}^{np} F_{1j} F_{nj} \\ \sum_{j=1}^{np} F_{2j} F_{1j} & \sum_{j=1}^{np} F_{2j} F_{2j} & \cdots & \sum_{j=1}^{np} F_{2j} F_{nj} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{j=1}^{np} F_{nj} F_{1j} & \sum_{j=1}^{np} F_{nj} F_{2j} & \cdots & \sum_{j=1}^{np} F_{nj} F_{nj} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{1p} \\ \alpha_{2p} \\ \vdots \\ \alpha_{np} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{np} y_{pj} F_{1j} \\ \sum_{j=1}^{np} y_{pj} F_{2j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{np} y_{pj} F_{nj} \end{pmatrix} \quad (4)$$

O sistema acima deve ser resolvido para cada aerofólio do conjunto achando assim um conjunto de coeficientes α_b para cada aerofólio.

- 2º Passo

Na segunda etapa do algoritmo uma nova aproximação para as funções de base é encontrada aplicando novamente o método de mínimos quadrados. Nesta segunda etapa os coeficientes são fixos e o valor para um ponto das funções de base que minimiza o somatório do erro de um mesmo ponto em todos os aerofólios é encontrado. Considere a expressão para o somatório deste erro em um ponto:

$$E_j = \sum_{a=1}^{na} \sum_{b=1}^{nb} (\alpha_{ab} F_{bj} - y_{aj})^2 \quad (5)$$

Onde o índice a corresponde aos aerofólios de 1 a na e o índice j representa os pontos discretos ao longo do aerofólio. As funções α_b são determinados para todos os aerofólios através do calculo do ponto de derivadas nulas, que é o ponto de menor resíduo. A eq. (3) apresenta a formula para a derivada do erro em relação à α_{ip} .

$$\frac{dE_j}{dF_{ki}} = \sum_{a=1}^{na} \sum_{b=1}^{nb} (F_{ij} \alpha_{ai} \alpha_{ai} - y_{aj} F_{kj}) = 0 \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} \sum_{a=1}^{na} \alpha_{1a} \alpha_{1a} & \sum_{a=1}^{na} \alpha_{1a} \alpha_{2a} & \cdots & \sum_{a=1}^{na} \alpha_{1a} \alpha_{na} \\ \sum_{a=1}^{na} \alpha_{2j} \alpha_{1j} & \sum_{a=1}^{na} \alpha_{2j} \alpha_{2j} & \cdots & \sum_{a=1}^{na} \alpha_{2j} \alpha_{na} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{a=1}^{na} \alpha_{nj} \alpha_{1j} & \sum_{a=1}^{na} \alpha_{nj} \alpha_{2j} & \cdots & \sum_{a=1}^{na} \alpha_{nj} \alpha_{na} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{nj} \\ F_{nj} \\ \vdots \\ F_{nj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{np} \alpha_{1p} y_{pj} \\ \sum_{j=1}^{np} \alpha_{2p} y_{pj} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{np} \alpha_{np} y_{pj} \end{pmatrix} \quad (7)$$

- 3º Passo:

Nesta etapa é feita a normalização das funções de base encontrada anteriormente. A existência desta etapa é justificada, pois multiplicando as funções de base por uma constante e dividindo os coeficientes pela mesma constante o resultado obtido não se altera assim sendo possível obter um conjunto de bases normalizadas. Neste trabalho foi escolhido fazer uma normalização de forma que o maior valor das bases seja igual a 1.

3. RESULTADOS

A seguir são apresentados os resultados obtidos utilizando um pacote com 530 aerofólios. Neste pacote foram utilizados aerofólios da série naca simétricos e cambreados, aerofólios de alta sustentação, de baixo Reynolds, de proporção, hidrofólios, acrobáticos, de planadores, *Utralight*, de asas voadoras, *natural laminar flow*, *schok-free*, e supercríticos como também transônicos. Figura 1 apresenta as bases descritoras geradas com a partir deste pacote utilizando método RMRB.

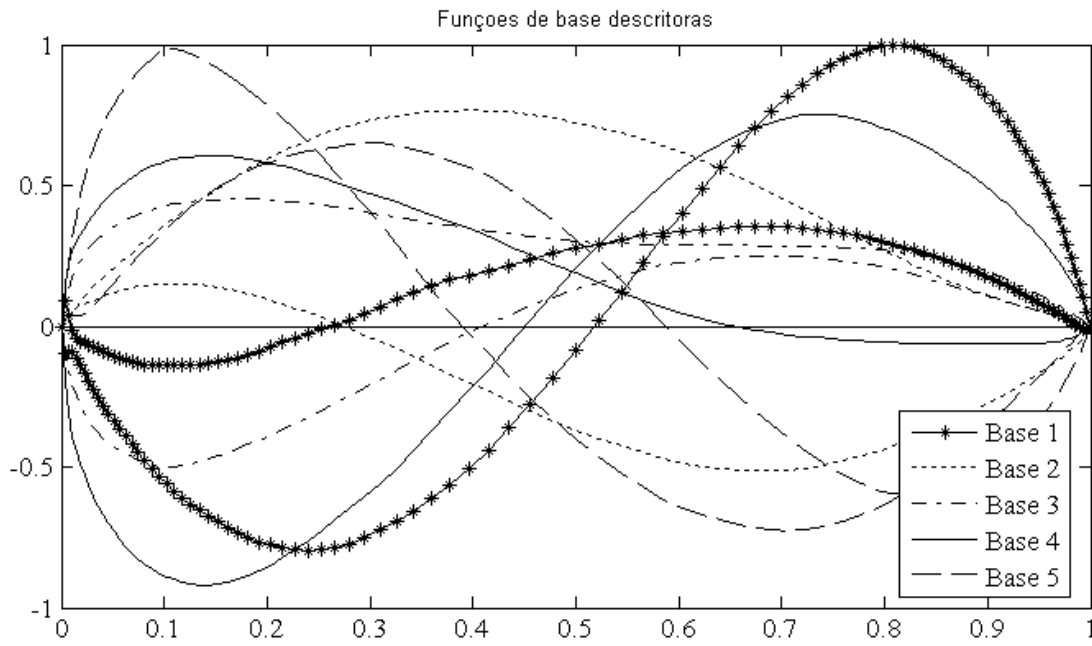


Figura 1: Conjunto de 5 bases derivadas do pacote de 530 aerofólios.

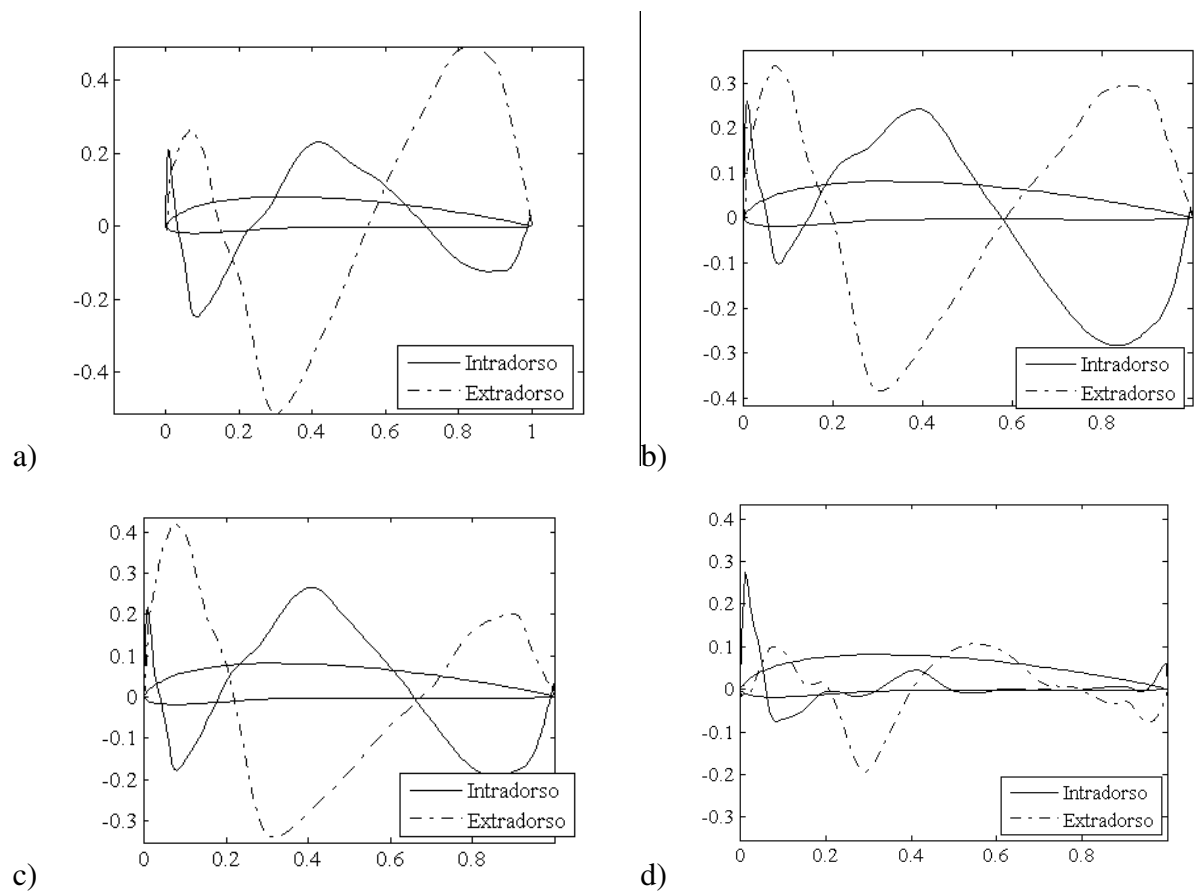


Figura 2: Erro em percentagem da corda para superfície do aerofólio: a) $nb=2$, b) $nb=3$, c) $nb=4$ e d) $nb=5$ bases.

O erro apresentado na figura 2 é definido como a diferença em distância até a corda entre as superfícies do aerofólio original e sua representação por bases. Como este erro é pequeno para uma melhor visualização ele é mostrado no gráfico em percentagem da corda. É possível ver o comportamento decrescente do erro para um número crescente de bases descritoras. Neste exemplo foi utilizado um aerofólio Göttingen 490 que não estava presente no pacote usado para gerar as bases descritoras.

Futuramente serão levantadas mais informações a respeito do comportamento de outras propriedades em função do número de bases. Pretende-se inclusive levantar o comportamento de propriedades aerodinâmicas como C_d e C_l e sua variação com o número de bases usadas para descrever o aerofólio comparando com os dados do aerofólio original.

4. CONCLUSÕES

Uma nova metodologia de parametrização para aerofólios é proposta baseada num método numérico de geração de bases descritoras. Neste método as bases são geradas a partir de um pacote de aerofólios pré-existente de maneira a aproveitar o conhecimento acumulado na construção de aerofólios ao longo de anos.

Uma outra visão sobre da maneira como o método proposto funciona é possível se pensarmos no processo de parametrização como um método de compactação de dados com perda. Visto que, no processo de parametrização busca-se uma forma de representar um aerofólio com pouca informação. Aplicando o método para aproximar todo o pacote de aerofólios original temos uma maneira de reduzir a informação necessária para armazenar os aerofólios. Isso é justamente o que um processo de compactação faz.

Os resultados obtidos, apesar de preliminares, foram bastante satisfatórios. O método se mostrou estável e eficiente. Acredita-se que uma base de dados grande é acurada seja importante para o bom funcionamento do processo.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro dado pelo CNPq pela Capes e pela Eletronorte a este trabalho.

6. REFERÊNCIAS

- Hicks, R.M. and Henne, P.A., 1978, "Wing Design by Numerical Optimization", Journal of Aircraft, Vol. 15, No. 7, pp. 407-412.
- Jarmo T. Alander, 1995, "Indexed Bibliography of Genetic Algorithms Papers Available via ftp and www", University of Vaasa, Department of Information Technology and Production Economics
- Oyama, Akira, 2000, "Wing Design Using Evolutionary Algorithms", Tohoku University
- C.M. Tan and T. Ray and H.M. Tsai, 2003, "A comparative Study of Evolutionary Algorithm and Swarm Algorithm for Airfoil Shape Optimization Problems", AIAA 41st Aerospace Sciences, Meeting and Exhibit/Multidisciplinary Design Optimization
- Lores, M.E., Smith, P.R. and Large, R.A., 1980, "Numerical Optimization: An Assessment of its Role in Transport Aircraft Design Through a Case Study", Proceedings of the 12th International Council of the Aeronautical Sciences Congress, pp. 41-52.
- Onur, N., 1997, "Application of Wagner Functions in Symmetrical Airfoil Design", Journal of Aircraft, Vol. 34, No. 2, pp. 259-260.
- Robinson, G. M. and Keane A.J., 2001, "Concise Orthogonal Representation of Supercritical Airfoils", Journal of Aircraft, Vol. 38, No. 3, pp 580-583.

AIR FOIL PARAMETRIZATION USING NUMERICALLY DERIVED BASE FUNCTION

Rafel de Mello Pereira

Universidade de Brasília – Departamento de Engenharia Mecânica – Laboratório de Energia e Ambiente – LEA
Campus Universitário Darci Ribeiro – Bloco F - Cep 70910-900 – Brasília DF – Brasil - +55(61)307-2314 R236/238
mp.rafael@gmail.com

Antonio C. P. Brasil Junior

brasiljr@unb.br

Abstract: *This work aims at presetting a new methodology for airfoil parametrization using base functions addition. On the proposed methodology the base function are generated through a numerical process that used a preexistent airfoil data base. This process minimizes the error norm between the original airfoil database and the approximation using the base functions. A dataset containing 530 airfoils was used to test the proposed methodology and some considerations are made concerning the method.*

Keywords: *airfoil, parametrization, optimization*