

CAVIDADES TRIDIMENSIONAIS: EFEITOS DO ÂNGULO DA TAMPA DESLIZANTE SOBRE O VÓRTICE PRIMÁRIO A $Re=1000$

Elie Luis Martínez Padilla

Faculdade de Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Uberlândia
Campus Santa Mônica - Bloco 1M
Av. João Naves de Ávila, 2.121, 38400-902 - Uberlândia - MG - Brasil
epadilla@mecanica.ufu.br

Tiago de Assis Silva

tsilva@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira-Neto

aristeus@mecanica.ufu.br

Resumo: *Escoamentos em cavidades com tampa deslizante são de natureza tridimensional e apresentam diversas estruturas características em função do número de Reynolds e da razão de aspecto. Na atualidade, devido às muitas aplicações em engenharia e ao interesse pela compreensão da física do problema, uma grande quantidade de pesquisas aborda este problema, focadas especificamente no caso de a tampa da cavidade se movimentar paralela a um dos eixos coordenados. Uma vez que, na realidade, os escoamentos externos à cavidade (representados pela tampa deslizante) nem sempre são paralelos aos eixos, o presente trabalho apresenta a caracterização e análise numérica de escoamentos no interior de cavidades cúbicas com tampa deslizante paralela (0° , 90°) e diagonal (15° , 30° , 45°), considerando número de Reynolds 1000. Apresenta-se também uma comparação quantitativa de transferência de momento através da integral volumétrica de momento, paralela e transversal ao movimento da tampa. As equações de Navier-Stokes são discretizadas com o método dos volumes finitos em coordenadas cartesianas, com malhas deslocadas e esquemas temporal e espacial de segunda ordem. Para o acoplamento pressão-velocidade usa-se o método dos passos fracionados.*

Palavras-chave: *vórtice primário, cavidades tridimensionais*

1. INTRODUÇÃO

Escoamentos no interior de cavidades com tampa deslizante têm diversas aplicações tecnológicas importantes em diferentes áreas da engenharia. A simplicidade da geometria que delimita o problema contrasta com a diversidade de estruturas que formam, e de acordo com a literatura, estas características fazem da cavidade, provavelmente, o problema mais estudado no campo da fluidodinâmica computacional para testes de modelos numéricos.

Cavidades bidimensionais têm sido largamente estudadas e é agora um caso teste padrão para novos esquemas computacionais. Benjamim e Denny (1979), Ghia et al. (1982) e Botella e Peyret (1998) são alguns dos muitos trabalhos existentes, dentre estes Ghia et al. (1982) é frequentemente referenciado. Eles empregaram o método das diferenças finitas com a formulação função corrente-vorticidade, usando malha cartesiana uniforme.

Na década dos anos 80, o pioneiro trabalho experimental de Koseff e Street (1984) permitiu mostrar que o escoamento em cavidades é naturalmente tridimensional. Além do mais, características padrão, como vórtices primários e secundários, estruturas como os vórtices de canto e os vórtices do tipo Taylor-Görtler foram observados. O recente progresso dos métodos numéricos e do poder de cálculo dos computadores tem tornado possível uma análise tridimensional adequada destes problemas. Ku et al. (1987) e Babu e Korpela (1994) através da resolução das equações de

Navier-Stokes em três dimensões, apresentaram comparações entre resultados bi e tridimensionais para cavidade cúbica. Por outro lado, Iwatsu et al. (1989) fizeram uma análise da topologia do escoamento por meio da projeção de linhas de corrente em planos para vários números de Reynolds. Sheu e Tsai (2002) fizeram uma análise para Reynolds igual a 400.

O estudo do escoamento em cavidades com tampa deslizante não se restringe somente à movimentação paralela da tampa em relação às paredes. Em muitos escoamentos de interesse prático a movimentação preferencial pode-se dar em várias direções. Recentemente Povitsky (2005), utilizando-se de um pacote de CFD comercial, estudou o escoamento em cavidades com movimentação diagonal e paralela da tampa. O autor conduziu um estudo comparativo para as duas configurações de movimentação da tampa em diferentes números de Reynolds. Abordando o problema de forma qualitativa e quantitativa, o autor conseguiu evidenciar as diferenças no padrão do escoamento para as duas configurações de movimentação da tampa.

2. PROBLEMA FÍSICO

Trata-se de escoamentos no interior de cavidades cúbicas com tampa deslizante, de comprimento característico L . A tampa se movimenta com velocidade U , considerando quatro configurações em função do ângulo α (ângulo em que se movimenta a tampa, referenciado no eixo coordenado x). A movimentação da tampa com $\alpha = 0^\circ$; pode ser referenciado também como movimentação paralela. Os outros ângulos considerados são $\alpha = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$.

3. MODELO MATEMÁTICO

Considera-se um fluido newtoniano e incompressível com densidade ρ e viscosidade dinâmica μ . O escoamento do fluido no interior de cavidades é regido pelas equações de Navier-Stokes, expressas na sua forma conservativa e em coordenadas cartesianas na Eqs. (1-4),

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} + \frac{\partial wu}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial wv}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}, \quad (3)$$

$$\rho \left[\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} + \frac{\partial ww}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}, \quad (4)$$

em que u , v , e w são as componentes da velocidade nas direções coordenadas x , y , z , respectivamente, p a pressão e τ_{ij} são as tensões viscosas. O número de Reynolds baseado na velocidade de tampa e na altura da cavidade é definido da seguinte forma:

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu}. \quad (5)$$

4. PROCEDIMENTO NUMÉRICO

Para a discretização das equações usou-se o método dos volumes finitos com malhas deslocadas, considerando esquemas de segunda ordem no espaço e no tempo: diferenças centradas e Adams-Bashforth, respectivamente. Método de acoplamento pressão-velocidade do tipo passo fracionado (Kim e Moin, 1985) com dois passos, o passo preditor dado por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = \frac{2}{3} \left[- \left(\frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} + \frac{\partial wu}{\partial z} \right) + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right]^n \\ - \frac{1}{3} \left[- \left(\frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} + \frac{\partial wu}{\partial z} \right) + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right]^{n-1} - \frac{\partial p^n}{\partial x}, \end{aligned} \quad (6)$$

e o passo corretor:

$$u^{n+1} = u^* - \frac{dt}{\rho} \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right), \quad (7)$$

A correção da pressão é obtida por:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)^{n+1} = \frac{1}{dt} \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \right], \quad (8)$$

que é a equação de Poisson para a pressão, resolvida usando o método SIP (Strongly Implicit Procedure) proposto por Stone (1968).

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

As simulações de escoamentos no interior de cavidades com movimentação diagonal da tampa foram realizadas para número de Reynolds igual a 1000 e quatro valores de ângulo de movimentação da tampa: $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ e 45° . Foi utilizada uma malha não uniforme de $40 \times 40 \times 40$ volumes nas direções coordenadas x, y, z , respectivamente. As simulações foram realizadas em um computador Pentium IV de 2.8 GHz, sendo necessários 13,94 e 12,17 minutos para simular um segundo físico do problema considerando as configurações de movimentação diagonal com $\alpha = 0^\circ, 45^\circ$, respectivamente. O tempo necessário para atingir regime permanente para o caso de cavidade com movimentação diagonal da tampa com $\alpha = 0^\circ$ é de aproximadamente 50 s, menor que para o outro caso (em torno de 70 s). Foram realizados testes relacionados à independência de malha e validação do código computacional (Padilla et al. 2005; Padilla et al. 2006a; Padilla et al. 2006b), confirmando que a malha de $40 \times 40 \times 40$ volumes é adequada.

Como comentado anteriormente, os escoamentos no interior de cavidades com tampa deslizante são complexos e de natureza tridimensional. Dependendo do número de Reynolds, diversas estruturas estão presentes, tais como: vórtice primário, vórtices secundários, vórtices de canto nas paredes laterais, vórtices de tipo Taylor-Gortler, correntes internas e externas ao longo da envergadura dentro da recirculação principal e correntes externas dentro das recirculações secundárias. Grande parte do conhecimento sobre estruturas presentes no interior de cavidades foram revelados pela investigação experimental de Koseff e Street (1984). A partir desse trabalho pioneiro, muitos outros estudos numéricos e experimentais foram conduzidos. No entanto, este é ainda um problema em aberto, como mostrado recentemente no trabalho de Migeon et al. (2003).

Nosso interesse está focado na análise dos efeitos do ângulo de movimentação da tampa sobre a estrutura principal, vórtice primário, com ênfase na configuração do centro do vórtice. Para esse fim emprega-se o critério de visualização de estruturas características do escoamento, denominado critério H (Pallares et al, 1996), na forma da Equação 9. Este critério possui a propriedade de enfatizar regiões de alta vorticidade e velocidade, sendo adequado para o propósito do presente trabalho. A Equação 9 é dada por:

$$H = |\vec{U} \times \vec{\omega}|, \quad (9)$$

em que $\vec{U}$ é o vetor velocidade e $\vec{\omega}$ é o vetor vorticidade.

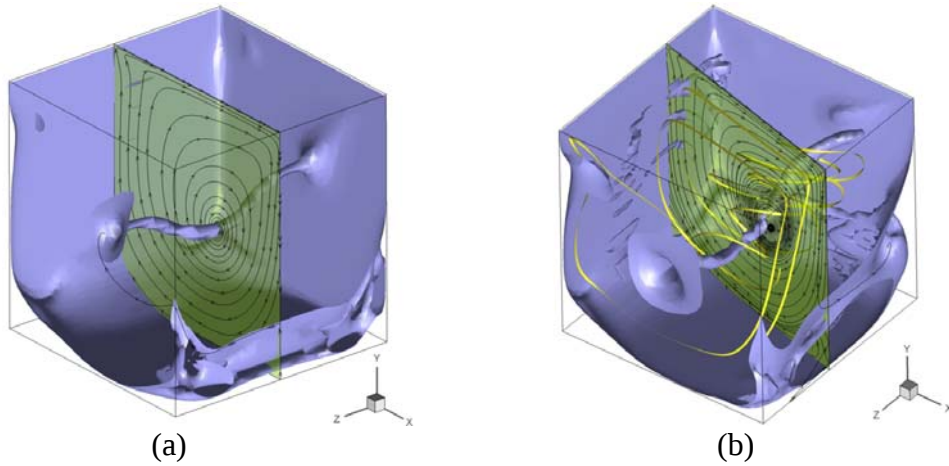


Figura 1: Linhas de corrente e iso-superfícies de H ; (a) $\alpha = 0^\circ$, $H = 0,006$,
(b) $\alpha = 15^\circ$, $H = 0,015$.

As Figuras 1 e 2 mostram iso-superfícies de H , projeção das linhas de corrente sobre planos paralelos à direção da movimentação da tampa e linhas de corrente volumétricas. Observando-se os planos pode-se ver que em todos os casos o vórtice primário é a maior estrutura presente e ocupa grande parte da cavidade. Nota-se também que é muito difícil descrever sua topologia adequadamente usando planos, uma vez que, quando o escoamento é não simétrico (Figuras 1b e 2a), há uma distorção da real posição das linhas de corrente, portanto, também da projeção do centro do vórtice. O uso do critério de visualização escolhido (critério H), através de determinados iso-valores, permite determinar com precisão a linha central do vórtice primário, como visualizados nas Figuras 1 e 2.

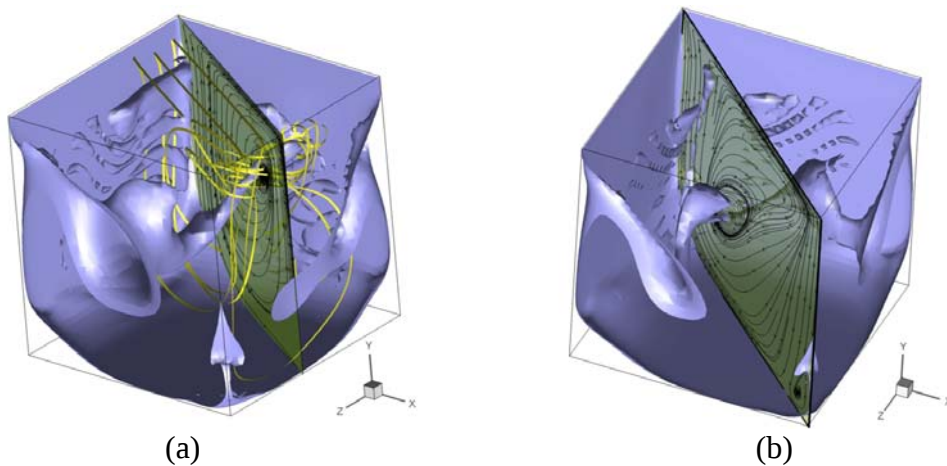


Figura 2: Linhas de corrente e iso-superfícies de H ; (a) $\alpha = 30^\circ$, $H = 0,018$,
(b) $\alpha = 45^\circ$, $H = 0,011$.

Analisando-se o caso de movimentação da tampa paralela ao eixo coordenado x , $\alpha = 0^\circ$ (Fig. 1a), a linha do centro do vórtice é simétrica em relação ao plano (x, y) em $z/L = 0,5$ e tem seus extremos localizados próximos às paredes laterais. Na região central da cavidade o centro de rotação tem curvatura voltada para abaixo e levemente para frente, como pode ser observado na Figura 3a, que mostra vistas nos planos xz e yz . Quando a tampa deslizante tem ângulo $\alpha = 15^\circ$ (Figura 1b), o vórtice primário é assimétrico e a linha que descreve o seu centro torna-se mais sinuosa, seus extremos ainda estão localizados em planos paralelos ($z/L = 0$ e $z/L = 1$), entretanto em alturas diferentes. Já se nota também a influência do ângulo de movimentação da tampa sobre a tridimensionalização do escoamento, que pode ser observado na topologia da região que delimita a linha central de rotação, Figura 3b. Para o ângulo da tampa deslizante $\alpha = 30^\circ$, os extremos do centro de rotação do vórtice primário já não se situam em planos paralelos como em $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 15^\circ$. A região que delimita o centro de rotação é bastante deformada, o que evidencia o aumento da tridimensionalização do escoamento, Figura 3c. No caso em que $\alpha = 45^\circ$, vórtice primário se apresenta novamente simétrico, porém com relação ao plano diagonal vertical mostrado na Figura 2b. A linha do centro do vórtice mostra três regiões côncavas, das quais a central é aquela que apresenta concavidade mais pronunciada e voltada em sentido oposto ao da movimentação da tampa. Neste caso, a configuração geométrica leva a um escoamento bastante direcionado para a região central da cavidade, Figura 3d. Informação quantitativa sobre a posição da linha que descreve o centro do vórtice primário sobre o plano xz e yz , para os diferentes valores de α , é apresentada na Figura 4.

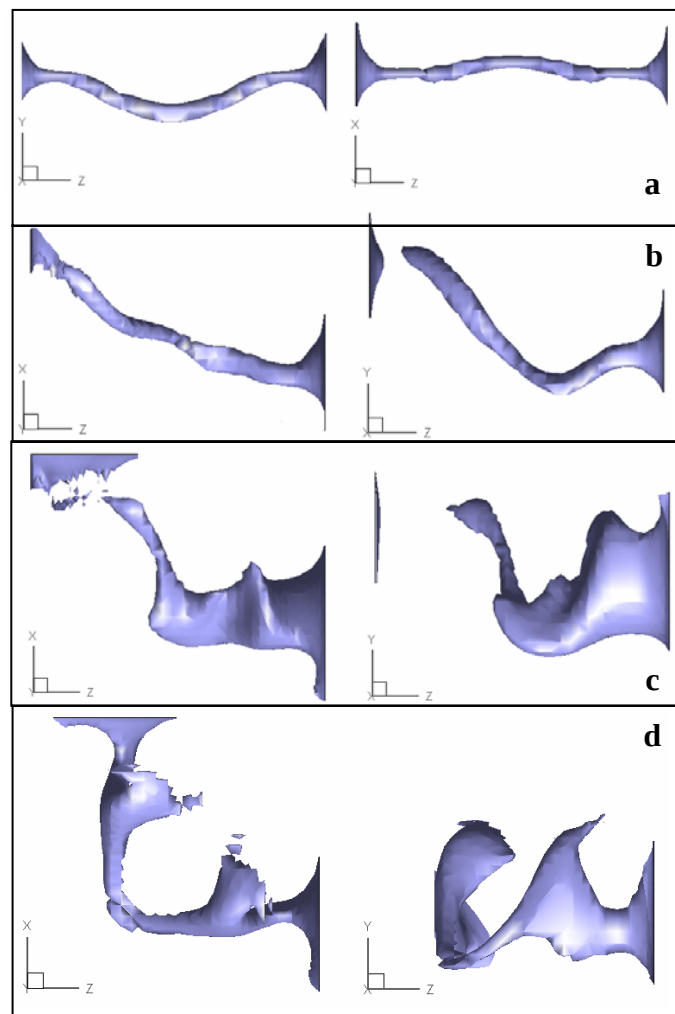


Figura 3: Vista da região que delimita a linha central de rotação do vórtice primário nos planos xz e yz : a - $\alpha = 0^\circ$; b - $\alpha = 15^\circ$; c - $\alpha = 30^\circ$ e d - $\alpha = 45^\circ$.

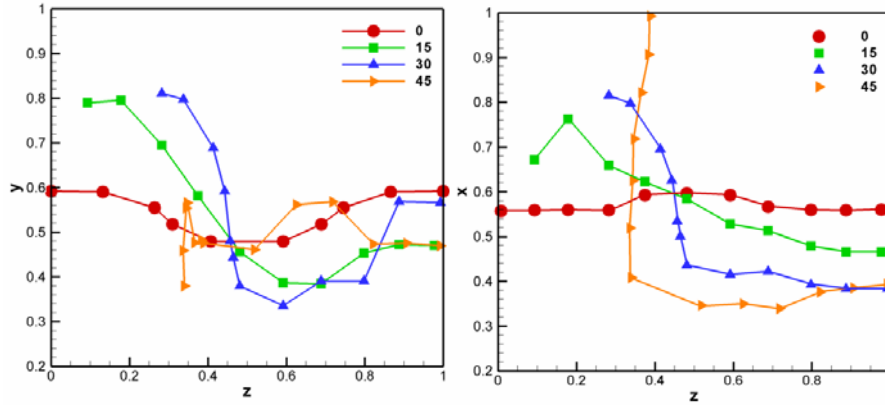


Figura 4: Posição da linha central de rotação do vórtice primário nos planos xz e yz.

Outro aspecto que pode ser analisado é quanto a tridimensionalização do escoamento no interior da cavidade com a variação do ângulo de movimentação da tampa. Pode parecer redundância, mas escoamentos bem comportados como aquele observado quando $\alpha = 0^\circ$, são muitas vezes estudados por meio de aproximações bidimensionais. Isso parece razoável tendo em vista a geometria do problema. Por outro lado, quando $\alpha = 15^\circ, 30^\circ$ e 45° , o escoamento é dirigido ao longo de diferentes planos ao longo da cavidade, dizendo-se que o escoamento é altamente tridimensional. Uma forma quantitativa de avaliar estes efeitos é através da quantidade de movimento paralela e transversal, Povitsky (2005). Define-se a quantidade de movimento na direção paralela à movimentação da tampa como: $M_p = (u \cos(\alpha) + w \sin(\alpha))^2$ e na direção transversal à movimentação da tampa como: $M_t = (w \cos(\alpha) - u \sin(\alpha))^2$. Assim, os valores médios de M_p e M_t ao longo da cavidade são calculados por :

$$L_p = \frac{1}{V} \int_V M_p dV, \quad (10)$$

$$L_t = \frac{1}{V} \int_V M_t dV. \quad (11)$$

A Figura 5 mostra o comportamento de L_p e L_t com o valor do ângulo de movimentação da tampa.

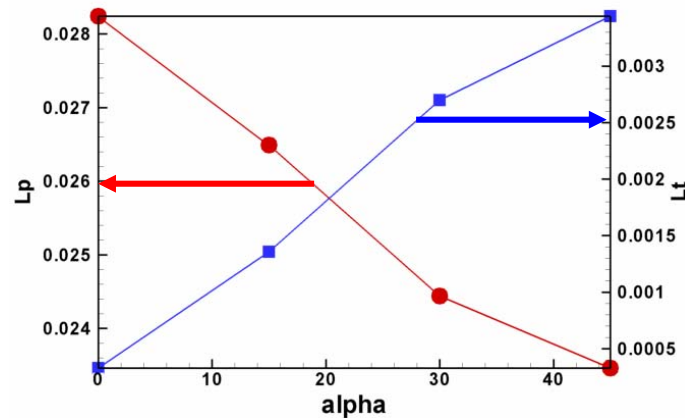


Figura 5: L_p e L_t em função do ângulo de movimentação da tampa da cavidade.

Nota-se, na Figura 5 que um incremento no ângulo α leva a uma incremento em L_t , e uma redução no valor de L_p . Ou seja, o aumento do ângulo de movimentação da tampa da cavidade leva ao movimento do fluido em planos diferentes do plano paralelo ao escoamento principal. Esse comportamento indica a tridimensionalização do escoamento no interior da cavidade.

6. CONCLUSÕES

Como já foi comentado anteriormente, embora o problema estudado seja geometricamente simples, é um caso teste muito utilizado para validação de códigos computacionais em CFD devido à natureza complexa do escoamento desenvolvido no interior da cavidade. Uma forma de aumentar “virtualmente” a complexidade da geometria é variar o ângulo de movimentação da tampa deslizante em relação às paredes da mesma. Com o código e os recursos de visualização disponíveis, foi possível estudar alguns aspectos do problema tridimensional com enfoque na linha central de rotação do vórtice principal. Com a utilização do critério H foi possível visualizar com precisão a região que delimita a linha central de rotação. De forma geral, observou-se que, para os casos estudados, o aumento do ângulo de movimentação da tampa aumenta a complexidade do escoamento, afetando diretamente a região central de rotação, constatado por meio de análise visual da topologia dos núcleos rotacionais e quantitativamente por meio da posição da linha de rotação nos planos xz e yz . A definição das quantidades de movimento paralela, M_p , e transversal, M_t , fornece informação quantitativa a cerca da movimentação do fluido em diferentes planos no interior da cavidade submetida a diferentes ângulos de movimentação da tampa.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Capes, FAPEMIG e CENPES/PETROBRAS, pelo auxílio financeiro.

8. REFERÊNCIAS

- Aidum, C. K., Triantafillopoulos, N. G. and Benson, J. D. 1991, Global Stability of a Lid-Driven Cavity with Through Flow: Flow Visualization Studies”, *Phys. Fluids A* 3, pp. 2081-2091.
- Babu, V. and Korpela, S. A., 1994, Numerical Solution of the Incompressible Three-Dimensional Navier-Stokes Equations, *Computers Fluids* 23(5). Pp. 675-691.
- Benjamin, A. S. and Denny V. E., 1979, On the Convergence of Numerical Solutions for 2D Flows in a Cavity Large Re, *J. Comput. Phys.*, 33, pp. 340-358.
- Botella, O., and Peyret, R., 1998, “Benchmark Spectral Results on the Lid-Driven”, *Comput Fluids*, vol 27(4), pp. 421-433.
- Deshpande, M. D. and Milton, S. G., 1998, Kolmogorov Scales in a Driven Cavity Flow, *Fluid Dyn. Res.*, 22, pp. 359-381.
- Ferziger, J. H., Peric, M. 1999, Computational methods for fluid dynamics, 2nd Ed., Springer.
- Ghia, U., Ghia, K. N. and Shin, C. T., 1982, High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method, *J. Comput. Phys.*, 48, pp. 387-411.
- Iwatsu, R. Ishi, K., Kawamura, T., Kawahara, K. and Hyun, J. M., 1989, Simulation of Transition to Turbulence in a Cubic Cavity, *AIAA Pap. No 98-0040*.
- Jeong, J. e Hussain, F., 1995, “On the Identification of a Vortex”, *Journal of Fluid Mechanics* 285, 69-94
- Koseff, J. R. and Street R. L., 1984, Visualization of a Shear Driven Three-Dimensional Recirculation Flow, *J. Fluids Eng.*, 106, pp. 21-29.
- Ku, H. C., Hirsh, R. S. and Taylor, T. D., 1987, A Pseudospectral Method for Solutions of the Three-dimensional Incompressible Navier-Stokes Equations, *J. Comput. Phys.*, 70, pp. 439-462.

- Moin, P., Kim, P., 1982, Numerical Investigation of Turbulent Channel Flow, Journal of Fluid Mechanics, vol. 118, pp. 341-377.
- Padilla, E. L. M., Silva, T. A., Silveira Neto, A., 2006(a), Escoamento Tridimensional no Interior de Cavidades com Tampa Deslizante Diagonal. XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, v. 1, p. 1-12.
- Padilla, E. L. M., Silva, T. A., Silveira Neto, A., 2006(b), Caracterização de Escoamentos em Cavidades Cúbicas com Movimentação Diagonal da Tampa. Congresso Brasileiro de engenharia e ciências térmicas, Curitiba, p. 1-11, trabalho aceito.
- Padilla, E. L. M. e Silveira Neto, A., 2005, Desenvolvimento de um Código Computacional Tridimensional para Solução de Escoamentos em Transição e Turbulência, XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Guarapari - ES, v. 1, p. 1-12.
- Padilla, E. L. M., Martins, A. L. E Silveira Neto, A., 2005, Large-Eddy Simulation of the Three-Dimensional Unstable Flow in a Lid-Driven Cavity. In: 18TH International Congress of Mechanical Engineering, Ouro Preto, Proceedings of COBEM 2005, v. 1, p. 1-8.
- Patankar, S. V., 1980, Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere.
- Povitsky, A., 2005, Three-dimensional flow in cavity at yaw, Nonlinear Analysis 63. Pp. E1573-e1584.
- Sheu, T. W. H. and Tsai, S. F., 2002, Flow Topology in a Steady Three-Dimensional Lid-Driven Cavity, Comput. Fluids, 31, pp. 911-934.
- Stone, H. L., 1968, Iterative Solutions of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations, SIAMJ Num. Anal., vol. 5, pp 530-558.

THREE -DIMENSIONAL CAVITIES: EFFECTS OF THE LID-DRIVEN ANGLE OVER THE PRIMARY EDDY AT $Re=1000$

Elie Luis Martínez Padilla

Faculdade de Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Uberlândia
Campus Santa Mônica - Bloco 1M
Av. João Naves de Ávila, 2.121, 38400-902 - Uberlândia - MG - Brasil
epadilla@mecanica.ufu.br

Tiago de Assis Silva

tsilva@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira-Neto

aristeus@mecanica.ufu.br

Abstract: *Lid-driven cavity flows are tridimensional with many characteristics structures which are function of Reynolds number and aspect ratio of the cavity. In present time, in view of many engineering applications and physical problem understanding, there are many researches about this kind of flow. At the classical benchmark case the lid moves in the direction parallel to the cavity side wall. New studies have been done by considering the lid of cavity moving along the lid diagonal with arbitrary angle. The 3-D lid-driven cavity flow is studied by numerical solution of the 3-D viscous Navier-Stokes equations using a computational code developed in house. Computational results for lid moving with angles 15° , 30° e 45° are compared to the case when the lid moves in the direction parallel to the cavity side walls. A flow is investigated numerically for the Reynolds number 1000 corresponding to existence of a laminar solution. The volume integrals of momentum in the direction of lid motion and perpendicular to it an introduced to compare cases in a quantitative way. The Navier-Stokes equations were discretized with finite volume method in a staggered grid with second-order time advance schemes and second-order spatial schemes. Fractional step method were used to resolve velocity and pressure coupling.*

Keywords: *primary eddy, three-dimensional cavities.*