

## ANÁLISE DE TENSÕES EM TUBOS POLIMÉRICOS DE PAREDE FINA PRESSURIZADAS INTERNAMENTE

**Peter Faluhelyi**

Universidade de Brasília (UnB), Departamento de Engenharia Mecânica  
Campus Universitário Darcy Ribeiro – Asa Norte  
70910-900, Asa Norte, Brasília, Distrito Federal  
[pyi@uol.com.br](mailto:pyi@uol.com.br)

**Flamínio Levy Neto**

[flaminio@unb.br](mailto:flaminio@unb.br)

**Resumo:** A necessidade de estudo de cascas delgadas surgiu das indústrias nuclear, aeroespacial e petroquímica. O foco do problema concentra-se em cascas delgadas de revolução, que neste trabalho, considerará apenas as cilíndricas, chamadas de tubos de parede fina com resistência à flexão. Um carregamento provoca flexão da casca, em particular, quando aplicados a tubos de parede fina que têm por definição, a razão do diâmetro ( $D$ ) pela espessura ( $t$ ) valor maior ou igual a 20, i.e.  $D/t \geq 20$ . Neste trabalho, serão realizados os cálculos analíticos, com base na teoria de cascas cilíndricas de parede fina de Reissner bem como, simulações numéricas com o programa CompsheII. Os resultados analíticos serão comparados aos da simulação numérica de tubos biengastados de PVC de parede fina submetidos à pressão hidrostática interna. Serão mostrados os resultados dos deslocamentos, momentos fletores e tensões por meio do programa CompsheII para tubos biengastados, no regime elástico. Os tubos de PVC apresentarão três configurações: tubo íntegro (TI), tubo desbastado na região central (TD) e tubo reparado (TR). O melhor resultado para tubos reparados é quando a razão entre os módulos de elasticidade do compósito e do tubo é próxima de 1. Neste trabalho, o reparo de matriz epóxi ( $E$ ) e carga de enchimento de algodão ( $A$ ) com módulos de elasticidade do compósito  $E_{E/A} = 3,5$  GPa e do tubo polimérico  $E_{PVC} = 2,8$  GPa, fornece uma razão de  $E_{E/A} / E_{PVC} = 1,25$ .

**Palavras-chave:** tubos poliméricos de parede fina, reparos compósitos.

### 1. INTRODUÇÃO

O transporte de fluidos em dutos e tubulações é importante para o desenvolvimento econômico. O custo do sistema de tubulação é relevante, e, em média, representa 20% do total do projeto de uma planta industrial (Telles, 1996). O estudo da classe de cascas delgadas surgiu das indústrias nuclear, aeroespacial e petroquímica onde estas cascas cilíndricas de revolução ou tubos, em geral são sujeitas a cargas axissimétricas, principalmente à pressão interna (Kraus, 1967). As soluções mostradas neste trabalho para pressão interna uniformemente distribuída são obtidas por procedimentos analíticos para temperatura constante. É importante ressaltar que a tecnologia de reparo compósito em instalações industriais e na construção civil apresenta vantagens para uma situação de dano em tubulação polimérica onde não se pode parar o processo de transporte de fluidos gasosos ou líquidos (AEA, 2001). Os objetivos deste trabalho são (i) comparar os resultados analíticos da teoria elástica de cascas delgadas de Reissner com os da simulação numérica do programa de elementos finitos CompsheII de tubos íntegros biengastados de PVC rígido e (ii) analisar a eficácia de reparos compósitos aplicados em tubos desbastados.

## 2. SOLUÇÕES ANALÍTICAS E NUMÉRICAS DE TUBOS E REPAROS

### 2.1 Tubo Biengastado Submetido a Pressão Interna Uniforme

Será apresentada a solução das equações de Reissner para os deslocamentos e esforços numa casca cilíndrica de parede fina engastadas nas duas extremidades, de espessura e propriedades elásticas constantes, submetida à pressão interna uniforme (Kraus, 1967). A Figura 1 mostra um tubo biengastado, de comprimento,  $L$ , de raio,  $R$ , de espessura da parede ( $t$ ) constante, em que a origem das coordenadas axial ( $x$ ) e circunferencial ( $\theta$ ), estão no meio do tubo. Os deslocamentos circunferencial ( $v$ ), radial ( $w$ ) e o ângulo de rotação ( $\beta$ ) estão representados na posição axial  $x=0$ .

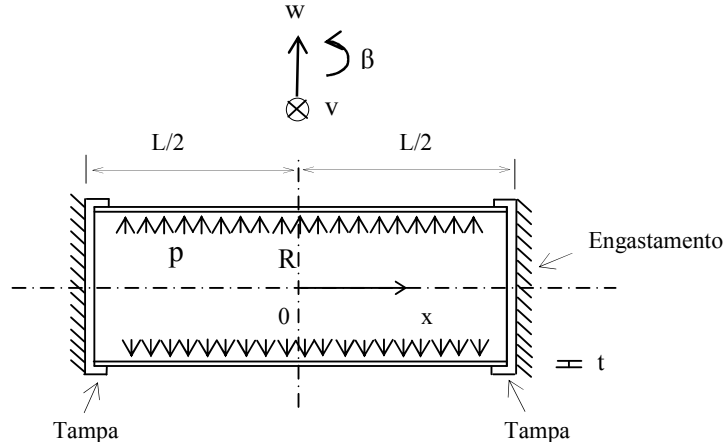


Figura 1: Tubo fechado e biengastado com pressão interna distribuída

As resultantes de tensões normais  $N_x$  e  $N_\theta$ , as de momentos fletores  $M_x$  e  $M_\theta$ , na direção axial ( $x$ ) e na direção circunferencial ( $\theta$ ), respectivamente, devem ser consideradas como distribuídas ao longo dessas direções, e portanto as dimensões para as tensões são N/mm e os momentos N.mm/mm (ou N). Desta maneira, as tensões  $N_x$ ,  $N_\theta$ , os momentos  $M_x$ ,  $M_\theta$  e o deslocamento radial,  $w$ , no tubo biengastado são dadas pelas Equações de 1 a 4:

$$N_x = -F_1(x) \quad \text{e} \quad N_\theta = R \left( \frac{dQ_x}{dx} - q \right) \quad (1)$$

$$M_x = D \left( \frac{d\beta}{dx} \right) \quad \text{e} \quad M_\theta = D \left( \nu_{\theta x} \frac{d\beta}{dx} \right) \quad (2)$$

$$F_1(x) = C_1 + \int_{x_0}^x q_x dx \quad \text{e} \quad D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu_{x\theta}\nu_{\theta x})} \quad (3)$$

$$w = \frac{R(N_\theta - \nu_{x\theta}N_x)}{Et} \quad (4)$$

Onde  $Q_x$  é o esforço cortante perpendicular à direção  $x$ ;  $E$ , módulo de elasticidade;  $D$ , a rigidez à flexão;  $\nu_{x\theta}$  e  $\nu_{\theta x}$ , coeficientes de Poisson, na direção  $x$  e  $\theta$ , respectivamente; a carga que o tubo é submetido é representada por  $q$  na direção  $\theta$ , porque as forças axiais na direção  $x$  são nulas neste trabalho, logo  $q_x=0$  e  $C_1=0$ .

As soluções gerais para o cortante  $Q_x$  e a rotação  $\beta$  são dadas pelas Equações 5 e 6:

$$Q_x = Q_x^p + Q_x^h \quad (5)$$

$$\beta_x = \beta_x^p + \beta_x^h \quad (6)$$

Quando a pressão interna for  $q = -p$ , constante, as equações de Reissner se reduzem ao caso da solução homogênea, que resulta em  $Q_x^p = \beta^p = 0$ . O efeito da pressão, entretanto, entra nas soluções gerais para  $Q_x$  e  $\beta$ , utilizando as Equações 5 e 6 obtém-se as Equações de 7 a 9 (Kraus, 1967):

$$Q_x = A_1 \cos \mu x \cosh \mu x + A_2 \operatorname{sen} \mu x \operatorname{senh} \mu x + A_3 \operatorname{sen} \mu x \cosh \mu x + A_4 \cos \mu x \operatorname{senh} \mu x \quad (7)$$

$$\beta = \frac{-1}{2\mu^2 D_x} (A_2 \cos \mu x \cosh \mu x - A_1 \operatorname{sen} \mu x \operatorname{senh} \mu x - A_4 \operatorname{sen} \mu x \cosh \mu x + A_3 \cos \mu x \operatorname{senh} \mu x) \quad (8)$$

$$\mu = \sqrt[4]{3 \frac{E_x (1 - \nu_{x\theta} \nu_{\theta x})}{E_\theta R^2 t^2}} \quad \text{parâmetro constante determinado pela equações de Reissner} \quad (9)$$

As condições de contorno para o tubo biengastado, considerando o centro do cilindro a coordenada de origem (Figura 1) são dadas pela Equação 10:

$$w = \beta = 0 \quad \text{para } x = \pm L/2 \quad (10)$$

As resultantes de tensão  $N_x$  e  $N_\theta$ , dadas pela equação 1, são substituídas na expressão do deslocamento radial,  $w$ , e ainda a relação  $R^2/Et$  por  $1/4\mu^4 D$ . Deixando claro que  $F_1(x) = 0$ , se  $C_1 = 0$  e  $q_x = 0$ , logo  $N_x = 0$  (forças axiais nulas). Assim a expressão do deslocamento radial,  $w$ , na Equação 4 modifica-se para a Equação 11:

$$w = \frac{1}{4\mu^4 D} \frac{dQ_x}{dx} + \frac{pR^2}{E_s t} \quad (11)$$

Para se determinar as constantes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$  da Equação 3, deve-se utilizar as condições de contorno dadas pela Equação 4. A simetria das cargas e dos deslocamentos, em relação ao centro do cilindro, resulta em  $A_1 = A_2 = 0$ . As rotações  $\beta$  são anti-simétricas em relação ao centro do cilindro, então manipulando a Equação 4 para  $x=L/2$ , definindo  $\delta = \mu L/2$ , obtém-se a Equação 12:

$$\{A_3, A_4\} = -4\mu^3 D \frac{pR^2}{Et} \frac{(\operatorname{sen} \delta \cosh \delta, \cos \delta \operatorname{senh} \delta)}{(\operatorname{senh} \delta \cosh \delta + \operatorname{sen} \delta \cos \delta)} \quad (12)$$

Na obtenção de  $w$ ,  $\beta$ ,  $M_x$ ,  $M_\theta$ ,  $N_\theta$  e  $Q_x$ , em função da posição axial ( $x$ ), obtendo-se as Equações de 13 a 17, respectivamente:

$$w = \frac{pR^2}{Et} \left[ 1 - \frac{(\cosh \delta \operatorname{sen} \delta + \cos \delta \operatorname{senh} \delta) \cos \mu x \cosh \mu x}{\operatorname{sen} \delta \cos \delta + \cosh \delta \operatorname{senh} \delta} - \frac{(\cos \delta \operatorname{senh} \delta - \cosh \delta \operatorname{sen} \delta) \operatorname{sen} \mu x \operatorname{senh} \mu x}{\operatorname{sen} \delta \cos \delta + \cosh \delta \operatorname{senh} \delta} \right] \quad (13)$$

$$\beta = -2\mu \frac{pR^2}{Et} \left[ \frac{-\cosh \delta \operatorname{sen} \delta \cos \mu x \operatorname{senh} \mu x + \cos \delta \operatorname{senh} \delta \operatorname{sen} \mu x \cosh \mu x}{\operatorname{sen} \delta \cos \delta + \cosh \delta \operatorname{senh} \delta} \right] \quad (14)$$

$$M_x = -\frac{2\mu^2 D p R^2}{Et} \left[ \frac{(\cosh \delta \operatorname{sen} \delta + \cos \delta \operatorname{senh} \delta) \operatorname{sen} \mu x \operatorname{senh} \mu x}{\operatorname{sen} \delta \cos \delta + \cosh \delta \operatorname{senh} \delta} + \frac{(\cos \delta \operatorname{senh} \delta - \cosh \delta \operatorname{sen} \delta) \cosh \mu x \cos \mu x}{\operatorname{sen} \delta \cos \delta + \cosh \delta \operatorname{senh} \delta} \right] \quad (15)$$

$$Q_x = -4\mu^2 D \frac{pR^2}{Et} \left[ \frac{\operatorname{sen} \delta \cosh \delta \operatorname{sen} \mu x \cosh \mu x + \cos \delta \operatorname{senh} \delta \cos \mu x \operatorname{senh} \mu x}{\operatorname{sen} \delta \cos \delta + \operatorname{senh} \delta \cosh \delta} \right] \quad (16)$$

$$M_\theta = \nu_{x\theta} M_x \quad \text{e} \quad N_\theta = \frac{Et}{R} w \quad (17)$$

É importante mostrar que os resultados no meio da casca cilíndrica, na posição  $x=0$ , aumentando o comprimento ( $L \rightarrow \infty$ ), e as frações envolvendo as funções trigonométricas e hiperbólicas

dependentes de  $\delta$ , no limite aproximam-se de zero, assim se obtém a Equação 20:

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \begin{Bmatrix} w(0) \\ \beta(0) \\ Q_x(0) \\ M_x(0) \\ N_x(0) \\ N_\theta(0) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} pR^2 / Et \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ pR \end{Bmatrix} \quad (20)$$

## 2.2 Revisão do Programa Compshell

O Compshell é um programa de elementos finitos baseado na teoria de cascas finas axisimétricas, que possibilita a realização de simulação numérica sob estados de tensões variados (Mistry e Levy Neto, 1994). O Compshell é elaborado conforme a teoria geométrica não linear de cascas finas (Novozhilov, 1959). O programa permite que o material seja ortotrópico, e assume que a casca seja de parede fina quando a razão entre o diâmetro (D) e a espessura (t), D/t seja superior ou igual a 20. Neste trabalho, a razão  $D/t \geq 20$ , desta maneira o estado de tensão tridimensional será reduzido para um estado de tensões bidimensional. O programa assume que a casca é axissimétrica e composta por camadas. As camadas, chamadas de lâminas, possuem características próprias e podem ter a princípio qualquer orientação das fibras de reforço.

O elemento básico do programa é um anel axisimétrico com nós nas extremidades. Em relação à superfície média do elemento, cada nó possui quatro graus de liberdade: três de translação e um de rotação. Os deslocamentos de translação são: axial (u), circunferencial (v) e radial (w). O deslocamento axial está na mesma direção do eixo de simetria da casca cilíndrica. O deslocamento radial está na mesma direção do raio da casca cilíndrica. Entretanto, o deslocamento circunferencial, está na direção tangente à seção circular da casca, portanto perpendicular aos outros dois deslocamentos. A rotação axial ( $\beta$ ) indica o ângulo de rotação no plano formado pelas direções axial e radial.

As funções de interpolação utilizadas pelo programa para o cálculo das tensões nos elementos são cúbicas para w, quadráticas para  $\beta$  e lineares para u e v. O algoritmo de Newton-Raphson é usado para resolver o sistema de equações não lineares.

O Compshell despreza o cisalhamento transversal, bem como a deformação normal na direção da espessura da parede da casca e admite a superposição arbitrária de camadas com espessura constante. As camadas são perfeitamente coladas, homogêneas, elásticas e ortotrópicas ao longo da espessura, representada pela coordenada radial (r). Por outro lado, a coordenada x, está na direção axial da casca cilíndrica, conforme Figura 2. No Compshell, a estrutura é dividida em segmentos, formados por anéis axissimétricos discretizados em elementos, ao longo da direção axial. Os anéis possuem dois nós, um em cada extremidade, representando os elementos da estrutura, conforme Figura 2. Os segmentos são unidos por junções e a parede da casca é idealizada pela superposição de camadas, ao longo da espessura. A primeira camada é situada à esquerda em relação ao sentido positivo da coordenada axial (x). A Figura 2 mostra os diversos elementos representativos utilizados pelo Compshell (Levy Neto, 1991) para tubos íntegro (TI), desbastado (TD) e reparado (TR).

Para cada segmento é necessário informar: a quantidade de camadas; as coordenadas, axial (coordenada x), radial (coordenada r), ao longo do comprimento do tubo (coordenada local s) e ao longo da espessura do tubo (coordenada z); as propriedades mecânicas da camada; e a espessura (t).

A parede do tubo onde se aplicou pressão hidrostática interna e as condições das extremidades sem tampa, engastada de um lado e apoiada do outro, são apresentadas conforme Figura 2.

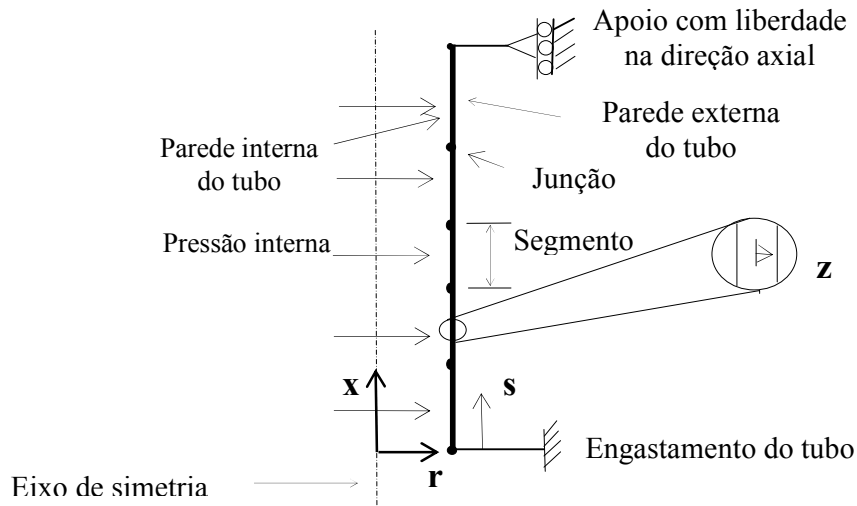


Figura 2: Visão geral do Compshell para tubos

### 2.2.2 Modelagem de corpos de prova para simulação numérica no Compshell

As simulações no Compshell, em tubos de PVC com comprimento ( $L$ ) de 500 mm, diâmetro ( $D$ ) de 100 mm e espessura ( $t$ ) de 1,8 mm, serão realizadas com três tipos de corpos de prova: tubo íntegro (TI), tubo desbastado (TD) e tubo reparado (TR). Os corpos de prova serão simulados com duas condições de contorno: (i) biengastado e (ii) engastado numa extremidade e na outra, apoiado com liberdade na direção axial. Na Figura 3 é ilustrado o corpo de prova com reparo compósito para as condições de contorno (ii). Para as condições de contorno (i), é desnecessário mostrar figura, porque se consideram neste caso também, as mesmas características geométricas dos corpos de prova da Figura 3, com a diferença de que para este caso só será simulado um tubo íntegro engastado numa extremidade, e que o apoio com liberdade axial ( $x$ ) será trocado por engastamento. O desbaste realizado nos corpos de prova desbastado (TD) e reparado (TR), que é ilustrado na Figura 3, tem extensão de 100 mm e espessura de 0,9 mm (50 % de  $t=1,8$  mm) na direção  $z$ .

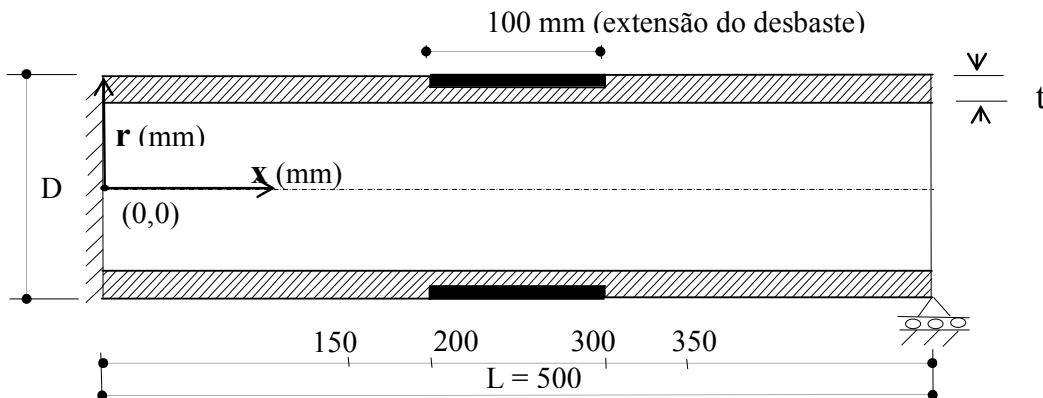


Figura 3: Tubo de PVC recuperado (TR)

## 3. ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

### 3.1. Resultados Analíticos Comparados aos do Compshell de Tubo Íntegro Biengastado

O tubo de PVC rígido é isotrópico, então  $\nu_{x0}=\nu_{0x}=\nu=0,4$  e  $E=3000$  MPa. O tubo é considerado

de parede fina, em que o raio  $R=50$  mm e espessura  $t=1,8$  mm, logo a razão entre o raio  $R$  e a espessura  $t$  é dada por  $R/t=27,8$ . Assim, a simulação analítica é realizada com quatro valores para a razão entre o comprimento  $L$  e o raio  $R$ . Neste caso, considerando a expressão de  $\mu$  da Equação 9, desprezando  $v^2$ , obtém-se  $\mu = 3,47/R$  e  $\delta = 3,47(L/R)$ , logo o argumento das funções trigonométricas e hiperbólicas,  $\mu x = (2\delta/L)x$ , será substituído por  $\delta(x/R)/(L/2R)$ , portanto as abscissas das figuras 4 e 5 (Faluheiyi, 2006), que representam o deslocamento radial ( $w$ ) e momento fletor ( $M_x$ ) rodadas em Matlab 6.0, serão dadas por  $(x/R)/(L/2R)$ . O deslocamento radial  $w$ , as resultantes de momentos fletores  $M_x$  e  $M_0$ , o cortante  $Q_x$  e a resultante de tensão normal na direção radial  $N_0$ , são dadas pelas Equações 13, 15, 16 e 17. Realmente, à medida que o comprimento da casca cresce ( $L \rightarrow \infty$ ), considerando o raio e a espessura da casca constante, a solução da aproximação de membrana tem uma progressiva região de aplicabilidade, onde o efeito das bordas é pequeno.

Após a apresentação dos gráficos de distribuição do deslocamento radial e resultante de momento fletor longitudinal há uma possibilidade de picos de momentos nas tampas de tubos íntegros biengastados. A Tabela 1 faz uma síntese das comparações entre a solução analítica e a numérica das resultantes de momentos fletores circunferenciais e longitudinais nas tampas, fornecendo os valores de pico pelo Compshell, que ocorre na posição  $x = 500$  mm (Faluheiyi, 2006). Os valores de pico da solução analítica do tubo íntegro de PVC ocorrem na posição longitudinal,  $x = 500$  mm. Deve-se considerar que a convenção de sinais utilizada na solução analítica dada por Kraus (1967) é ao contrário da solução numérica do Compshell dada por Mistry (1981).

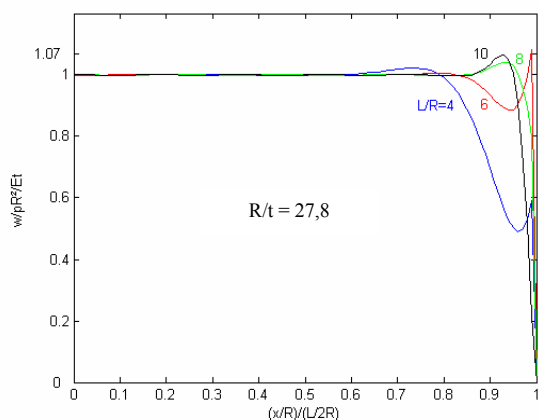


Figura 4: Deslocamento radial adimensional

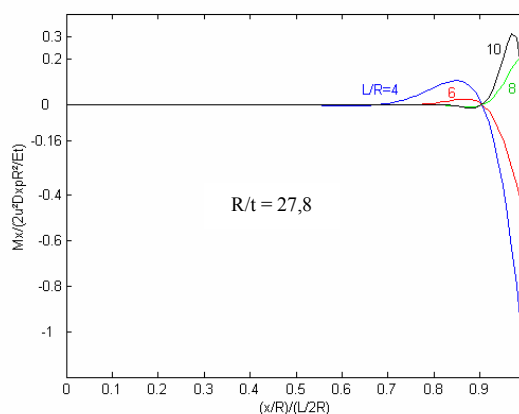


Figura 5: Resultante de momento longitudinal adimensional

Tabela 1 Comparação entre as soluções analítica e numérica de tubo íntegro de PVC das resultantes de momentos fletores nas tampas para  $p = 0,60$  MPa

| Tipo de tubo                                                         | PVC rígido                    |                               |
|----------------------------------------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
|                                                                      | $M_0$<br>( $x=500$ mm)<br>[N] | $M_x$<br>( $x=500$ mm)<br>[N] |
| Solução analítica (i)                                                | -6,24                         | -15,61                        |
| Solução numérica (ii)                                                | 5,36                          | 13,40                         |
| Diferenças percentuais [%]<br>$\frac{100 \cdot  (i) - (ii) }{ (i) }$ | +14,10                        | +14,16                        |

### 3.2 Resultados da Simulação Numérica

As propriedades mecânicas do PVC e de alguns materiais compósitos utilizados no Compshell, como os módulos de Young ( $E_{11}$  e  $E_{22}$ ) e de cisalhamento no plano ( $G_{12}$ ), o coeficiente de Poisson ( $\nu_{12}$ ), bem como os limites de resistência à tração ( $X_{T1}$  e  $X_{T2}$ ), à compressão ( $X_{C1}$  e  $X_{C2}$ ), e ao cisalhamento ( $S_{12}$ ) são mostradas na Tabela 2. Inicialmente, na subseção 3.1 foram realizadas simulações com as condições de contorno biengastado, e nessa subseção foram utilizadas as condições de engastado de um lado e do outro, apoiado com liberdade de deslocamento axial ( $u$ ), conforme detalhado na subseção 2.2. São utilizados para as simulações de tubos reparados os compósitos (matriz/fibra): Epóxi/Vidro-E e Epóxi/Algodão. As massas específicas ( $d$ ) em  $g/cm^3$  são dadas por:  $\rho_{epóxi}=1,0$ ;  $\rho_{vidro-E}=2,5$ ;  $\rho_{pvc}=1,4$  e  $\rho_{algodão}=1,5$ . Os valores das frações volumétricas da Tabela 1 de matriz ( $v_m$ ) e de fibra ( $v_f$ ) são 67,5% e 32,5%, respectivamente, para compósitos de Epóxi/Vidro-E (V), de tecido balanceado ( $0^\circ/90^\circ$ ) nas direções, longitudinal e circunferencial. No caso dos reparos com Epóxi/Algodão (E), o algodão nos laminados é apenas carga de enchimento. O tubo de PVC com o reparo de Epóxi/Carbono foi mencionado apenas para se confirmar a impossibilidade prática de realizá-lo por não se encontrar uma espessura no mercado que se aproxime daquela ideal mostrada na Tabela 3, e, além disso, apresenta estrangulamento excessivo na região do reparo.

Tabela 2: Propriedades mecânicas de PVC rígido (Albuquerque, 1990) e de reparos compósitos (Hull, 1981; Levy Neto, 1983)

| Propriedade   | $E_{11}$ | $E_{22}$ | $G_{12}$ | $\nu_{12}$ | $X_{T1}$ | $X_{C1}$ | $X_{T2}$ | $X_{C2}$ | $S_{12}$ |
|---------------|----------|----------|----------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Material      | MPa      | MPa      | MPa      | -          | MPa      | MPa      | MPa      | MPa      | MPa      |
| Epóxi/Algodão | 3500     | 3500     | 1296     | 0,35       | 65       | 882      | 65       | 882      | 841      |
| Epóxi/Vidro-E | 17475    | 17475    | 2293     | 0,25       | 298      | 311      | 298      | 311      | 53,59    |
| Epóxi/Carbono | 34478    | 34478    | 1998     | 0,21       | 274      | 769      | 274      | 769      | 125      |
| PVC rígido    | 3000     | 3000     | 1071     | 0,40       | 42       | 42       | 42       | 42       | 13,8     |

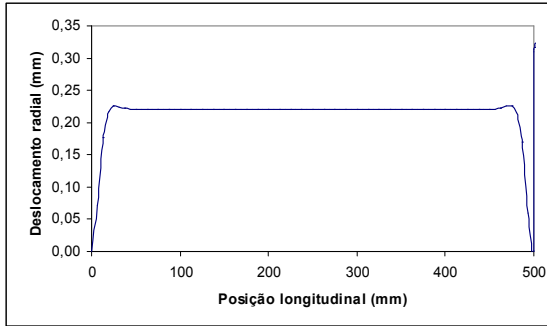
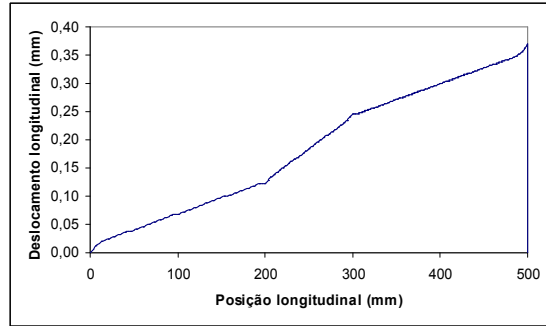
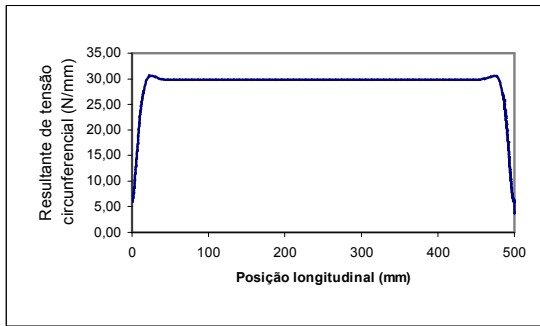
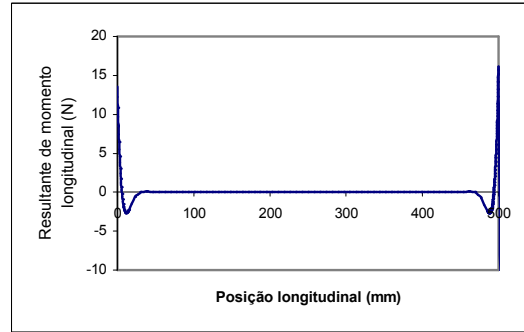
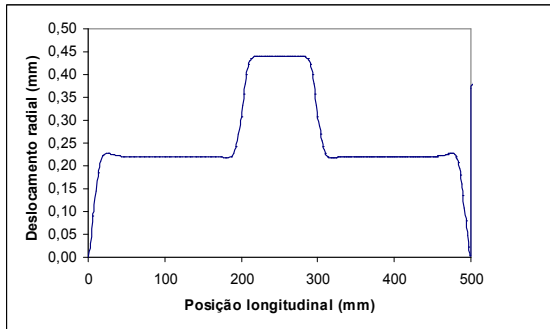
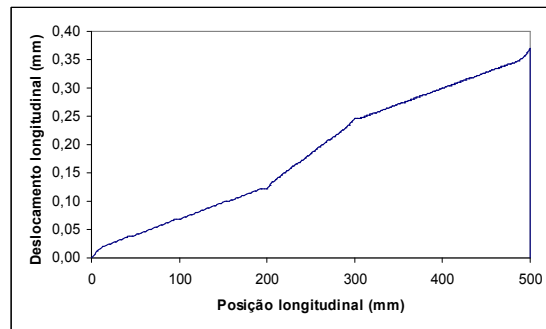
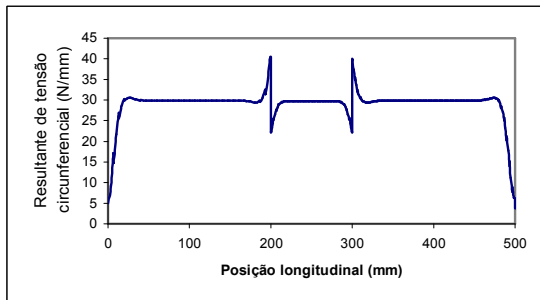
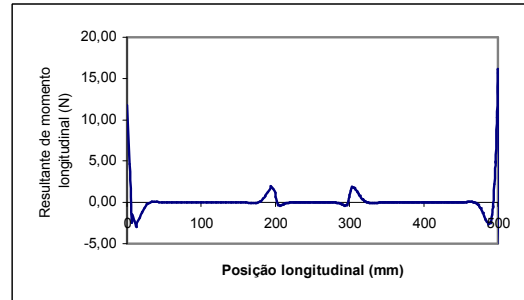
O trabalho de Maia (2003), sobre o comportamento elástico em tubos de alumínio com reparo compósito de Epóxi/Carbono (C), com metodologia semelhante, forneceu a expressão de espessura ideal de reparo ( $t_{reparo}$ ) dada por  $t_{reparo} = (E_{tubo}/E_{reparo}) \cdot t_{desbaste}$ . O módulo de Young circunferencial ( $E_{reparo}$ ), i.e.  $E_{reparo} = E_{22}$ , e o módulo de Young circunferencial do tubo de PVC ( $E_{tubo}$ ) de 3000 MPa, são encontrados na Tabela 2. A Tabela 3 mostra o módulo de Young do reparo ( $E_{reparo}$ ) e a espessura de reparo ideal ( $t_{reparo}$ ) para os tubos reparados (TR) com a espessura de desbaste ( $t_{desbaste}$ ) de 0,9 mm ( $t_{desbaste} = 50\%$  de  $t$ ), definida no modelagem dos tubos (TR) na Figura 4.

Tabela 3: Espessura de reparo ideal para corpos de prova (TR)

| Código | Reparo Compósito | $E_{reparo}$ (MPa) | $t_{reparo}$ (mm) |
|--------|------------------|--------------------|-------------------|
| TRC    | Epóxi/Carbono    | 34478              | 0,08              |
| TRV    | Epóxi/Vidro-E    | 17475              | 0,16              |
| TRE    | Epóxi/Algodão    | 3500               | 0,77              |

Os gráficos de deslocamentos radial ( $w$ ) e longitudinal ( $u$ ), de esforços resultantes  $N_\theta$  e  $M_x$ , em função da posição longitudinal ( $x$ ), de tubo íntegro (TI), de PVC rígido, nas condições de contorno da Figura 2, para a pressão hidrostática interna uniforme ( $p$ ) de 0,60 MPa, considerando um regime elástico, são mostrados nas Figuras 6, 7, 8 e 9, respectivamente. Para a construção destes gráficos, foram utilizados os dados do arquivo de saída do Compshell, e depois repassadas as informações relevantes para um arquivo de Bloco de Notas que é depois inserido no programa Excel 2003. Esta seqüência de passos é realizada para os tubos desbastado (TD) e reparado (TR).

Os gráficos de deslocamentos radial ( $w$ ) e longitudinal ( $u$ ) e de esforços resultantes de tensão circunferencial ( $N_\theta$ ), de momento longitudinal ( $M_x$ ), em função da posição longitudinal ( $x$ ), de tubo desbastado (TD), de PVC rígido, nas condições de contorno da Figura 2, para a pressão hidrostática interna ( $p$ ), de 0,60 MPa, no regime elástico, são mostrados nas Figuras 10, 11, 12 e 13, respectivamente.

Figura 6:  $w$  versus  $x$ Figura 7:  $u$  versus  $x$ Figura 8:  $N_\theta$  versus  $x$ Figura 9:  $M_x$  versus  $x$ Figura 10:  $w$  versus  $x$ Figura 11:  $u$  versus  $x$ Figura 12:  $N_\theta$  versus  $x$ Figura 13:  $M_x$  versus  $x$

Os gráficos das figuras 14 e 15 mostram o deslocamento radial ( $w$ ), em função da posição longitudinal ( $x$ ), de tubos reparados TRV e TRE, nas condições de contorno do tubo TI, para pressão hidrostática interna ( $p$ ), no regime elástico, de 0,60 MPa. As curvas destes gráficos mostram um estufamento na região do reparo para os tubos TRV e TRE.

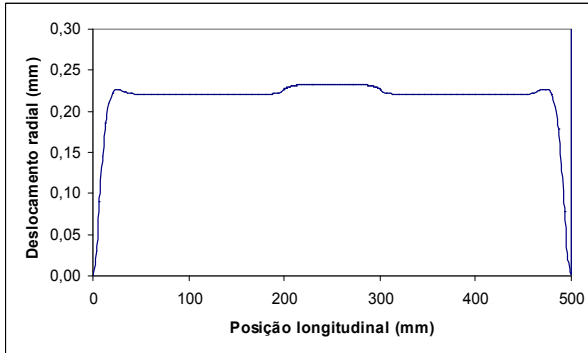


Figura 14: Deslocamento radial de tubo TRE

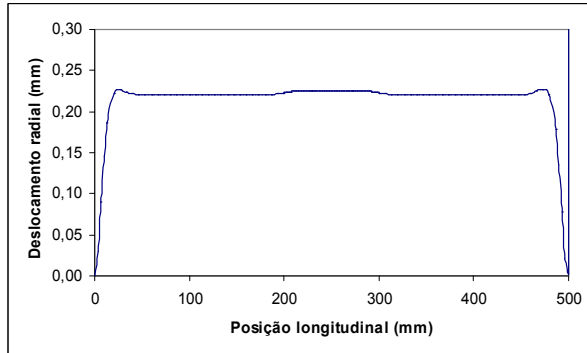


Figura 13: Deslocamento radial de tubo TRV

#### 4. Conclusões

- 1 – Para o tubo íntegro de PVC rígido ( $D/t = 55,6$ ), nos modelos analítico e numérico, que assumem engastamentos nas extremidades, os picos de resultantes de momento fletor circunferencial e longitudinal ocorrem nas extremidades e podem controlar o mecanismo de falha (Faluhelyi, 2006);
- 2 – O pico de momentos fletor longitudinal ( $M_x$ ) de tubo íntegro ( $L/R = 10$ ), comentadas no item 1 destas conclusões e calculados pelos modelos elásticos analíticos e numéricos, para PVC rígido, ocorreram na tampa, na posição longitudinal 500 mm. As diferenças percentuais dos momentos fletores longitudinais entre os modelos são inferiores a 14,2 %.
- 3 - Os tubos reparados TRV e TRE em valores percentuais de deslocamento radial ( $w$ ), em relação ao tubo íntegro (TI), na posição longitudinal,  $s = 250$  mm, são de 4,98% e 1,36%, respectivamente. A melhor escolha para ensaios de tubo reparado (TR), de acordo com a análise de resultados, é do reparo Epóxi/Algodão com espessura de 0,77 mm na região do desbaste, entre as posições de 200 mm e 300 mm. No caso de futuros ensaios, os corpos de prova TI, TD e TR terão as configurações deste trabalho e os resultados experimentais confrontados com os do Compshell.

#### 5. AGRADECIMENTOS

Agradecimentos ao CNPq e à Eletronorte pelo apoio financeiro recebido.

#### 6. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

#### 7. REFERÊNCIAS

- AEA Technology Consulting, 2001, Temporary/permanent pipe repair - Guidelines. In: Offshore Technology Report, 038, HSE Books, Oxfordshire, UK, 60p.
- Albuquerque, Jorge Artur C., 1990, “O Plástico na Prática”, cap.7, p.91-94, Sagra Ltda, Porto Alegre.

- Kraus, H., 1967, "Thin Elastic Shells: An Introduction to the Theoretical Foundations and the Analysis of their Static and Dynamic Behavior", cap.5, p.121-139, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Hull D., 1981, "An Introduction to Composite Materials", cap. 10, p. 231-135, Cambridge.
- Levy Neto, F., 1991, "Tese de Doutorado em The Behaviour of Externally-Pressurized Composite Domes", cap. 4, p. 122-134, University of Liverpool.
- Mistry, J. e Levy Neto, F., 1994, "A Procedure For Analyzing the Strength of Composite Domes by Axisymmetric Shell Finite Elements", Composites Engineering, vol 3, Nº1, pp. 169-180.
- Novozhilov, V.V., 1959, "The Theory of Thin Shells", Groningen: P.Noordhoff.
- Maia, G. C., 2003, "Dissertação de Mestrado em Comportamento Elástico de Cilindros com e sem Reparo Circunferencial de Carbono/Epóx", Programa de pós-graduação de Engenharia Mecânica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, p.51-77.
- Faluhelyi, P., 2006, "Dissertação de Mestrado em Análise de Tensões em Tubulações com e sem Reparo Compósito, Submetidas a Pressões Hidrostáticas Internas Programa de pós-graduação de Engenharia Mecânica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, p.22-78.
- Telles, P.C. da S., 1996, Tubulações Industriais Materiais, Projeto e Montagem, 9ª ed., p.1-3, editora LTC.

## **The stress analysis of internally pressurized polymeric thin-walled pipes**

**Peter Faluhelyi**

Universidade de Brasília (UnB), Departamento de Engenharia Mecânica  
Campus Universitário Darcy Ribeiro – Asa Norte  
70910-900, Asa Norte, Brasília, Distrito Federal  
[pyi@uol.com.br](mailto:pyi@uol.com.br)

**Flamínio Levy Neto**

[flaminio@unb.br](mailto:flaminio@unb.br)

**Abstract:** *The necessity to study thin shells appeared in the nuclear, aerospace and petrochemical industries. The focus of the problem is concentrated in thin shells of revolution, and will consider only the cylindrical ones, called thin-walled pipes with bending resistance. A load induces bending of the shell, in particular, when applied in thin-walled pipes that have ratio of the diameter ( $D$ ) over thickness ( $t$ ) larger or equal to 20, i.e.  $D/t \geq 20$ . In this work, the analytical calculations will be carried through, on the basis of the theory of cylindrical shells of thin wall of Reissner as well as, numerical simulations with the Compshell program. The analytical results will be compared with the ones of the numerical simulation of clamped PVC thin-walled pipes subjected to internal hydrostatic pressure. The results of the displacements, bending moments and stress resultants will be shown, using the Compshell program for clamped pipes. The pipes of PVC present three configurations: perfect, machined in central region and repaired. The best result occurs when the ratio between elasticity modulus of the composite and that of the pipe is near 1. In this work, the epoxy matrix filled with cotton cloth (A) repair with elasticity modulus of this composite  $E_{E/A} = 3,5$  GPa and that of the polymeric pipe  $E_{PVC} = 2,8$  GPa, presents ratio of  $E_{E/A} / E_{PVC} = 1,25$ .*

**Keywords:** *polymeric thin-walled pipe, composite repairs.*