

ESQUEMA QUICKEST ADAPTATIVO PARA ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS COM SUPERFÍCIES LIVRES A ALTO NÚMEROS DE REYNOLDS

Fernando Akira Kurokawa

Valdemir Garcia Ferreira

Instituto de Ciências Matemática e de Computação, ICMC-USP

Departamento de Matemática Aplicada e Estatística

Av. Trabalhador São-carlense 400, 13560-970, São Carlos - SP, Brasil.

kurokawa@icmc.usp.br

pvgf@icmc.usp.br

Resumo: Neste trabalho, um esquema “upwind” moderno de alta ordem para simulação numérica de escoamentos newtonianos, incompressíveis e com superfícies livres é investigado. No contexto de diferenças finitas e variáveis primitivas, as equações de conservação são analisadas e implementadas no ambiente de simulação Freeflow-2D e 3D. A derivação do esquema “upwind” de alta ordem QUICKEST adaptativo se baseia na aproximação NVD (“Normalized Variable Diagram”) e na restrição TVD (“Total Variation Diminishing”). Os seguintes problemas são simulados: um jato sobre uma superfície rígida para o caso 2D e o problema “Broken Dam” para os casos 2D e 3D em que os resultados numéricos são comparados com resultados numéricos/experimentais e analíticos.

Palavras-chaves: Escoamentos com superfícies livres, esquema QUICKEST Adaptativo, método de diferenças finitas, escoamentos de fluidos incompressíveis, alto números de Reynolds.

1. INTRODUÇÃO

Muitos problemas em escoamentos de fluidos são caracterizados por envolver altos valores do número de Reynolds, especialmente aqueles em regime turbulento. Obter soluções numéricas representativas para essa classe de problemas é muito difícil, em virtude da forte influência dos termos advectivos (não-lineares) nas equações diferenciais parciais de transporte. Conseqüentemente, o tema tem sido uma das principais preocupações da comunidade científica em dinâmica dos fluidos computacional.

O desenvolvimento e aplicação de estratégias “upwind” para a discretização dos termos advectivos, em geral, afetam de maneira significativa a estabilidade e a precisão do método numérico como um todo. Por um lado, os esquemas “upwind” de primeira ordem são os mais apropriados para suavizar oscilações/instabilidades; entretanto, durante o processo numérico, eles introduzem viscosidade artificial que pode comprometer a precisão dos resultados numéricos obtidos (ver, por exemplo, Ferreira et al. (2002)). Por outro lado, aproximações clássicas de alta ordem, tais como diferenças centrais e QUICK (“Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics”) são boas estratégias para melhorar a precisão do método numérico, porém geram frequentemente soluções numéricas oscilantes e/ou instáveis, comprometendo assim os resultados. Em algumas aplicações, as oscilações são toleráveis (Ferreira et al. (2002)), porém, em problemas envolvendo turbulência os processos não-lineares podem amplificar as oscilações acarretando não-convergência da solução numérica.

Com o propósito de minimizar o efeito da viscosidade numérica e, ao mesmo tempo, obter aproximações livres de oscilações/instabilidades, é crucial adotar uma estratégia para discretizar os termos advectivos que combina esquemas de primeira e alta ordens e que leve em conta a propagação de informação física na modelagem. Os resultados dessa composição são as estratégias “upwind” de alta ordem limitadas.

O objetivo do presente trabalho é apresentar o estado atual do trabalho de doutorado em desenvolvimento no LCAD/ICMC-USP. O projeto visa a simulação numérica 2D e 3D de escoamentos incompressíveis a altos valores do número de Reynolds. Para tanto, o esquema upwind limitado de alta ordem QUICKEST Adaptativo proposto por Kaibara et al. (2004) e a metodologia GENSMAC são analisados/implementados no ambiente de simulação *Freeflow-2D e 3D*.

Uma maior discussão da literatura acerca do tema e da metodologia numérica empregada neste trabalho pode ser encontrada em Ferreira et al. (2002) e Ferreira et al. (2006), e o estado atual do código *Freeflow-2D e 3D* está bem explicado em Castelo et al. (2000).

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

As equações que modelam escoamentos de fluidos newtonianos incompressíveis são as equações de Navier-Stokes e a equação de conservação de massa (continuidade), dadas por

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{Fr^2} \mathbf{g}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

em que t é o tempo, $\mathbf{g}$ é o campo gravitacional, $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ é o campo de velocidade e p é o campo pressão. Os parâmetros adimensionais $Re = (LU)/\nu$ e $Fr = U/(\sqrt{L|\mathbf{g}|})$ são, respectivamente, os números de Reynolds e Froude, na qual L é a escala de comprimento e U é a velocidade característica. ν é o coeficiente de viscosidade cinemática (constante) do fluido. Em conjunto com as condições iniciais e de contorno, as Equações (1) e (2) são resolvidas numericamente no ambiente de simulação *Freeflow-2D e 3D* de Castelo et al. (2000).

3. CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

Para as condições iniciais, todas as variáveis são prescritas no início dos cálculos (condição de Dirichlet). Em contornos rígidos, a velocidade obedece a condição de não-deslizamento ($\mathbf{u} = 0$). Na entrada do domínio de soluções, é imposto um perfil parabólico para a velocidade, e na saída de fluido a condição homogênea de Neumann é utilizada para essa variável. Nas paredes sólidas, assume-se que o fluido é aderente (no-slip) ou sem aderência (free-slep). Desprezando-se tensões superficiais, as condições de contorno em superfícies livres para escoamentos tridimensionais são (Detalhes sobre essas equações podem ser encontradas em Ferreira et al. (2006))

$$p - \frac{2}{Re} \left[\frac{\partial u}{\partial x} n_x^2 + \frac{\partial v}{\partial y} n_y^2 + \frac{\partial w}{\partial z} n_z^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) n_x n_y + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) n_x n_z + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) n_y n_z \right] = 0, \quad (3)$$

$$\frac{1}{Re} \left[2 \frac{\partial u}{\partial x} m_{1x} n_x + 2 \frac{\partial v}{\partial y} m_{1y} n_y + 2 \frac{\partial w}{\partial z} m_{1z} n_z + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) (m_{1x} n_y + m_{1y} n_x) + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) (m_{1x} n_z + m_{1z} n_x) + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) (m_{1y} n_z + m_{1z} n_y) \right] = 0 \quad (4)$$

e

$$\frac{1}{Re} \left[2 \frac{\partial u}{\partial x} m_{2x} n_x + 2 \frac{\partial v}{\partial y} m_{2y} n_y + 2 \frac{\partial w}{\partial z} m_{2z} n_z + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) (m_{2x} n_y + m_{2y} n_x) + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) (m_{2x} n_z + m_{2z} n_x) + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) (m_{2y} n_z + m_{2z} n_y) \right] = 0, \quad (5)$$

em que, (n_x, n_y, n_z) é o vetor unitário normal, externo a superfície livre, (m_{1x}, m_{1y}, m_{1z}) e (m_{2x}, m_{2y}, m_{2z}) são os vetores tangentes à superfície livre.

4. FORMULAÇÃO NUMÉRICA

Para resolver numericamente as Equações (1) e (2), assume-se que no instante t_0 o campo velocidade $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t_0)$ é conhecido. Além disso, assumem-se que são dadas as condições de contorno para $\mathbf{u}$ e p . Para o cálculo dos campos $\mathbf{u}$ e p em $t = t_0 + \delta t$ utiliza-se o método da projeção (ver Chorin (1968)) como segue:

PASSO 1: Seja $\tilde{p}(\mathbf{x}, t_0)$ um campo de pressão arbitrário que satisfaz as condições de contorno para a pressão na superfície livre. Esse campo é calculado pela Equação (3) e as velocidades nas superfícies livres por (4) e (5).

PASSO 2: Com um campo de pressão $\tilde{p}$ conhecido no tempo inicial, ou num ciclo prévio, calcular um campo de velocidade intermediário $\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)$ em $t = t_0 + \delta t$, com $\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t_0) = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_0)$, satisfazendo a equação

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial t} \Big|_{t=t_0} = \left\{ -\nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) - \nabla \tilde{p} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{Fr^2} \mathbf{g} \right\} \Big|_{t=t_0}.$$

PASSO 3: Resolver a equação de Poisson

$$\nabla^2 \psi(\mathbf{x}, t) = \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) \quad (6)$$

para ψ , com condições de contorno tipo Neumann homogênea na parede e entrada de fluido, e condição de Dirichlet na superfície livre e saída de fluido.

PASSO 4: Atualizar o campo de velocidade como $\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} - \nabla \psi$.

PASSO 5: Atualizar o campo de pressão como $p = \tilde{p} + \psi/\delta t$.

PASSO 6: Atualizar as posições das partículas marcadoras. Essas partículas permitem a visualização do escoamento, e suas posições são atualizadas resolvendo-se as equações diferenciais ordinárias $\dot{x} = u$ e $\dot{y} = v$ pelo método de Euler.

PASSO 7: Atualizar as condições de contorno necessárias para o próximo ciclo.

5. DISCRETIZAÇÃO POR DIFERENÇAS FINITAS

No contexto de variáveis primitivas, as equações de conservação (1) e (2) são discretizadas pelo método de diferenças finitas numa malha deslocada. A pressão é aproximada no centro das células e as componentes da velocidade u , v e w são aproximadas nas faces das células (ver, por exemplo, Ferreira et al. (2002)). As derivadas temporais são aproximadas por diferenças avançadas de primeira ordem (Euler explícito). Os termos difusivos e os gradientes de pressão são aproximados por diferenças centrais enquanto que os termos advectivos são discretizados usando-se o esquema QUICKST Adaptativo por Kaibara et al. (2004) (ver também Ferreira et al. (2006)). Detalhes deste esquema serão apresentado na próxima seção. A equação de Poisson (6) é aproximada por diferenças centrais e o sistema de equações lineares resultante é resolvido pelo método de gradientes conjugados.

5.1 Termos Advectivos

A discretização dos termos advectivos (não lineares) nas equações de Navier-Stokes merece atenção especial porque tais termos são responsáveis por fenômenos complexos no escoamento e são os principais causadores de dificuldades numéricas nas simulações. Nesse trabalho, esses termos advectivos são discretizados usando o esquema QUICKEST Adaptativo, um esquema upwind limitado de alta ordem. Este esquema é derivado no contexto de variáveis normalizadas de Leonard (1991) e na propriedade TVD de Harten (1984) e Sweby (1984). Consequentemente, o esquema satisfaz o critério CBC de Gaskell and Lau (1988). A idéia principal na derivação deste esquema é combinar a exatidão e monotonicidade, e assegurar a flexibilidade (dependência do número de Courant). Este esquema assegura que a variação total das variáveis não aumenta com tempo; dessa forma a dispersão numérica (oscilações numéricas espúrias) não é gerada. Em resumo, este esquema advectivo é implementado no código *Freeflow* pela seguinte equação

$$\hat{\phi}_f = \begin{cases} (2 - \theta)\hat{\phi}_U, & 0 < \hat{\phi}_U < a \\ \hat{\phi}_U + \frac{1}{2}(1 - |\theta|)(1 - \hat{\phi}_U) - \frac{1}{6}(1 - \theta^2)(1 - 2\hat{\phi}_U), & a \leq \hat{\phi}_U \leq b \\ 1 - \theta + \theta\hat{\phi}_U, & b < \hat{\phi}_U < 1 \\ \hat{\phi}_U, & \phi_U \notin [0, 1] \end{cases} \quad (7)$$

na qual $\theta = V_f \cdot \delta t / \delta x$ é número de Courant, V_f velocidade convectiva e δx é o espaçamento da malha, e $\hat{\phi}_0 = (\phi_0 - \phi_R) / (\phi_D - \phi_R)$ é as variáveis normalizadas de Leonard's (ver Leonard (1988)).

As constantes a e b na Equação (7) são dadas por,

$$a = \frac{2 - 3|\theta| + \theta^2}{7 - 6\theta - 3|\theta| + 2\theta^2} \quad \text{e} \quad b = \frac{-4 + 6\theta - 3|\theta| + \theta^2}{-5 + 6\theta - 3|\theta| + 2\theta^2}.$$

Por simplicidade, somente a discretização do termo não linear na componente u das equações de Navier-Stokes tridimensional será apresentada. A discretização dos outros termos é análoga. No ponto de discretização $(i + \frac{1}{2}, j, k)$ da malha 3D diferenciada, o termo advectivo é aproximado pelo esquema conservativo

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} \right) \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k} &\approx \frac{\bar{u}_{i+1,j,k}u_{i+1,j,k} - \bar{u}_{i,j,k}u_{i,j,k}}{\delta x} \\ &+ \frac{\bar{v}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} - \bar{v}_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}}{\delta y} \\ &+ \frac{\bar{w}_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}u_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}} - \bar{w}_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}u_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}}{\delta z}, \end{aligned}$$

em que as velocidades advectivas, $\bar{u}_{i+1,j,k}$, $\bar{u}_{i,j,k}$, $\bar{v}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}$, $\bar{v}_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}$, $\bar{w}_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}$ e $\bar{w}_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}$ são obtidos calculando a média.

Em resumo, usando o esquema QUICKEST Adaptativo, a velocidade $u_{i,j,k}$ é calculada por

- Quando $\bar{u}_{i,j,k} > 0$ e $\hat{u}_{i-\frac{1}{2},j,k} = \frac{u_{i-\frac{1}{2},j,k} - u_{i-\frac{3}{2},j,k}}{u_{i+\frac{1}{2},j,k} - u_{i-\frac{3}{2},j,k}}$, o valor de $u_{i,j,k}$ é

$$u_{i,j,k} = \begin{cases} (2 - \theta)u_{i-\frac{1}{2},j,k} - (1 - \theta)u_{i-\frac{3}{2},j,k} & \text{se } 0 \leq \hat{u}_{i-\frac{1}{2},j,k} < a, \\ \alpha_D u_{i+\frac{1}{2},j,k} + \alpha_U u_{i-\frac{1}{2},j,k} + \alpha_R u_{i-\frac{3}{2},j,k} & \text{se } a \leq \hat{u}_{i-\frac{1}{2},j,k} \leq b, \\ (1 - \theta)u_{i+\frac{1}{2},j,k} + \theta u_{i-\frac{1}{2},j,k} & \text{se } b < \hat{u}_{i-\frac{1}{2},j,k} \leq 1, \\ u_{i-\frac{1}{2},j,k} & \text{se caso contrário.} \end{cases}$$

- Quando $\bar{u}_{i,j,k} < 0$ e $\hat{u}_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{u_{i+\frac{1}{2},j,k} - u_{i+\frac{3}{2},j,k}}{u_{i-\frac{1}{2},j,k} - u_{i+\frac{3}{2},j,k}}$, o valor de $u_{i,j,k}$ é

$$u_{i,j,k} = \begin{cases} (2 - \theta)u_{i+\frac{1}{2},j,k} - (1 - \theta)u_{i+\frac{3}{2},j,k} & \text{se } 0 \leq \hat{u}_{i+\frac{1}{2},j,k} < a, \\ \alpha_D u_{i-\frac{1}{2},j,k} + \alpha_U u_{i+\frac{1}{2},j,k} + \alpha_R u_{i+\frac{3}{2},j,k} & \text{se } a \leq \hat{u}_{i+\frac{1}{2},j,k} \leq b, \\ (1 - \theta)u_{i-\frac{1}{2},j,k} + \theta u_{i+\frac{1}{2},j,k} & \text{se } b < \hat{u}_{i+\frac{1}{2},j,k} \leq 1, \\ u_{i+\frac{1}{2},j,k} & \text{se caso contrário.} \end{cases}$$

em que

$$\alpha_D = \frac{1}{6}(\theta^2 - |\theta| + 2), \quad \alpha_U = \frac{1}{6}(-2\theta^2 + 3|\theta| + 5) \quad \text{e} \quad \alpha_R = \frac{1}{6}(1 - \theta^2).$$

As outras velocidades $u_{i+1,j,k}$, $u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}$, $u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}$, $u_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}$ e $u_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}$ seguem procedimentos análogos.

6. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção são apresentados resultados numéricos para o problema de escoamento de um jato livre sobre uma superfície rígida impermeável para o caso 2D e o problema “Broken Dam” para os casos 2D e 3D.

6.1 Jato Livre sobre uma Superfície Rígida

O primeiro resultado estudado para validação do modelo numérico é o escoamento de um jato incidindo perpendicularmente sobre uma superfície rígida impermeável e sob o efeito do campo gravitacional. Este problema com superfície livre foi estudado por Watson (1964). Desprezando os efeitos de tensão superficial, Watson derivou uma expressão analítica aproximada para a altura h entre a superfície rígida e a superfície livre do fluido (os detalhes podem ser vistos em Watson (1964)).

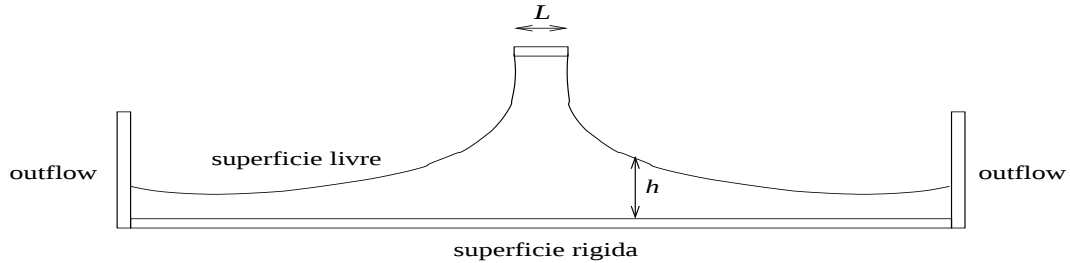


Figura 1. Configuração de um jato de fluido incidindo sobre uma superfície rígida.

Neste problema com superfície livre, o número de Reynolds baseado na velocidade máxima $U_{max} = 1.0$ m/s e no diâmetro do injetor $L = 0.01$ m foi de $Re = 2000$. A altura do injetor está localizado $H = 0.037$ m a partir da superfície rígida, como mostra a Figura 1.

Para este problema foram utilizadas quatro malhas diferentes: 100×10 células computacionais ($\delta_x = \delta_y = 0.005$ m), 250×25 células computacionais ($\delta_x = \delta_y = 0.002$ m), 500×50 células computacionais ($\delta_x = \delta_y = 0.001$ m) e 1000×100 células computacionais ($\delta_x = \delta_y = 0.0005$ m). As Figuras 2 e 3 mostram, respectivamente, os contornos da pressão e velocidade u numa malha 250×25 utilizando o esquema QUICKEST adaptativo.

A comparação entre as soluções numéricas das quatro malhas e a solução analítica de Watson é apresentada na Figura 4, a qual ilustra as superfícies teórica e computada no tempo $t = 5.0$ s. Como pode-se observar nessa figura, os resultados numéricos sobre as malhas 500×50 e 1000×100 estão em boa concordância com a solução analítica de Watson, porém indicando pequenas diferenças em algumas regiões. Acredita-se que essas diferenças podem ser atribuídas ao número insuficiente de pontos da malha usados perto da parede rígida.

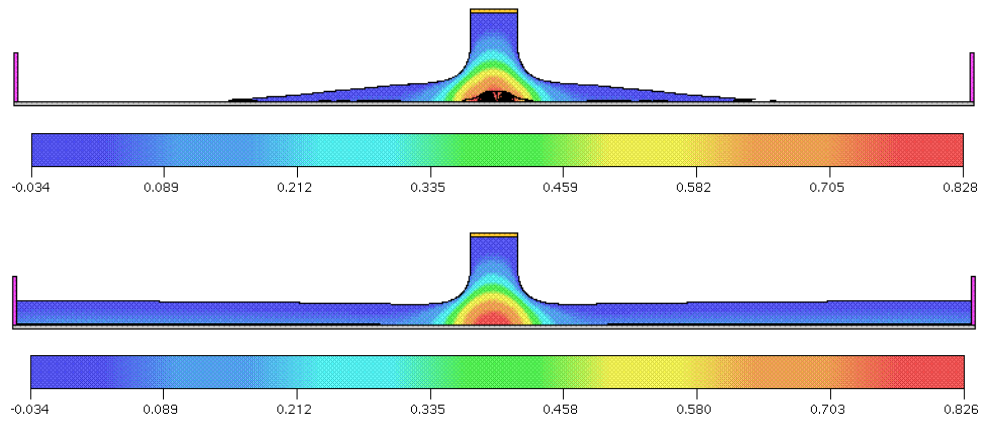


Figura 2. Evolução do perfil da superfície livre e contorno da pressão para o jato livre utilizando o esquema QUICKEST Adaptativo.

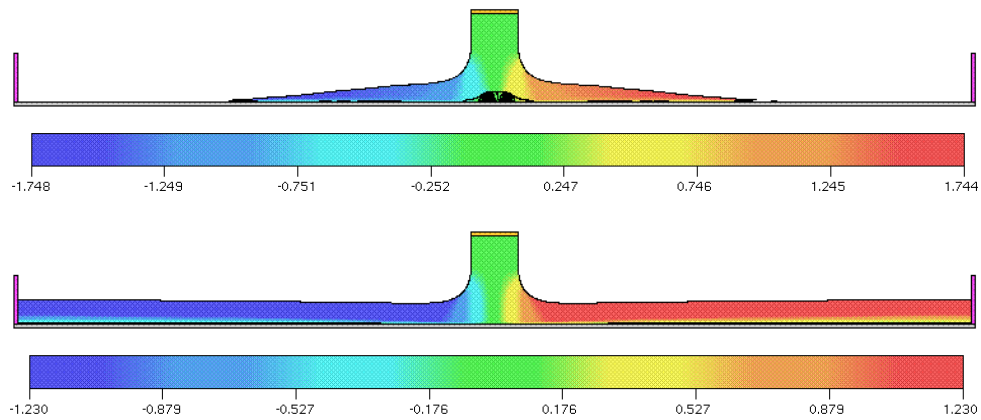


Figura 3. Evolução do perfil da superfície livre e contorno da velocidade na direção x para o jato livre utilizando o esquema QUICKEST Adaptativo.

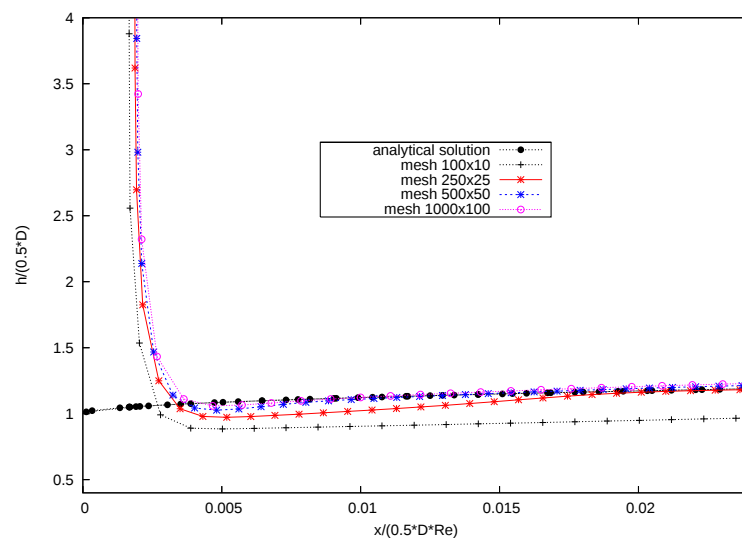


Figura 4. Comparação entre a solução numérica e a solução analítica de Watson nas quatro malhas.

6.2 Problema “Broken Dam”

Considera-se uma coluna de fluido retangular de comprimento $a = 0,05$ m, largura $w = 2a$ e altura $h = 2a$ em equilíbrio hidrostático confinada entre paredes. No tempo $t = 0$, esta coluna é instantaneamente posta à ação da gravidade e, conseqüentemente, deslizando-se na direção horizontal. Este problema foi estudado experimentalmente por Martin and Moyce (1952) para investigar a velocidade do espalhamento do fluido na posição horizontal e da altura da coluna de fluido após removida a comporta do container. A evolução do escoamento, obtida pelo método numérico, é mostrada na Figura 5.

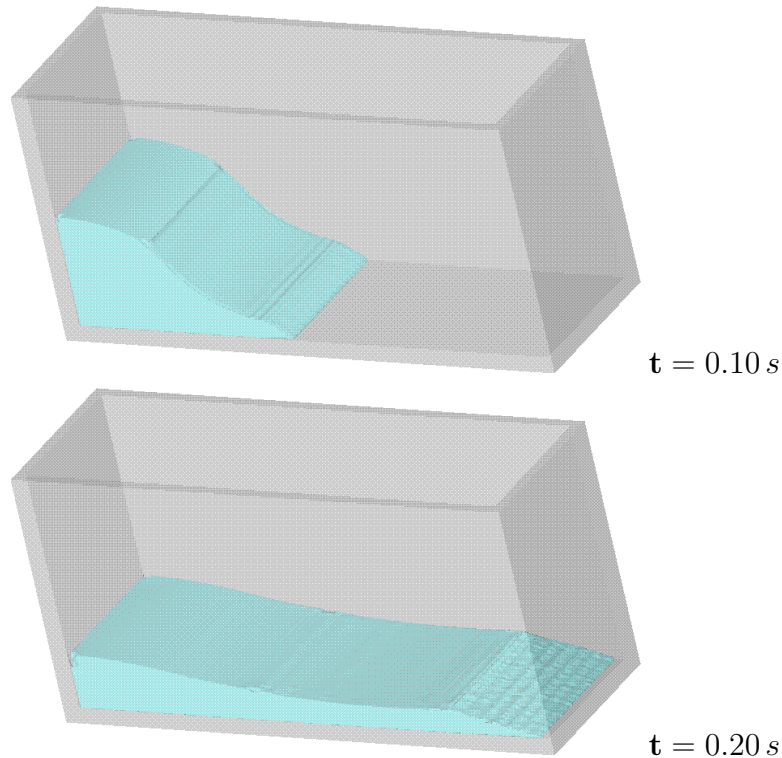


Figura 5. Evolução do escoamento para o “Broken Dam” 3D.

O número de Reynolds baseado na escala de comprimento $L = a$ e na velocidade característica do fluido $U = \sqrt{L|g|}$ é $Re = LU/\nu = 99045.444$ ($|g| = 9.81\text{ ms}^{-2}$). A malha utilizada para este problema é 150×75 ($\delta_x = \delta_y = 0.002$ m) células computacionais no caso 2D, e $150 \times 50 \times 75$ ($\delta_x = \delta_y = \delta_z = 0.002$ m) células computacionais no caso 3D.

As Figuras 6 e 7 mostram, respectivamente, os dados experimentais e os resultados numéricos 2D/3D para a posição frontal do fluido (X_{max}) versus o tempo e a altura da coluna do fluido (Y_{max}) versus o tempo (os resultados numéricos 3D foram obtidos a partir do corte feito no plano xy na posição $y = 0.05$ m). Observa-se nessas figuras que os resultados numéricos obtidos pelo *Freeflow-2D e 3D* equipado com o esquema QUICKEST Adaptativo estão em boa concordância com os resultados experimentais obtidos por Martin and Moyce (1952).

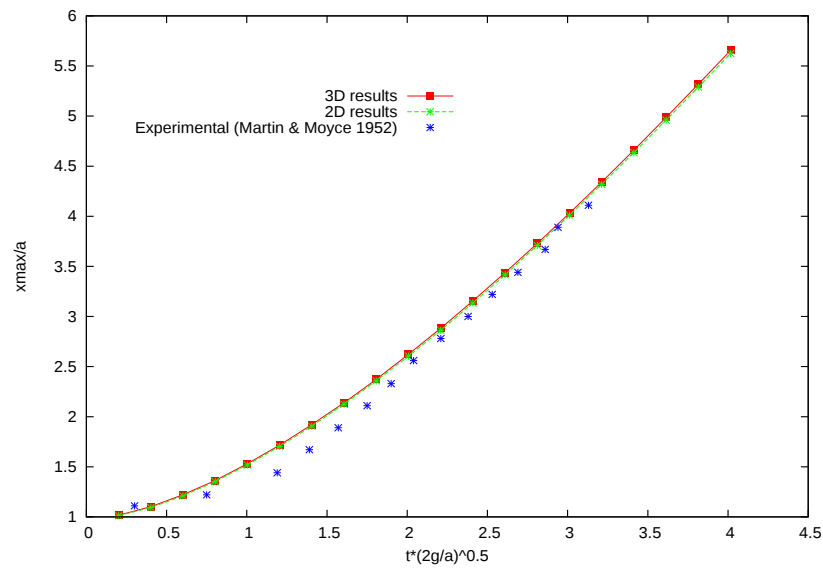


Figura 6. Comparação entre os resultados numéricos 2D e 3D com os dados experimentais da posição frontal da coluna de fluido X_{max} versus o tempo adimensional.

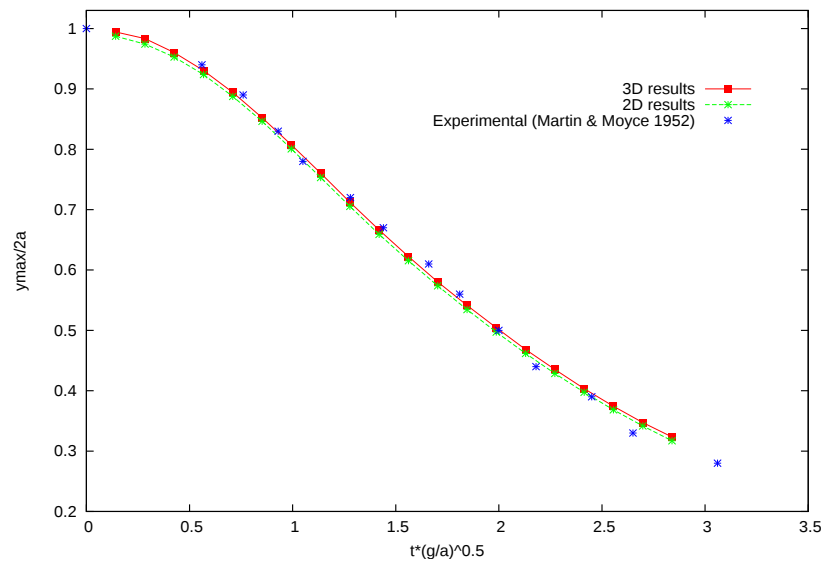


Figura 7. Comparação entre os resultados numéricos 2D e 3D com os dados experimentais da posição da altura da coluna de fluido Y_{max} versus o tempo adimensional.

7. CONCLUSÃO

O objetivo do presente trabalho é apresentar o estado atual do trabalho de doutorado em desenvolvimento no LCAD/ICMC-USP. O projeto visa a simulação numérica 2D e 3D de escoamentos incompressíveis a altos valores do número de Reynolds. Para tanto, o esquema upwind limitado de alta ordem QUICKEST adaptativo proposto por Kaibara et al. (2004) e a metodologia GENSMAC são analisados/implementados no ambiente de simulação *Freeflow-2D e 3D*.

Para acessar o desempenho do método numérico, dois problemas foram simulados, a saber: o problema de um jato livre sobre uma superfície rígida impermeável e o problema “Broken Dam” para ambos os casos 2D e 3D. Para a simulação de um jato livre, os resultados numéricos foram comparados com a solução analítica de Watson. E neste caso, foram observadas algumas discrepâncias entre os resultados numéricos e o analítico de Watson. Esses desvios podem ser atribuídos ao “tamanho” da malha. No caso do problema “Broken Dam”, os resultados numéricos foram comparados com os dados experimentais de Martin and Moyce (1952) e, nesse caso, observou-se uma boa concordância, tanto no caso 2D quanto no 3D.

8. AGRADECIMENTOS

O presente trabalho teve apoio financeiro da FAPESP (processo 05/51458-0). Os cálculos numéricos fornecidos neste trabalho foram realizados em uma estação Sun Microsystems, HD 1.4 Tb, i86pc, V40z utilizando Solaris 10 como sistema operacional Unix da USP.

9. REFERÊNCIAS

- Castelo, A. F., Tomé, M. F., Cesar, M. L., Cuminato, J. A., & Mckee, S., 2000. Freeflow: An integrated simulation system for three-dimensional free surface flows. *Journal of Computing and Visualization in Science*, vol. 2, pp. 199–210.
- Chorin, A., 1968. Numerical solution of the navier-stokes equations. *Math. Comput.*, vol. 22, pp. 745–762.
- Ferreira, V. G., Oishi, C. M., Kurokawa, F. A., Kaibara, M. K., J. A. Cuminato, A. C., Mangiavacchi, N., Tome, M. F., & McKee, S., 2006. A combination of implicit and adaptative upwind tools for the numerical solution of incompressible free surface flows. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, In press.
- Ferreira, V. G., Tomé, M. F., Mangiavacchi, N., Castelo, A., Cuminato, J. A., Fortuna, A. O., & McKee, S., 2002. High-order upwinding and the hydraulic jump. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 39, pp. 549–583.
- Gaskell, P. H. & Lau, A. K., 1988. Curvature-compensated convective transport: Smart, a new boundedness-preserving transport algorithm. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 8, pp. 617–641.
- Harten, A., 1984. On a class of high resolution total-variation-stable finite-difference schemes. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, vol. 1, pp. 1–23.
- Kaibara, M. K., Ferreira, V. G., & Navarro, H. A., 2004. Upwinding finite-difference schemes for convection dominated problems. *Notas do ICMC-USP, Série Computação*, No. 28.
- Leonard, B. P., 1988. Simple high-accuracy resolution program for convective modelling of discontinuities. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 8, pp. 1291–1318.

- Leonard, B. P., 1991. The ultimate conservative difference scheme applied to unsteady one-dimensional advection. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 88, pp. 17–74.
- Martin, J. & Moyce, W., 1952. An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plate. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, series A. Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 244, pp. 312–324.
- Sweby, P. K., 1984. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, vol. 21, n. 5, pp. 995–1011.
- Watson, E. J., 1964. The radial spread of a liquid jet over a horizontal plane. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 20, pp. 481–499.

ADAPTATIVE QUICKEST SCHEME FOR INCOMPRESSIBLE FREE SURFACE FLOWS AT HIGH REYNOLDS NUMBERS

Fernando Akira Kurokawa

Valdemir Garcia Ferreira

Instituto de Ciências Matemática e de Computação, ICMC-USP

Departamento de Matemática Aplicada e Estatística

Av. Trabalhador São-carlense 400, 13560-970, São Carlos - SP, Brasil.

kurokawa@icmc.usp.br

pvgf@icmc.usp.br

Abstract: *In this work, a modern high-order upwind scheme (called adaptative QUICKEST) for numerical simulation of incompressible newtonian free surface flows is investigated. In the context of finite differences and primitive variables, the conservation equations are analyzed and implemented in the Freeflow-2D and 3D simulation systems. This high order upwind scheme is based on normalized variables of Leonard and total variation diminishing Harten. The following problems have been simulated: a 2D jet impinging onto a solid surface and 2D/3D Broken Dam problems. The numerical results are compared with experimental and analytical data. In general the agreement is good.*

Keywords: *Free surface flow, Adaptative QUICKEST scheme, finite difference method, incompressible fluid flow, high Reynolds numbers*